УДК 621.371:523.164

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ О ДВИЖЕНИИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ПРИ МАЛОПУНКТНОЙ ТЕХНОЛОГИИ УПРАВЛЕНИЯ

А.Н. Богдановский, М.Б. Козелкова
(представил д.т.н. С.В. Козелков)

Предложен алгоритм уточнения начальных условий (НУ) движения орбитальных комплексов (ОК) при малопунктной технологии управления.

Введение. Для баллистико-навигационного обеспечения (БНО) перспективных ОК, использующих одно- или малопунктные технологии управления, очень важным является вопрос уточнения НУ движения.

Трудности в оценивании параметров движения космических аппаратов (КА) при данной технологии вызывает "дефицит" измерительной информации, а также возможная при определенных условиях плохая наблюдаемость применяемой динамической системы. В связи с этим важное значение приобретает использование всей измерительной информации, которую могут обеспечить средства наземного комплекса управления (НКУ) Украины, а также оптимальное планирование измерений параметров движения КА.

Анализ модели движения космического аппарата. Рассмотрим детерминированную динамическую модель движения

$$\dot{P}(t) = f\big(P(t), q, t\big), \tag{1}$$

где P(t) – вектор-функция параметров движения, $P^T(t) = \big(X(t), Y(t),\ \ldots, V_z(t)\big)$; q – характеристики движения (в частности, НУ).

Для такой модели наибольшую точность оценивания характеристик движения в смысле минимума дисперсии обеспечивает метод максимального правдоподобия (ММП) [1]. Рассмотрим случай, когда погрешности измерений распределены по нормальному закону. Такое распределение ошибок измерений свойственно основной массе измерительных средств [2]. Тогда метод максимального правдоподобия сводится к методу наименьших квадратов (МНК).

Нормальная система уравнений МНК, полученная на основе принципа максимального веса, имеет следующий вид [3]:

$$C\delta q = A^T K_h^{-1} \delta h\,, \quad C = A^T K_h^{-1} A\,, \tag{2}$$

где δq – вектор-столбец размерности [n] искомой оценки поправок характеристик движения; A – матрица частных производных измеряемых функций по оцениваемым характеристикам движения размерности [N×n]; K_h – корреляционная матрица измерений размерности [N×n]; для случая независимых неравноточных измерений $K_h = \sigma_0^2 W^{-1}$, W – матрица весов; δh – вектор-столбец невязок измерений размерности [N]; N – количество измерений; n – количество оцениваемых характеристик движения.

Оценка, удовлетворяющая критерию МНК, имеет вид

$$\tilde{\delta} q = C^{-1} A^T K_h^{-1} \delta h\,, \tag{3}$$

а точность получения оценок определяется корреляционной матрицей

$$K\tilde{q} = \sigma_0^2 C^{-1}, \tag{4}$$

где σ_0^2 – дисперсия единицы веса.

При определенном взаимном расположении измерительного пункта и орбиты КА, матрица $C = A^T K_h^{-1} A$ может быть плохо обусловлена. Это объясняется тем, что матрица частных производных A имеет много линейно зависимых строк. В этом случае решение системы (2) становится практически невозможным. Учет априорных данных об оцениваемых параметрах позволяет решить эту проблему.

Алгоритм при малопунктном управлении. Рассмотрим алгоритм получения оценок.

Расчленим вектор δh на два подвектора δh_1<n> и δh_2<k>, где n + k = N. В соответствии с таким разбиением представим матрицу $A_{[N,n]}$ в виде двух подматриц: $A_{1[n]}$ и $A_{2[k,n]}$. С целью упрощения будем считать, что корреляционная связь между подвекторами δh_1 и δh_2 отсутствует. Тогда корреляционная матрица вектора δh примет квазиодиагональный вид, т.е.:

$$K_h = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}; \qquad K_h^{-1} = \begin{bmatrix} k_1^{-1} & 0 \\ 0 & k_2^{-1} \end{bmatrix}.$$

Если учесть такое представление вектора δh и матриц A, K_h, то решение системы (2) можно записать как

$$\delta\tilde{q} = C^{-1} A_1^T K_1^{-1} \delta h_1 + C^{-1} A_2^T K_2^{-1} \delta h_2\,, \tag{5}$$

где

$$C = A_1^T K_1^{-1} A_1 + A_2^T K_2^{-1} A_2\,. \tag{6}$$

Допустим, что нам известна предварительная оценка искомой поправки $\delta\tilde{q}_0$, которую можно рассматривать как некоторую совокупность дополнительных измерений, соответствующих подвектору δh_1, а подвектор δh_2 можно рассматривать как вектор новых результатов измерений с числом компонент k, т.е.:

$$\delta h_1 = \delta\tilde{q}_0 ; \qquad \delta h_2 = \delta h_k . \tag{7}$$

Из (7) вытекает, что матрица A_1 есть единичная матрица, т.е. $A_1 = E_{[n]}$. Тогда на основании сказанного выражение (5) примет вид

$$\delta\tilde{q} = \left(K_1^{-1} + A_2^T K_2^{-1} A_2\right)^{-1} K_1^{-1}\delta\tilde{q}_0 + \left(K_1^{-1} + A_2^T K_2^{-1} A_2\right)^{-1} A^T K_2^{-1}\delta h_k . \tag{8}$$

Для лучшего восприятия физического содержания введем ранее принятые обозначения. В частности, вместо A_2, K_2, δh_k будем писать соответственно A, K, δh. Кроме того, вместо K_1 (корреляционная матрица вектора $\delta\tilde{q}_0$) примем обозначение $K_{\tilde{q}_0}$.

Перепишем выражение (8) в старых обозначениях. Имеем

$$\delta\tilde{q} = \left(K_{\tilde{q}_0}^{-1} + A^T K_h^{-1} A\right)^{-1} K_{\tilde{q}_0}^{-1}\delta\tilde{q}_0 + \left(K_{\tilde{q}_0}^{-1} + A^T K_h^{-1} A\right)^{-1} A^T K_h^{-1}\delta h . \tag{9}$$

Выражение (9) представляет собой решение нормальной системы с учетом априорной оценки. Сама нормальная система в этом случае имеет вид

$$C\delta q = K_{\tilde{q}_0}^{-1}\delta\tilde{q}_0 + A^T K_h^{-1}\delta h , \tag{10}$$

где

$$C = K_{\tilde{q}_0}^{-1} + A^T K_h^{-1} A . \tag{11}$$

Для получения более удобного к реализации на ЭВМ алгоритма проводятся элементарные преобразования выражения (9), которые подробно приводятся в [3]. В результате получим следующую структуру алгоритма решения нормальной системы:

$$\delta\tilde{q} = \delta\tilde{q}_0 + Q\left(\delta h - A\delta\tilde{q}_0\right), \tag{12}$$

где

$$Q = \left(K_{\tilde{q}_0}^{-1} + A^T K_h^{-1} A\right)^{-1} A^T K_h^{-1} . \tag{13}$$

При этом корреляционная матрица вектора оценок имеет вид

$$K_{\tilde{q}} = \left(K_{\tilde{q}_0}^{-1} + A^T K_h^{-1} A\right)^{-1} . \tag{14}$$

Для реализации вышеизложенного алгоритма требуется иметь предварительную оценку искомой поправки. Для ее получения возможно использование одного из следующих вариантов.

1. Предварительная оценка $\delta\tilde{q}_0$ может быть получена по достаточным измерениям, либо измерениям с малой избыточностью высокоточных измерительных средств, например, квантово-оптических средств (КОС). Для получения в данном случае $\delta\tilde{q}_0$ может быть достаточно одного мерного интервала, что обеспечит оперативность решения задачи уточнения НУ. Дальнейшее уточнение характеристик движения по (12) производить по избыточным измерениям радиотехнических средств (РТС).

2. При необходимости уточнения НУ с высокой точностью (например, для навигационных КА), в качестве предварительной оценки $\delta\tilde{q}_0$ возможно использовать оценку, полученную по избыточным измерениям РТС. Для дальнейшего уточнения НУ использовать избыточные измерения КОС, что и позволит получить высокоточные оценки искомых поправок.

3. Интересным представляется вариант получения $\delta\tilde{q}_0$ по избыточным измерениям телеметрических станций. В данном случае не требуется привлечения дополнительных измерительных средств. Требуемый набор измерительной информации при этом накапливается во время проведения сеансов приема телеметрической информации на больших мерных интервалах.

Для дальнейшего уточнения НУ используются измерения РТС или КОС.

Вывод. Таким образом, вышеприведенный алгоритм использования априорной информации при оценивании параметров движения КА позволяет совершенствовать процесс БНО одно- или малопунктного управления перспективными орбитальными комплексами.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кендал М., Стюарт А. Статистические выводы и связи. Пер. с англ / Под ред. А.М. Колмогорова. – М.: Наука, 1973. – 900 с.*
2. *Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. – М.: Сов. радио, 1978. – 384 с.*
3. *Ломако Г.И. Определение и анализ движения по экспериментальным данным. – МО СССР, 1983. – 263 с.*

Поступила 10.06.2003

***БОГДАНОВСКИЙ Алексей Николаевич**, нач. отдела контроля космического пространства Центра приема научной информации (Евпатория). Окончил Пушкинское ВУРЭ ПВО в 1986 году, ХВУ – в 2003 году. Область научных интересов – системы передачи информации.*

***КОЗЕЛКОВА Мария Борисовна**, окончила Крымский ГМИ в 1985 году. Область научных интересов – медицинское приборостроение.*