

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ОДНОРОДНЫХ СРЕДСТВ РЕЗЕРВА ПРИ НЕИЗВЕСТНОМ ВРЕ- МЕНИ ОКОНЧАНИЯ КОНФЛИКТНОЙ СИТУАЦИИ И ПРИ ПОЛНОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СРЕДСТВ РЕЗЕРВА

к.т.н. В.Б. Кононов

(представила д.ф.-м.н., проф. А.А. Александрова)

Рассматривается методика решения задач оптимального управления распределением однородных сил и средств резерва конфликтующей стороны для встречной конфликтной ситуации двух группировок при неизвестном времени окончания конфликтной ситуации и полном использовании средств резерва.

Постановка задачи. При планировании распределения однородных средств резерва в ходе конфликтных ситуаций, как правило, не известно время окончания конфликтной ситуации, которое зависит от поставленных целей, складывающейся обстановки и вероятных действий противника.

Планирование и последующее управление распределением однородных сил и средств резерва при неизвестном времени окончания конфликта в условиях современного боя представляет собой важную военно-научную задачу, актуальность которой определяется необходимостью создания в Вооруженных Силах Украины АСУ войсками и оружием.

Анализ литературы. Задачи управления распределением сил и средств оперирующей стороны рассматривались в работах [1 – 3]. В [1] вводится мера оценки эффективности действий сторон в конфликтной ситуации. В [2] рассмотрен метод решения системы дифференциальных уравнений, описывающих процесс управления распределением сил и средств оперирующих сторон в ходе конфликтной ситуации для случая однородных средств. В [3] излагается метод решения задачи оптимального управления распределением средств резерва конфликтующих сторон, исходя из условия максимального поражения оперирующих средств противоборствующей стороны. В [4] рассматриваются решения задач оптимального управления распределением однородных сил и средств при неизвестном времени окончания конфликтной ситуации и неполном использовании средств резерва. Однако в этих работах не рассматривалось возможности управления распределением однородных боевых средств резерва при неизвестном времени окончания боя и полном использовании средств резерва.

Целью статьи является разработка метода решения задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств резерва конфликтующей стороны при неизвестном времени окончания конфликтной ситуации и полном использовании средств резерва.

Основной материал. Очевидно, что реальный бой между двумя группировками А и В не может происходить бесконечно долго, так как средства резерва одной или обеих группировок рано или поздно иссякнут в определенный момент времени, что вызовет нарушение условий, когда средства резерва группировки А также полностью не используются в ходе боя [4], т.е.

$$u_0 T^* \leq A_0, \quad (1)$$

где A_0 – общее количество средств группировки А; u_0 – максимальная интенсивность использования средств резерва группировки А; T^* – исковое время окончания боя.

Проведем анализ результатов конфликтной ситуации в случае, когда соотношение (1) нарушается.

Исследуем бой между двумя группировками А и В при условиях:

$$p > q, \quad u_0 T_B^* > A_0, \quad v^*(t) \equiv v_0, \quad (2)$$

где $p = \sqrt{b}(ax_0 - v_0)$, $q = \sqrt{a}(by_0 - u_0)$, v_0 – максимальная интенсивность использования средств резерва группировки В.

Здесь нельзя утверждать, что побеждает группировка А, а момент окончания боя равен T_B^* , так как $u^*(t) \neq u_0$, $t \in [0, T_B^*]$.

Воспользуемся законом оптимального управления распределением средств резерва группировки А, при условии, что критерий эффективности имеет вид:

$$x(T) \rightarrow \max; \quad \frac{dx(t)}{dt} = -by(t) + u(t); \quad \frac{dy(t)}{dt} = -ax(t) + v(t); \quad (3)$$

$$x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0; \quad 0 \leq u(t) \leq c; \quad \int_0^T u(t) dt \leq A_0; \quad y_0 - y(T) \geq b_0,$$

где $x(t)$ и $y(t)$ – математические ожидания количества боевых средств сторон А и В, сохранившихся к моменту времени t ; a и b – эффективные скорострельности группировок А и В; c – максимально возможное поступление средств резерва группировки А в единицу времени в ходе боя; T – время окончания боя.

Для задачи (3) закон оптимального управления получен [3] в виде:

$$u^*(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < T - \frac{A_0}{u_0}; \\ u_0, & T - \frac{A_0}{u_0} \leq t \leq T, \end{cases} \quad (4)$$

где T – искомый момент окончания боя. Определим зависимости изменения сохранившихся сил группировок A и B следующим образом:

$$x(T) = \frac{1}{a\sqrt{b}} \left(p_1 \operatorname{ch}\sqrt{ab}T - q_1 \operatorname{sh}\sqrt{ab}T + d \right); \quad (5)$$

$$y(T) = \frac{1}{b\sqrt{a}} \left(q_1 \operatorname{ch}\sqrt{ab}T - p_1 \operatorname{sh}\sqrt{ab}T - e \right); \quad (6)$$

где

$$p_1 = p = \sqrt{b}(ax_0 - v_0); \quad q_1 = \sqrt{a}by_0 \neq q; \\ d = u_0 \sqrt{a} \operatorname{sh}\sqrt{ab} \frac{A_0}{u_0} + v_0 \sqrt{b}; \quad e = u_0 \sqrt{a} \left(\operatorname{ch} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0} - 1 \right). \quad (7)$$

Следовательно, если $p > q_1$, то побеждает группировка A , момент окончания боя равен:

$$\overline{T}_B^* = \frac{1}{\sqrt{ab}} \ln \frac{-e + \sqrt{au_0^2 + p^2 - q_1^2}}{p - q_1}, \quad (8)$$

а оптимальное распределение резерва группировки A имеет вид:

$$u^*(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < \overline{T}_B^* - \frac{A_0}{u_0}, \\ u_0, & \overline{T}_B^* - \frac{A_0}{u_0} \leq t \leq \overline{T}_B^*. \end{cases} \quad (9)$$

Если $p_1 < q_1$, то побеждает группировка B , момент окончания боя равен

$$\overline{T}_A^* = \frac{1}{\sqrt{ab}} \ln \frac{d + \sqrt{bv_0^2 + q_1^2 - p^2}}{q_1 - p}, \quad (10)$$

оптимальное распределение резерва группировки A имеет вид:

$$u^*(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < \overline{T}_A^* - \frac{A_0}{u_0}; \\ u_0, & \overline{T}_A^* - \frac{A_0}{u_0} \leq t \leq \overline{T}_A^*. \end{cases} \quad (11)$$

Если $p = q_1$, то побеждает группировка A , так как из (5) следует, что

$$x(T) = \frac{1}{a\sqrt{b}} \left(b\sqrt{a}y_0 e^{-\sqrt{ab}T} + d \right) > \frac{d}{a\sqrt{b}} > 0, \quad (12)$$

и из (6) получим

$$y(T) = \frac{1}{b\sqrt{a}} \left(b\sqrt{a}y_0 e^{-\sqrt{ab}T} - e \right), \quad (13)$$

причем $e > 0$. Определим время окончания боя на истощение, приравняв $y(T)$ нулю:

$$\frac{1}{b\sqrt{a}} \left(b\sqrt{a}y_0 e^{-\sqrt{ab}T} - e \right) = 0. \quad (14)$$

После преобразований получим

$$\hat{T}_B^* = \frac{1}{\sqrt{ab}} \ln \frac{b\sqrt{a}y_0}{e}. \quad (15)$$

Оптимальное распределение резерва группировки A имеет вид:

$$u^*(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < \hat{T}_A^* - \frac{A_0}{u_0}; \\ u_0, & \hat{T}_A^* - \frac{A_0}{u_0} \leq t \leq \hat{T}_A^*. \end{cases} \quad (16)$$

Для боя, описываемого следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} y(T) \rightarrow \min; \quad \frac{dx(t)}{dt} &= -by(t) + u(t); \quad \frac{dy(t)}{dt} = -ax(t) + v(t); \\ x(0) &= x_0, \quad y(0) = y_0; \quad 0 \leq u(t) \leq c; \quad \int_0^T u(t) dt \leq A_0. \end{aligned} \quad (17)$$

закон оптимального управления распределением средств резерва группировки A имеет вид:

$$u^*(t) = \begin{cases} u_0, & 0 \leq t \leq A_0/u_0; \\ 0, & A_0/u_0 < t \leq T, \end{cases} \quad (18)$$

где T – искомый момент окончания боя. Выполним преобразования,

аналогичные приведенным при выводе соотношений (5 – 6):

$$x(T) = \frac{1}{a\sqrt{b}} \left(p_2 \operatorname{ch}\sqrt{ab}T - q_2 \operatorname{sh}\sqrt{ab}T + v_0 \sqrt{b} \right); \quad (19)$$

$$y(T) = \frac{1}{b\sqrt{a}} \left(q_2 \operatorname{ch}\sqrt{ab}T - p_2 \operatorname{sh}\sqrt{ab}T \right), \quad (20)$$

где

$$p_2 = p + u_0 \sqrt{a} \operatorname{sh} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0}; \quad q_2 = q + u_0 \sqrt{a} \operatorname{ch} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0}. \quad (21)$$

Таким образом, если $p_2 > q_2$, то побеждает группировка А. Определим время окончания боя на истощение:

$$y \left(T_B^* \right) = \frac{1}{b\sqrt{a}} \left(q_2 \operatorname{ch}\sqrt{ab} T_B^* - p_2 \operatorname{sh}\sqrt{ab} T_B^* \right) = 0. \quad (22)$$

После преобразований получим:

$$T_B^* = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \frac{p_2 + q_2}{p_2 - q_2}. \quad (23)$$

Оптимальное распределение средств резерва группировки А имеет вид

$$u^*(t) = \begin{cases} u_0, & 0 \leq t \leq \frac{A_0}{u_0}; \\ 0, & \frac{A_0}{u_0} < t \leq T_B^*. \end{cases} \quad (24)$$

Если $p_2 < q_2$, то побеждает группировка В, время окончания боя на истощение равно:

$$T_A^* = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \frac{v_0 \sqrt{b} + \sqrt{bv_0^2 + q_2^2 - p_2^2}}{q_2 - p_2}. \quad (25)$$

Оптимальное распределение средств резерва группировки А имеет вид:

$$u^*(t) = \begin{cases} u_0, & 0 \leq t \leq A_0/u_0; \\ 0, & A_0/u_0 < t \leq T_A^*. \end{cases} \quad (26)$$

Если $p_2 = q_2$, то побеждает группировка А, время окончания боя на истощение находится приближенно по формуле

$$T_B^* \approx \frac{1}{\sqrt{ab}} \ln \frac{2p_2}{b\sqrt{a}}. \quad (27)$$

Оптимальное распределение средств резерва группировка А имеет вид:

$$u^*(t) = \begin{cases} u_0, & 0 \leq t \leq \frac{A_0}{u_0}; \\ 0, & \frac{A_0}{u_0} < t \leq T_B^*. \end{cases} \quad (28)$$

Выводы. Рассмотренные варианты решения задач при условиях (2), (3), (18) дают возможность проанализировать характер распределения и получить законы оптимального управления распределением однородных сил и средств резерва двух группировок при неизвестном времени окончания конфликтной ситуации и полном использовании средств резерва, а также могут быть положены в основу разработки алгоритма оптимального управления распределением средств резерва.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кононов В.Б., Кушнерук Ю.И., Д.И. Евстрат. Площадная интерпретация модели конфликтной ситуации // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2001. – Вип. 5 (15). – С. 39 – 41.
2. Кононов В.Б., Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И. Распределение однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 4 (20). – С. 96 – 101.
3. Кононов В.Б., Рафальский Ю.И., Гурин А.П. Оптимальное управление распределением средств резерва // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 5 (21). – С. 45 – 47.
4. Кононов В.Б. Оптимальное управление распределением однородных средств резерва при неизвестном времени окончания конфликтной ситуации при неполном использовании средств резерва // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ. – 2003. – Вип. 3. – С. 86 – 91.
5. Давыдов Э.Г. Исследование операций. – М.: Высшая школа, 1990. – 459 с.

Поступила 29.05.2003

КОНОНОВ Владимир Борисович – кандидат технических наук, доцент, зам. нач. факультета ХВУ. В 1987 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – исследование операций.