

## МОДЕЛЬ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ ТРЕБОВАНИЙ К ПОКАЗАТЕЛЮ КАЧЕСТВА РАДИОТЕХНИЧЕСКОЙ СЛЕДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ

И.А. Кулинич, к.т.н. Ю.Э. Парфенов, к.т.н. А.А. Сосунов

*Предложена двухфазная марковская модель массового обслуживания для обоснования требований к показателю качества радиотехнической следящей системы – вероятности устойчивого сопровождения.*

**Постановка задачи.** В настоящее время основу огневой мощи зенитно-ракетных войск (ЗРВ) составляют зенитно-ракетные средства (ЗРС) средней дальности. Несмотря на то, что они приняты на вооружение в конце семидесятых годов прошлого века, заложенные в них инженерные решения позволяют этим системам оставаться важнейшими огневыми средством ПВО. Однако для успешной эксплуатации и боевого применения указанных ЗРС в современных условиях требуется их модернизация в соответствии с реалиями современности. Одним из путей модернизации ЗРС является совершенствование радиотехнических следящих систем, позволяющее либо повысить точность сопровождения целей, либо повысить устойчивость сопровождения (вероятность сопровождения без срывов на этапе наведения зенитного боеприпаса) [1, 2]. В [2] для количественного сравнения различных вариантов построения радиотехнических следящих систем сопровождения предложен показатель качества – вероятность устойчивого сопровождения  $p_n$ . Этот показатель [2] физически представляет собой вероятность нахождения ошибки к следующему радиоконтакту с целью в пределах апертуры эквивалентной характеристики дискриминатора.

Указанный показатель позволяет сравнивать качество функционирования различных вариантов следящих систем. Однако не менее важной задачей является обоснование требований к этому показателю. Исходя из предназначения ЗРК, наиболее важной является задача оценки влияния показателя  $p_n$  на огневые возможности зрдн, вооруженного многоканальным ЗРК с временным разделением каналов (МК ЗРК ВР).

**Выбор модели.** Согласно [3] обобщенным показателем огневых возможностей зрдн принято считать математическое ожидание числа уничтоженных средств воздушного нападения за удар заданной продолжительности или при израсходовании определенного количества ракет, а

частными показателями – количество стрельб до заданного рубежа, плотность огня на заданном рубеже, среднюю эффективность стрельб. Для количественной оценки влияния вероятности устойчивого сопровождения на обобщенный показатель огневых возможностей следует выбрать модель зрн, вооруженного МК ЗРК ВР.

Наиболее сбалансированной моделью для такой оценки является двухфазная модель массового обслуживания с блокировкой первой фазы. При этом первая одноканальная фаза модели реализует этап поиска и захвата цели на сопровождение, а вторая многоканальная (по количеству целевых каналов) фаза реализует этап обстрела и анализа результатов стрельбы. Модели массового обслуживания не учитывают огневое противодействие средств воздушного нападения, поэтому с помощью таких моделей можно оценить влияние вероятности устойчивого сопровождения только на потенциальный (максимально достижимый) обобщенный показатель огневых возможностей.

**Основные математические соотношения модели.** Дискретный характер радиоконтакта с целью приводит к дискретному геометрическому распределению вероятности срыва сопровождения (вероятности выхода ошибки за пределы апертуры эквивалентной характеристики дискриминатора)

$$p_{cp}(n) = p_n^{n-1} \cdot (1 - p_n),$$

где  $n$  – номер радиоконтакта с целью;  $p_{cp}(n)$  – вероятность срыва сопровождения при  $n$ -м радиоконтакте с целью.

При предельном переходе к непрерывному распределению ему соответствует показательное распределение интервала времени до срыва сопровождения.

Среднее количество радиоконтактов до срыва сопровождения  $n_e$  при геометрическом распределении определяется по формуле  $n_e = 1/(1 - p_n)$ .

При переходе к непрерывному показательному распределению интенсивность срыва сопровождения  $\mu_0$  определится следующим образом

$$\mu_0 = \frac{1 - p_n}{T} = \frac{1}{t_{cp}}, \quad (1)$$

где  $T$  – длительность интервала времени между радиоконтактами с целью;  $t_{cp}$  – среднее время до срыва сопровождения.

Определим состояние  $S_{ij}$ , где  $i$  – количество целей на этапе поиска и захвата (на первой фазе обслуживания),  $j$  – количество целей на этапе обстрела и анализа результатов стрельбы (на второй фазе обслуживания). Соответствующие интенсивности входного потока целей, обслуживания на первой фазе, обслуживания на второй фазе и срыва сопровождения

дения обозначим как  $\lambda, \mu_1, \mu_2, \mu_0$ .

Тогда граф переходов для двухфазной марковской модели с шестью целевыми каналами имеет вид, представленный на рис. 1.

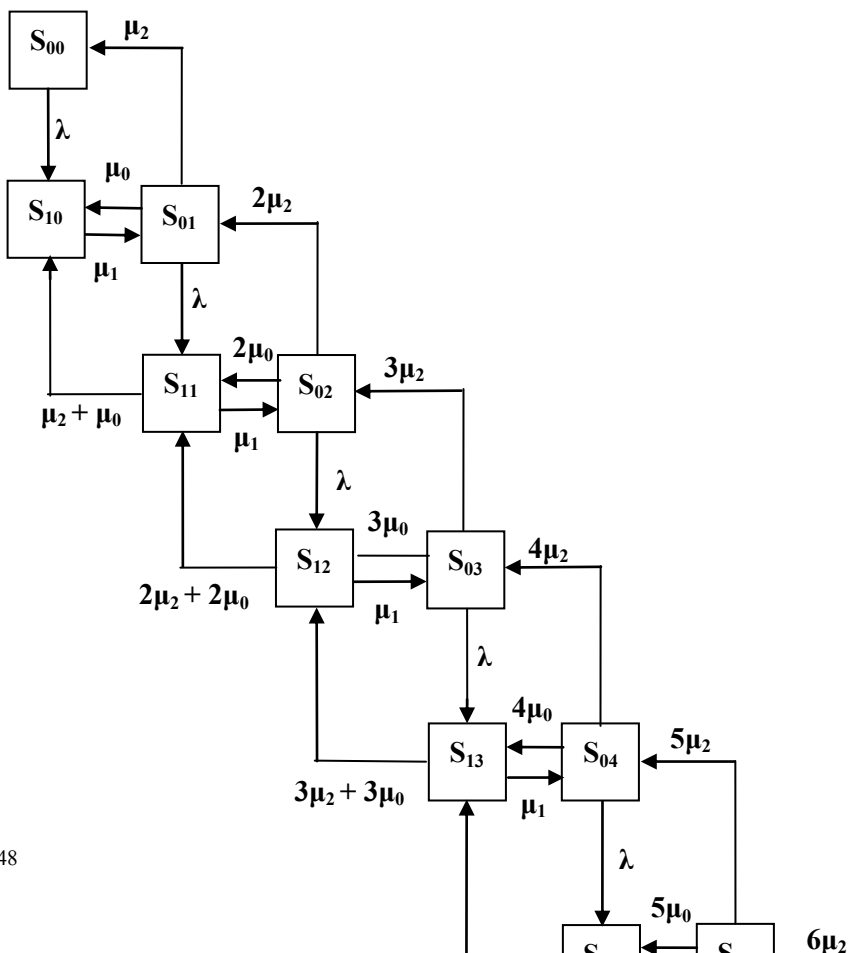
По составленному графу переходов легко выписывается система дифференциальных уравнений для вероятностей состояний (2):

$$\begin{cases} P'_{00} = \mu_2 P_{01} - \lambda P_{00}; \\ P'_{10} = \lambda P_{00} + \mu_0 P_{01} + (\mu_0 + \mu_2) P_{11} - \mu_1 P_{10}; \\ P'_{01} = \mu_1 P_{10} + 2\mu_2 P_{02} - (\mu_0 + \mu_2 + \lambda) P_{01}; \\ P'_{11} = \lambda P_{01} + 2\mu_0 P_{02} + (2\mu_0 + 2\mu_2) P_{12} - (\mu_0 + \mu_2 + \mu_1) P_{11}; \\ P'_{02} = \mu_1 P_{11} + 3\mu_2 P_{03} - (2\mu_0 + 2\mu_2 + \lambda) P_{02}; \\ P'_{12} = \lambda P_{02} + 3\mu_0 P_{03} + (3\mu_0 + 3\mu_2) P_{13} - (2\mu_0 + 2\mu_2 + \mu_1) P_{12}; \\ P'_{03} = \mu_1 P_{12} + 4\mu_2 P_{04} - (3\mu_0 + 3\mu_2 + \lambda) P_{03}; \\ P'_{13} = \lambda P_{03} + 4\mu_0 P_{04} + (4\mu_0 + 4\mu_2) P_{14} - (3\mu_0 + 3\mu_2 + \mu_1) P_{13}; \\ P'_{04} = \mu_1 P_{13} + 5\mu_2 P_{05} - (4\mu_0 + 4\mu_2 + \lambda) P_{04}; \\ P'_{14} = \lambda P_{04} + 5\mu_0 P_{05} + (5\mu_0 + 5\mu_2) P_{15} - (4\mu_0 + 4\mu_2 + \mu_1) P_{14}; \\ P'_{05} = \mu_1 P_{14} + 6\mu_2 P_{06} - (5\mu_0 + 5\mu_2 + \lambda) P_{05}; \\ P'_{15} = \lambda P_{05} + 6\mu_0 P_{06} - (5\mu_0 + 5\mu_2 + \mu_1) P_{15}; \\ P'_{06} = \mu_1 P_{15} - (6\mu_0 + 6\mu_2) P_{06}. \end{cases} \quad (2)$$

Для нахождения финальных вероятностей состояний необходимо приравнять нулю производные. При этом ранг системы будет на единицу меньше количества уравнений. Поэтому последнее уравнение системы можно исключить и дополнить систему уравнением нормировки.

Окончательный вид системы уравнений для нахождения финальных вероятностей представлен системой (3):

$$\begin{cases}
 0 = \mu_2 P_{01} - \lambda P_{00}; \\
 0 = \lambda P_{00} + \mu_0 P_{01} + (\mu_0 + \mu_2) P_{11} - \mu_1 P_{10}; \\
 0 = \mu_1 P_{10} + 2\mu_2 P_{02} - (\mu_0 + \mu_2 + \lambda) P_{01}; \\
 0 = \lambda P_{01} + 2\mu_0 P_{02} + (2\mu_0 + 2\mu_2) P_{12} - (\mu_0 + \mu_2 + \mu_1) P_{11}; \\
 0 = \mu_1 P_{11} + 3\mu_2 P_{03} - (2\mu_0 + 2\mu_2 + \lambda) P_{02}; \\
 0 = \lambda P_{02} + 3\mu_0 P_{03} + (3\mu_0 + 3\mu_2) P_{13} - (2\mu_0 + 2\mu_2 + \mu_1) P_{12}; \\
 0 = \mu_1 P_{12} + 4\mu_2 P_{04} - (3\mu_0 + 3\mu_2 + \lambda) P_{03}; \\
 0 = \lambda P_{03} + 4\mu_0 P_{04} + (4\mu_0 + 4\mu_2) P_{14} - (3\mu_0 + 3\mu_2 + \mu_1) P_{13}; \\
 0 = \mu_1 P_{13} + 5\mu_2 P_{05} - (4\mu_0 + 4\mu_2 + \lambda) P_{04}; \\
 0 = \lambda P_{04} + 5\mu_0 P_{05} + (5\mu_0 + 5\mu_2) P_{15} - (4\mu_0 + 4\mu_2 + \mu_1) P_{14}; \\
 0 = \mu_1 P_{14} + 6\mu_2 P_{06} - (5\mu_0 + 5\mu_2 + \lambda) P_{05}; \\
 0 = \lambda P_{05} + 6\mu_0 P_{06} - (5\mu_0 + 5\mu_2 + \mu_1) P_{15}; \\
 1 = P_{00} + P_{10} + P_{01} + P_{11} + P_{02} + P_{12} + P_{03} + P_{13} + P_{04} + P_{14} + P_{05} + P_{15} + P_{06}.
 \end{cases} \quad (3)$$



**Использование модели.** Для интенсивностей потоков справедливо равенство

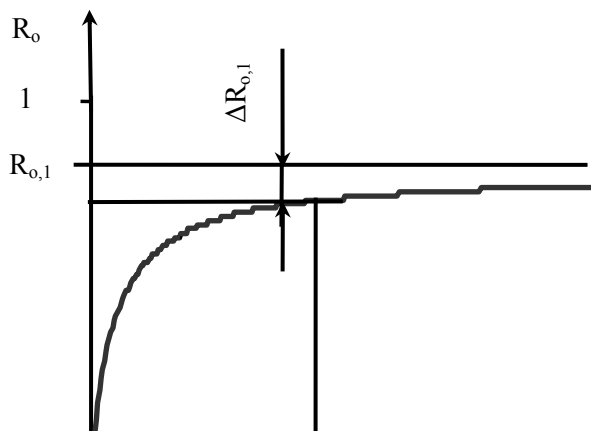
$$\lambda = I_o + I_n,$$

где  $I_o$  – интенсивность потока обстрелянных целей;  $I_n$  – интенсивность потока необстрелянных целей.

Чтобы оценить влияние срыва сопровождения на потенциальные огневые возможности зрдн, необходимо сравнить интенсивность потока обстрелянных целей при отсутствии срыва сопровождения с соответствующей интенсивностью при наличии срыва сопровождения, варьируя среднее время до срыва сопровождения (интенсивность срыва сопровождения).

Интенсивность потока обстрелянных целей выражается через финальные вероятности состояний следующим образом

$$I_o = \mu_2(P_{01} + P_{11}) + 2\mu_2(P_{02} + P_{12}) + 3\mu_2(P_{03} + P_{13}) + 4\mu_2(P_{04} + P_{14}) + 5\mu_2(P_{05} + P_{15}) + 6\mu_2P_{06}.$$



Кроме этого необходимо задаться допустимым снижением  $\Delta$  относительного числа обстрелянных целей

$$\Delta = \frac{R_{o,1} - R_o}{R_{o,1}} = 1 - \frac{R_o}{R_{o,1}},$$

где  $R_{o,1} = I_{o,1}/\lambda$  – доля обстрелянных целей при отсутствии срыва сопровождения ( $p_n = 1$ );  $R_o = I_o/\lambda$  – доля обстрелянных целей при наличии срыва сопровождения ( $p_n < 1$ ).

Тогда, при наличии зависимости  $R_o = R_o(t_{cp})$ , задание  $\Delta$  однозначно определяет минимально допустимое среднее время до срыва сопровождения  $t_{cp \text{ мин}}$ , а через него, в силу формулы (1), и вероятность устойчивого сопровождения

$$p_n = 1 - \frac{T}{t_{cp \text{ мин}}}.$$

На рис. 2 приведен пример графического определения минимально допустимого среднего времени до срыва сопровождения.

Таким образом, в статье предложена двухфазная марковская модель зрнд, вооруженного МК ЗРК ВР, для обоснования требований к показателю качества радиотехнической следящей системы – вероятности устойчивого сопровождения, исходя из допустимого снижения потенциального числа обстрелянных целей. Кроме этого показана относительная простота практического использования указанной модели.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Хисматулин В.Ш., Сачук И.И., Ковальчук А.А. Многоальтернативные алгоритмы слежения за маневрирующим объектом // Збірник наукових праць ХВУ. – Х.: ХВУ, 2001. – Вип. 4(34). – С. 92 – 95.
2. Хисматулин В.Ш., Сачук И.И., Ковальчук А.А. Оценка вероятности надежного сопровождения аэродинамических целей многоканальной радиолокационной станцией // Сборник научных трудов. Государственный аэрокосмический

университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". *Авиационно-космическая техника и технология*. – Выпуск 22. – X., 2001.

3. *Справочник офицера противовоздушной обороны* / Под ред. Г.В. Зимина и С.К. Бурмистрова. – М.: Воениздат, 1987. – 511 с.

Поступила 1.08.2003

**КУЛИНИЧ Игорь Анатольевич**, адъюнкт кафедры Харьковского военного университета. В 2000 году окончил Харьковский военный университет. Область научных интересов – радиотехнические следящие системы.

**ПАРФЕНОВ Юрий Эдуардович**, канд. техн. наук, начальник лаборатории научного центра при Харьковском военном университете. В 1993 году окончил ВИРТА ПВО. Область научных интересов – автоматизированные системы управления, автоматизация научных исследований.

**СОСУНОВ Александр Алексеевич**, канд. техн. наук, доцент кафедры Харьковского военного университета. В 1988 году окончил Московский физико-технический институт. Область научных интересов – радиотехнические следящие системы, автоматизация научных исследований.

---