

## ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ УГЛОМЕСТНЫХ УСТРОЙСТВ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ

д.т.н. С.В. Козелков, к.т.н. Д.П. Пашков, А.П. Рачинский

*Проведен анализ и предложен подход к учету нелинейных инерционных процессов, протекающих в антенно-фидерном тракте радиотехнических систем.*

**Введение.** Современные телекоммуникационные системы используют спутниковые каналы связи сантиметрового и миллиметрового диапазонов длин волн, что позволяет существенно повысить информационные характеристики радиолинии [1]. При прохождении атмосферы Земли в этих диапазонах отрицательное влияние на условия приема радиосигналов оказывают частотно-селективные замирания, которые существенно снижают пропускную способность и помехоустойчивость системы передачи данных. Кроме этого, в антенно-фидерном тракте и в приемной части радиотехнической системы (РТС) существуют внутренние шумы, вызванные физическими неопределенностями (влияние атмосферы, источники радиоизлучения, магнитосфера Земли и др.), а также физическими процессами, протекающими в самой радиосистеме. В результате в антенно-приемных устройствах возникают нелинейные инерционные процессы, которые уменьшают динамический диапазон радиоприемной части и приводят к снижению точностных характеристик системы слежения за спутниками связи [1].

**Постановка задачи.** В связи с этим возникает необходимость учета нелинейных инерционных процессов, влияющих на устойчивость слежения антенной наземной РТС за космическим аппаратом (КА).

**Анализ литературы.** Анализ литературы [2, 3] свидетельствует, что нелинейные эффекты, возникающие в системе слежения наземной РТС вследствие внутренних шумов, влияют на устойчивость сопровождения КА. Обзор методов учета нелинейных инерционных процессов в антенных системах [2 – 4] показал, что наиболее предпочтительным является функциональный метод Вольтерра [5]. Однако данный научно-методический аппарат нуждается в дальнейшем развитии аналитических возможностей для корректного анализа существующих систем автосопровождения по угловым координатам.

**Целью статьи** является развитие математического аппарата функциональных рядов Вольтерра для учета влияния нелинейных эффектов на устойчивость угломестных устройств радиотехнических систем управления космическими аппаратами.

**Раздел основного материала.** Проведем анализ влияния нелинейных динамических процессов на устойчивость угломерных устройств антенных систем, которые могут быть представлены следующим нелинейным дифференциальным уравнением [2]:

$$B^*P S(t) + B_1^*U_c K(p) F(S) = B_2^*U_n + B_3^*\dot{R}(t),$$

где  $P$  – оператор дифференцирования;  $S$  – сигнал ошибки;  $U_c$  – полоса устойчивого сопровождения;  $K(p)$  – передаточная функция фильтра;  $F(S)$  – нелинейность дискриминатора (фазового детектора);  $U_n$  – начальная расстройка при поиске;  $\dot{R}(t)$  – возмущение, действующее на систему автосопровождения;  $B^*, B_1^*, B_2^*, B_3^*$  – коэффициенты пропорциональности, характеризующие угломестную систему. При этом для антенного комплекса сигнал на входе дискриминатора может быть представлен с помощью функциональных рядов Вольтерра [5]:

$$S(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} dt_1, \dots, dt_n \times h'_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n x(t - \tau_i),$$

где  $h_n(\tau_1, \dots, \tau_n)$  – ядра Вольтерра  $n$ -го порядка, характеризующие систему автосопровождения ( $n = 1, 2, \dots$ ).

Тогда мажорирующий ряд будет иметь вид  $\|Q\| = \sum_{i=1}^{\infty} \|Q_i\|$ ,

$$\text{где } \|Q_i\| = \max_{-\infty < t < \infty} |S_i(t)| = \max_{-\infty < t < \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \dots dt_i h'_i(\tau_1, \dots, \tau_i) \prod_{j=1}^i (t - \tau_j). \quad (1)$$

Разложим нелинейность фазового детектора угломестной системы в ряд Тейлора. Ограничиваясь первыми двумя членами разложения, получим:

$$S = \arcsin(S - S^3/3!). \quad (2)$$

Для нелинейности типа  $f(\cdot) = E_1(\cdot) + E_m(\cdot)^m$ , где  $m > 2$  (1) будет иметь вид

$$\|Q_i\| = \|Q\| - \|g_1\| \|E_m\| \|Q\|^m. \quad (3)$$

Тогда для точек на плоскости  $Q$  при выполнении условия  $\frac{dF(Q)}{dQ} = 0$ :

$$1 - m \|g_1\| \|E_m\| \|Q\|^{m-1} = 0. \quad (4)$$

Решение (4) дает  $m - 1$  решений  $Q^{(1)}, Q^{(2)}, \dots, Q^{(m-1)}$  вида  $b \exp(jz_\nu)$ , где  $b = (1/(m\|g_1\|E_m))^{1/(m-1)}$ ,  $Z_\nu = \frac{2\pi\nu}{m-1}$ ,  $\nu = 0, 1, 2, \dots, m-2$ .

Пусть теперь контур аналитичности  $E$  на плоскости  $Q$ , на котором существуют все функциональные производные  $Q$ , является окружностью с радиусом  $r < b$  с центром в начале координат. Отображения  $E, \Gamma$  на плоскости  $\|Q_1\|$  имеют вид [3]:

$$\|Q_1\|_r = r[(\cos \theta - \|g_1\|E_m|r^{m-1} \cos m\theta) + j(\sin \theta - \|g_1\|E_m|r^{m-1} \sin m\theta)]. \quad (5)$$

Преобразование (3) дает

$$\|Q_1\|_r = r \exp(j\theta) - \|g_1\|E_m|r^m \exp(jm\theta), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, r < b. \quad (6)$$

Допуская изменение  $\theta$  в приведенном выше уравнении от 0 до  $2\pi$ , получим простой замкнутый контур  $\Gamma$  на плоскости  $\|Q_1\|$ , содержащей начало координат. Ближайший к началу координат контур  $\Gamma$  можно определить минимизируя  $\|Q_1\|_r$  по  $\theta$ .

Для (6) при  $r < b$  имеем [4]:

$$\begin{aligned} \min_{0 \leq \theta \leq 2\pi} \|Q_1\|_r &= \min_{0 \leq \theta \leq 2\pi} \left\{ r \sqrt{\|g_1\|^2 |E_m|^2 r^{2(m-1)} - 2\|g_1\|E_m|r^{m-1} \times \cos[(m-1)\theta] + 1} \right\} = \\ &= r \sqrt{\|g_1\|^2 |E_m|^2 r^{2(m-1)} - 2\|g_1\|E_m|r^{m-1} + 1} = r(1 - \|g_1\|E_m|r^{m-1}), \end{aligned} \quad (7)$$

Чем меньше  $r$  по сравнению с  $b$ , тем меньше и  $\min_{0 \leq \theta \leq 2\pi} \|Q_1\|_r$ . Тогда для следящего устройства антенной системы с нелинейностью (3) ряд Вольтерра будет сходиться, когда

$$\|Q_1\| = \max_{-\infty < t < \infty} |S_1(t)| < \frac{m-1}{m} (1/(m\|g_1\|E_m))^{1/(m-1)}, \quad (8)$$

где  $\|g_1\| = \int_{-\infty}^{\infty} |\alpha_p^{-1} [G_1(p)]| dt$ ;  $G_1(p) = K(p)H_1(p)U_c$ ;  $\alpha_p^{-1}$  – обратное преобразование Лапласа;  $K(p)$  – передаточная функция пропорционально-интегрирующего фильтра,  $K_p = \frac{1/t}{p+1/t}$ ;  $H_1(p)$  – ядро Вольтерра первого порядка,  $H_1(p) = 1/(p+U_cK(p))$ ;  $U_c$  – полоса удержания,  $U_c = S_y U_{\text{фд max}}$ . Применительно к угломестной системе антенны  $m = 3$ ,  $E = 1$ ,  $E_m = E_3 = -1/3!$ . Тогда

$$G_1(p) = \frac{U_c - 1/t}{p^2 + (1/t)p + U_c(1/t)E}. \quad (9)$$

Если корни уравнения

$$p^2 + \frac{1}{T}p + U_c \frac{1}{T} = 0 \quad (10)$$

действительны и отрицательны (в случае сильного затухания, что характерно для режима «обнаружения» антенных систем), то [2]:

$$\|g_1\| = 1/E_1 = 1. \quad (11)$$

Если корни уравнения (10) комплексные с отрицательной реальной частью (случай слабого затухания, что характерно для режима «сопровождения» антенных систем), то определяется

$$\|g_1\| = \left(1 - \exp \frac{D\pi}{F}\right) / \left(1 - \exp \frac{D\pi}{F}\right), \quad (12)$$

где  $D = -\frac{1}{2T}$ ;  $F = \frac{1}{2}\sqrt{4\Omega y_1/T - \Omega^2 y}$ .

В случае сильного затухания в антенных системах РТС с учетом (10) и (11) имеем

$$\|Q_1\| < 2/3 \left(\frac{1}{3!-1/6}\right)^{1/2} = 0,27, \quad (13)$$

но 
$$\|Q\| = \|Q_1\| + \frac{|E_3|}{|E_1|} \|Q_1\|^3 = 0,27 + \frac{1}{6} \times 0,019 = 0,273. \quad (14)$$

Для нелинейности типа (3) область устойчивой работы антенных систем РТС определяется выражением [4];

$$U_c = \frac{U_c E_1 (m-1)}{m} \left(\frac{E_1}{m|E_m|}\right)^{1/(m-1)}. \quad (15)$$

Подставив (9) в (15) получим  $U = U_c(2/3)\sqrt{3} \approx U_c$ , т.е. в общем случае

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U = U_c. \quad (16)$$

Таким образом, область устойчивой работы антенных систем РТС, описываемого нелинейным дифференциальным уравнением (1), совпадает с полосой устойчивого сопровождения в том случае, если нелинейность фазового детектора следящей системы имеет вид (3), а в качестве фильтра нижних частот используется интегрирующий фильтр. Полученный результат в основном подтверждает вывод, приведенный в работах [3, 5], где указывается, что в такой антенной системе РТС, с точки зрения устойчивой работы, не накладывается никаких ограничений на величину полосы удержания, определяемой выражением (9). Рассматривая выражение (14) представим график зависимости (рис. 1) верхней границы  $\|Q\|$  от верхней

границы  $\|Q_1\|$ . Пунктиром изображена зависимость  $\|Q\|$  от  $\|Q_1\|$  для линейной модели антенной системы РТС, сплошной линией – для антенной системы РТС с нелинейностью типа (3). Из рис. 1, следует, что линеаризация антенных систем, используемая в большинстве работ, допускается лишь в очень узкой области значений  $\|Q_1\|$  (порядка 25 % от области возможных значений  $\|Q_1\|$ ), во всех остальных случаях необходимо учитывать нелинейный характер инерционных динамических процессов, протекающих в РТС, причем большинство антенных систем, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями, выходят за пределы этой области.

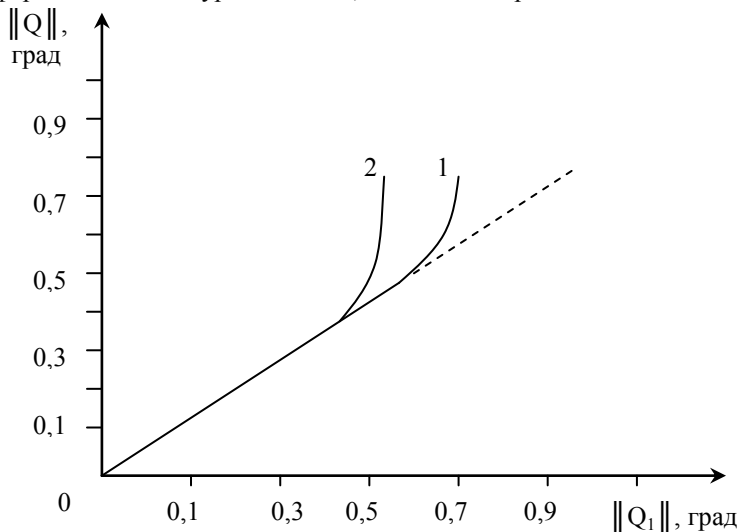


Рис. 1. Зависимость верхней границы  $\|Q\|$  от верхней границы  $\|Q_1\|$ :  
 1 – случай сильного затухания (режим обнаружения);  
 2 – случай слабого затухания (режим сопровождения)

Имея зависимость (рис. 2) для оценки области устойчивой работы можно воспользоваться линейной теорией для исследования угломестных антенных систем. Однако данный метод не проще, чем непосредственный учет нелинейного характера поведения инерционной динамической системы.

Особо важно, что с помощью графика зависимости  $\|Q\|$  от  $\|Q_1\|$  (рис. 2) и выражений (9), (14) можно задавать обоснованные требования к конструированию и разработке антенных устройств РТС управления КА.

**Выводы.** Использованный в статье математический аппарат функциональных рядов Вольтерра позволяет учесть нелинейные эффекты, возникающие в антенной системе. Это дает возможность повысить устойчивость системы сопровождения, что достигается на основе расширения ди-

намического диапазона дискриминатора системы автосопровождения космического аппарата.

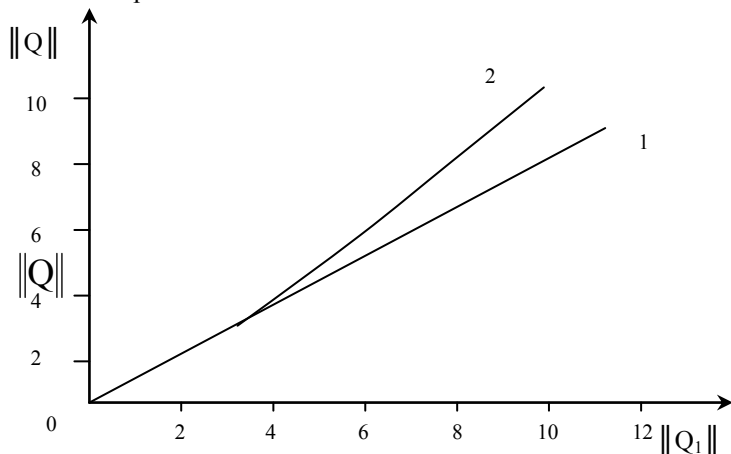


Рис. 2. Оценка области устойчивой работы: 1 — линейная зависимость; 2 — полученная нелинейная зависимость

Полученные результаты обеспечивают увеличение информативности телекоммуникационных систем, использующих спутниковые каналы связи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Байрамов Р.Б., Баум И.В. *Климатические воздействия на антенные системы*. — Ашхабад: Блým, 1988. — 406 с.
2. Тихонов В.И., Харисов В.Н. *Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем*. — М.: Радио и связь, 1991. — 608 с.
3. *Прикладные математические методы анализа в радиотехнике* / Ю.А. Евсиков, Г.В. Обрезков и др. / Под ред. Г.В. Обрезкова. — М.: Высшая школа, 1985. — 343 с.
4. Пупков К.А., Капалин В.И., Юценко А.С. *Функциональные ряды в теории нелинейных систем*. — М.: Наука, 1978. — 448 с.
5. Landau M., Leondes C.T. *Application of the Volterra Series to the Angle Track Loop* // *Trans. IEEE*. — 1972. — V. AES-8, № 3. — P. 306 – 318.

Поступила 10.06.2003

**КОЗЕЛКОВ Сергей Викторович**, доктор техн. наук, с.н.с., доцент, заместитель начальника кафедры НАОУ. В 1982 году окончил ХВВКИУ им. Н.И. Крылова. Область научных интересов — радиотехнические системы и комплексы космического назначения.

**ПАШКОВ Дмитрий Павлович**, канд. техн. наук, адъюнкт ХВУ. В 1993 году окончил КВИРТУ, в 2000 году — ХВУ. Область научных интересов — радиотехнические системы и комплексы космического назначения.

**РАЧИНСКИЙ Александр Петрович**, начальник сектора отдела ККП ЦПНИ (Евпатория). В 1994 году окончил Санкт-Петербургскую инженерно-космическую академию. Область научных интересов — антенные устройства радиотехнических систем космического назначения.