УДК 629.78

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОКОЛОКРУГОВЫХ ОРБИТ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ В УСЛОВИЯХ ОТСУТСТВИЯ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

д.т.н., проф. В.П. Деденок, А.А. Ткаченко

В задачах мониторинга космического пространства наиболее сложным этапом является первоначальное определение орбиты космического объекта (КО) – задача получения начальных условий. При решении этой задачи по измерениям только угловых координат КО, получение начальных условий с точностью, достаточной для решения последующих задач баллистико-навигационного обеспечения, остается проблематичным. В статье предлагается метод определения параметров околокруговой орбиты по измерениям угловых координат в условиях отсутствия априорных данных о движении наблюдаемых КО.

Постановка проблемы. Национальной космической программой Украины (НКПУ) предусмотрено создание национальной системы контроля и анализа космической обстановки (НСКАКО) с целью получения информации о КО и космической обстановке в целом. Для мониторинга космического пространства привлекаются различные (в том числе оптические (ОС)) средства наблюдения. Характерной особенностью ОС является возможность получения высокоточных измерений угловых координат КО. В основном ОС используются для контроля средних и высоких орбит, но в перспективе, после запланированной в НКПУ модернизации квантово-оптических станций, планируется их задействование для контроля низких орбит. Условием функционирования НСКАКО является размещение наблюдательных средств на малой, ограниченной границами Украины территории. Следствием этого являются длительные (несколько витков) интервалы неконтролируемого полета КО, что накладывает жесткие требования к точности определения параметров орбит КО, поскольку возможности компенсации ошибок определения орбит за счет увеличения количества измерительной информации крайне ограничены.

При решении задач контроля космического пространства (ККП) одним из наиболее сложных является этап первичного определения параметров орбит КО, на котором оцениваются параметры движения КО по данным измерений, полученным от средств наблюдения в условиях отсутствия сведений об орбите наблюдаемого КО. Отсутствие априорных данных не позволяет на этапе первоначального определения орбиты использовать традиционные методы линеаризации задачи, применяемые при уточнении орбиты, и требует разработки специальных методов получения упрощенных решений [1], что влечет за собой снижение качества полученных оценок.

Таким образом, противоречие между повышением требований к точности оценок параметров орбит КО, связанным с увеличением длительности неконтролируемого полета и уменьшением потока измерений и недостаточным качеством оценок, полученных при упрощении задачи, приводит к необходимости разработки методов предварительного оценивания, которые бы максимально использовали всю информацию о движении КО.

Анализ литературы. При обработке данных ОС решается задача определения орбиты КО по измерениям только угловых координат. Известны несколько классических методов решения такой задачи на основе трех пар угловых наблюдений [2]. Однако такие классические методы предназначены главным образом для определения орбит объектов, значительно удаленных от Земли, наблюдаемых на больших временных интервалах. Применение таких методов на коротких интервалах приводит к возрастанию влияния ошибок единичных измерений и требует дополнительной обработки для уменьшения этого влияния. В [1, 3, 4] предложены методы предварительного определения орбиты, которые основаны на принятии предположений о том, что на малых временных интервалах движение КО достаточно точно описывается полиномиальной моделью, в которой изменение измеряемых параметров во времени полагается независимым и описывается степенными рядами. Принятие такой модели означает, что объективно существующие взаимосвязи между измеряемыми параметрами при обработке наблюдений игнорируются. В [5] показано, что использование полиномиальной модели существенно ухудшает прогнозные свойства полученных оценок параметров движения КО.

В [6] предложен многоэтапный подход к определению кеплеровской орбиты КО, отличающийся учетом объективно существующих закономерностей орбитального движения, определяемых законами Кеплера. При этом проводится декомпозиция задачи оценивания шести параметров орбиты на подзадачи меньшей размерности. В соответствии с этим подходом на первом этапе определяется плоскость орбиты, проходящая через центр Земли, в которую измерения укладываются наилучшим образом. На следующем шаге, в этой плоскости оцениваются параметры кривой второго порядка, вдоль которой движется КО, причем в одном из фокусов кривой находится центр Земли. Затем, с учетом постоянства секториальной скорости невозмущенного движения, оценивается временной параметр, осуществляющий привязку движения КО к времени. В [7] предложен метод оценивания параметров ориентации плоскости орбиты в инерциальном пространстве для случая, когда в состав измеряемых параметров входят три координаты положения. В [8] предложен метод оценивания внутриплоскостных параметров движения, если известна плоскость орбиты по измерениям координат положения и радиальной скорости.

Цель статьи. Анализ орбит существующих КО показал, что подавляющее большинство КО (порядка 80 %) движется по орбитам, близким к круговым. Орбиту околокругового КО в первом приближении можно рассматривать как круговую. Очевидно, что оценка первого приближения, при необходимости может быть уточнена одним из численных методов по той же выборке измерений с использованием более точной модели движения. В статье преследуется цель распространить многоэтапный подход к оцениванию орбиты КО на задачу определения круговой орбиты КО по фиксированной выборке измерений угловых координат в отсутствии априорных данных. В соответствии с таким подходом оценку найдем, опираясь на общие закономерности невозмущенного движения, которые определяются законами Кеплера:

– КО движется в плоскости, проходящей через центр Земли;
– движение КО вдоль орбиты происходит с постоянной секториальной скоростью (в случае кругового движения угловое движение КО равномерно).

Постановка задачи. КО движется по круговой орбите, которая определяется следующими параметрами

$$\mathbf{X}_0 = [\ I, \Omega, R_0, U_0],$$

где I – наклонение; Ω – долгота восходящего узла; R_0 – радиус орбиты; U_0 – аргумент широты на момент времени t_0.

ОС в моменты времени t_i провела измерения угловых координат

$$\mathbf{Y}_i = [a_i, b_i], \quad (i = 1 \ldots N),$$

где a и b – азимут и угол места КО. Если измерения проведены в системах координат часовой угол-склонение или прямое восхождение-склонение, то они могут быть пересчитаны в a и b путем известных преобразований [9].

Для определенного $R_0 = R$ в каждый момент t_i значение дальности до КО по теореме косинусов определяется как

$$D_i^2(R) = R^2 + R_з^2 - 2RR_з \cos\left(\frac{\pi}{4} + b_i\right),$$

где $R_з$ – радиус Земли в точке стояния ОС.

Совокупность $D_i(R)$, a_i, b_i однозначно определяют положение КО в инерциальном пространстве [9]:

$$\mathbf{Z}_i = \mathbf{Z}_i(D_i(R), a_i, b_i).$$

Обозначим Δ_i расстояние $\mathbf{Z}_i$ от $\widetilde{\mathbf{Z}}_i(\mathbf{X}_0)$ – истинного положения КО в инерциальном пространстве в момент времени t_i при движении по орбите с параметрами $\mathbf{X}_0$. Уклонение Δ_i можно разложить по ортогональным направлениям на $\Delta п_i$ (уклонение $\mathbf{Z}_i$ от плоскости орбиты в перпендикулярном направлении, которое зависит от I и Ω) и $\Delta в_i$ (уклонение внутри плоскости от $\mathbf{Z}_i''$ до $\widetilde{\mathbf{Z}}_i(\mathbf{X}_0)$, где $\mathbf{Z}_i''$ – проекция $\mathbf{Z}_i$ на плоскость орбиты, зависящее от U).

Рассматривая эти уклонения как независимые друг от друга, имеем

$$\Delta_i^2 = \Delta п_i^2(I,\Omega) + \Delta в_i^2(U).$$

В качестве целевой функции F рассмотрим совокупное уклонение Δ^2:

$$F(\mathbf{X}_0) = \Delta^2 = \sum_{i=1}^{N} \Delta_i^2 = \sum_{i=1}^{N} \Delta п_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \Delta в_i^2 = F_п(I,\Omega) + F_в(U).$$

Необходимо найти оценку $\hat{\mathbf{X}}_0$, для которой значение целевой функции F минимально, т.е.

$$F(\hat{\mathbf{X}}_0) = \min_{(\mathbf{X}_0)} F(\mathbf{X}_0).$$

Метод определения параметров круговой орбиты КО. Рассмотрим решение задачи при известном радиусе орбиты R. В силу принятой независимости $F_п(I,\Omega)$ и $F_в(U)$

$$\min_{(\mathbf{X}_0)} F(\mathbf{X}_0) = \min_{(I,\Omega)} F_п(I,\Omega) + \min_{(U)} F_в(U).$$

На первом этапе необходимо найти оценки параметров ориентации плоскости орбиты I и Ω такие, что

$$F_п(\hat{I},\hat{\Omega}) = \min_{(I,\Omega)} F_п(I,\Omega).$$

Минимум $F_п$ в точности равен [7] минимальному собственному значению λ_{min} матрицы

$$\mathbf{W} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{Z}_i \mathbf{Z}_i^T,$$

а достигается он, если орт нормали плоскости **e** равен нормированному собственному вектору **W**, соответствующему λ_{min}.

Искомые оценки $\hat{I}$ и $\hat{\Omega}$ определяются следующим образом:

$$\cos\hat{I} = \hat{e}_z; \qquad \sin\hat{\Omega} = \frac{\hat{e}_x}{\sqrt{\hat{e}_x^2 + \hat{e}_y^2}}, \qquad \cos\hat{\Omega} = -\frac{\hat{e}_y}{\sqrt{\hat{e}_x^2 + \hat{e}_y^2}}.$$

На втором этапе в плоскости $(\hat{I},\hat{\Omega})$ необходимо найти оценку $\hat{U}_0$ на момент времени t_0, равный середине интервала измерений

$$t_0 = (t_1 + t_N)/2,$$

такую, что

$$F_в(\hat{U}_0) = \min_{(U_0)} F_в(U_0).$$

Аргумент широты для каждого момента измерений U_i определяется как угол между радиус-вектором КО $\mathbf{Z}_i$ и линией узлов орбиты $\boldsymbol{l}$ = = (cos($\hat{\Omega}$), sin($\hat{\Omega}$), 0) в направлении движения КО:

$$\begin{cases} U_i = \cos \dfrac{\mathbf{Z}_i \boldsymbol{l}}{|\boldsymbol{l}| \cdot |\mathbf{Z}_i|}, \\ \text{если} \quad \dfrac{(\mathbf{e} \times \boldsymbol{l})\mathbf{Z}_i}{|\mathbf{e} \times \boldsymbol{l}||\mathbf{Z}_i|} < 0, \quad \text{т} \quad U_i = 2\pi - U_i. \end{cases}$$

Совокупное внутриплоскостное уклонение $F_в(U_0)$ в линейных размерах по теореме косинусов равно

$$F_в(U_0) = \sum_{i=1}^{N} \Delta в_i^2 = \sum_{i=1}^{N} \left[R_i^{''2} + R^2 - 2 \cdot R_i^{''} \cdot R \cdot \cos(\delta U_i) \right],$$

где $R_i^{''} = \left| \mathbf{Z}_i^{''} \right|$ – модуль радиус-вектора проекции; $\mu = 3.986 \cdot 10^{14}$ м^3/с^2 – постоянная тяготения; δU_i – разница между аргументами широты $\mathbf{Z}_i^{''}$ и $\widetilde{\mathbf{Z}}_i(\mathbf{X}_0)$:

$$\delta U_i = \widetilde{U}_i - U_i = U_0 + \dot{U} \cdot (t_i - t_0) - U_i, \tag{1}$$

U_0 – значение аргумента широты, соответствующее моменту времени t_0; $\dot{U}$ – скорость изменения U при движении КО по круговой орбите, равная

$$\dot{U} = \sqrt{\mu / R_0^3}.$$

При известном R второе и третье слагаемое правой части (1) определены. Обозначим их через A_i, т.е.

$$A_i = \dot{U} \cdot (t_i - t_0) - U_i.$$

С учетом этого выражение (1) запишем в виде

$$\delta U_i = U_0 + A_i.$$

Функцию $F_в$ теперь можно записать в эквивалентном виде

$$F_в = \sum_{i=1}^{N} \Delta в_i^2 = \sum_{i=1}^{N} \left[R_i^{''2} + R^2 - 2 \cdot R_i^{''} \cdot R \cdot \cos(U_0 + A_i) \right].$$

Необходимое условие экстремума $F_в$ записывается в виде

$$\partial F_в / \partial U_0 = 0.$$

Дифференцируя $F_в$ по U_0 получим

$$\partial F_в / \partial U_0 = 2 \cdot R \cdot \sum_{i=1}^{N} \left[R_i'' \cdot \sin\left(U_0 + A_i\right) \right] = 0 .$$

Учитывая, что

$$\sin(U_0 + A_i) = \sin(U_0) \cdot \cos(A_i) + \cos(U_0) \cdot \sin(A_i)$$

оценку $\hat{U}_0$ найдем из уравнения

$$\sin(\hat{U}_0) \cdot \sum_{i=1}^{N} \left[R_i'' \cdot \cos(A_i) \right] = -\cos(\hat{U}_0) \cdot \sum_{i=1}^{N} \left[R_i'' \cdot \sin(A_i) \right].$$

Окончательно имеем

$$\mathrm{tg}(\hat{U}_0) = -\sum_{i=1}^{N} \left[R_i'' \cdot \sin(A_i) \right] \Big/ \sum_{i=1}^{N} \left[R_i'' \cdot \cos(A_i) \right].$$

Тангенс угла – периодическая функция с периодом π, поэтому, учитывая, что t_0 лежит внутри интервала измерений, в качестве оценки выбирается значение $\hat{U}_0$, удовлетворяющее условию $U_1 < \hat{U}_0 < U_N$.

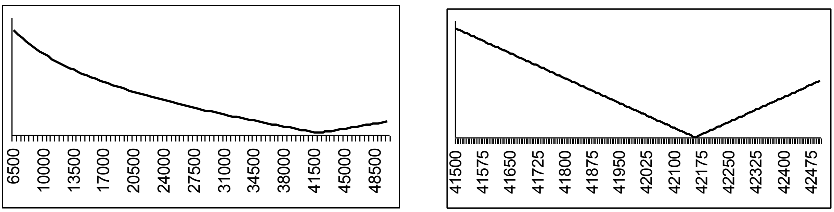
Таким образом, при заданном радиусе орбиты R, оценка параметров круговой орбиты определяется с помощью конечных аналитических выражений.

Рассмотрим теперь случай, когда радиус орбиты R не известен.

В этом случае целевая функция F становится функцией R:

$$F = F(R) = \sum_{i=1}^{N} \Delta_i^2(R) .$$

Минимальное значение радиуса орбиты существующих низкоорбитальных КО $R_{min} \approx 6500$ км. Максимальное значение $R_{max} \approx 42500$ км соответствует области геостационарных орбит. Анализ функции F(R) на интервале $[R_{min}, R_{max}]$ для различных орбит показал, что F(R) – унимодальна, имеет один экстремум в точке истинного значения радиуса. На рис. 1 представлен логарифмический вид зависимости F(R) на интервале а) $[R_{min}, R_{max}]$ (а) и в области истинного значения радиуса для геостационарной орбиты (б).



а) б)

Рис. 1. Вид зависимости F(R) для орбиты R= 42150 км

Оценка $\hat{\mathbf{X}}_0$ может быть найдена одним из известных методов [10] поиска минимума унимодальной функции, например, методом золотого сечения. Таким образом, задача оценки параметров круговой орбиты по выборке оптических измерений сводится к задаче поиска минимума унимодальной на заданном интервале функции одной переменной.

Точностные характеристики метода. Исследование точностных характеристик оценок начального приближения околокруговой орбиты (СКО: T – периода в секундах, I – наклонения, Ω – долготы восходящего узла в градусах) проведено в результате моделирования процесса обработки измерений околокругового квазистационарного КО по следующим основным направлениям.

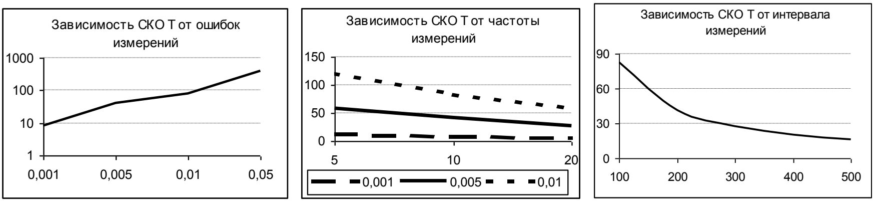
1. *Оценка влияния на точность* $\hat{\mathbf{X}}_0$ *величины ошибок измерений*. При этом рассматривался мерный интервал 2000 сек при темпе измерений 200 сек. СКО измерений углов равны и изменялись от 0.001 до 0.05 град. Результаты моделирования представлены на рис. 2, а), 3, а), 4, а).

2. *Оценка влияния на точность* $\hat{\mathbf{X}}_0$ *количества измерений на фиксированном временном интервале*. Рассматривался мерный интервал 2000 сек при темпе измерений от 100 до 500 сек и СКО измерений углов, равных 0.001, 0.005, 0.01 град. Результаты моделирования представлены на рис. 2, б), 3, б), 4, б).

3. *Оценка влияния на точность* $\hat{\mathbf{X}}_0$ *величины интервала наблюдения*. Рассматривался мерный интервал от 1000 до 5000 сек., 10 – количество измерений СКО измерений углов 0.005 град. Результаты моделирования представлены на рис. 2, в), 3, в), 4, в).

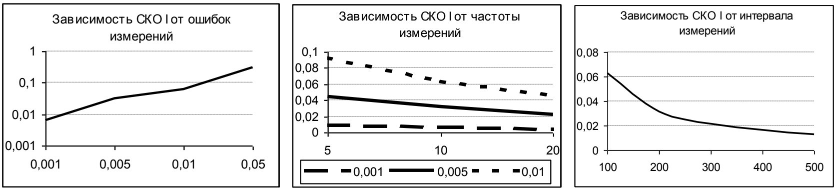
Анализ результатов моделирования позволяет сделать вывод о том, что предложенный метод позволяет получать оценки с практически приемлемой точностью. Плоскостные параметры менее чувствительны к исследуемым факторам, чем период. Однако следует отметить, что в случае $I \approx 0$ (орбита лежит в экваториальной плоскости), точность оценки Ω резко ухудшается. Это является следствием физической вырожденности параметра для экваториальной орбиты. В этом случае целесообразно вести отсчет внутриплоскостного движения КО от какого-либо постоянного направления в плоскости орбиты, например, от направления в точку весеннего равноденствия. Существенно влияет на точность оценивания увеличение интервала наблюдения, а увеличение числа измерений улучшает точность оценок незначительно и лишь в некоторой степени компенсирует влияние грубых ошибок измерений. Необходимо отметить, что реальные орбиты имеют эксцентриситет E, отличный от нуля, т.е. не являются строго круговыми. При этом в оценках периода может появляться смещение ΔT, зависящее от того, какой участок орбиты наблюдается. Это обусловлено отличием радиус-вектора текущего положения КО от большой полуоси. Максимальное смещение может быть рассчитано как

$$\left|\Delta T_{max}\right| = T\left(\sqrt{(1+e)^3} - 1\right).$$



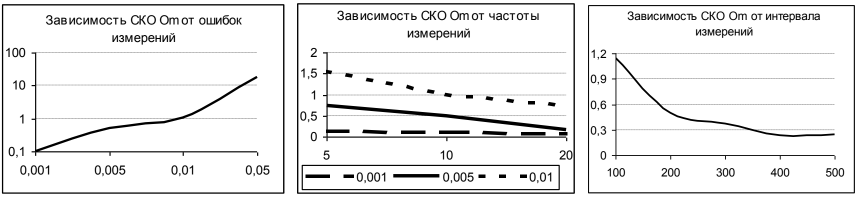
а) б) в)

Рис. 2. Точность определения периода



а) б) в)

Рис. 3. Точность определения наклонения орбиты



а) б) в)

Рис. 4. Точность определения Ω

Для квазистационарной орбиты с E = 0,002 и T = 86400 сек $\Delta T_{max} \approx 60$ сек, а для низкоорбитального КО с T = 6000 сек и E = 0.01 $\Delta T_{max} \approx 20$ сек.

Точность оценок, полученных в соответствии с предложенным методом при обработке реальных измерений по геостационарным КО, позволила с высокой вероятностью отождествить полученные данные с представителями каталога геостационарных КО.

Выводы. Применение многоэтапного декомпозиционного подхода к определению параметров орбиты КО по измерениям угловых координат в условиях отсутствия априорных данных о движении объекта позволило свести задачу многомерной минимизации к задаче поиска минимума унимодальной на заданном интервале функции одной переменной. Предложенный метод позволяет с приемлемой для практики точностью определять параметры круговой орбиты по измерениям оптических средств в условиях отсутствия априорной информации. Недостатком метода является его применимость только к околокруговым орбитам, для орбит с большими значениями эксцентриситета аппроксимация движения круговой кеплеровской модели возможна лишь на очень малых мерных интервалах, количество информации на которых недостаточно для получения приемлемой точности оценок.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Саврасов Ю.С. Методы определения орбит космических объектов. – М.: Машиностроение, 1981. – 174 с.*
2. *Эскобал П. Методы определения орбит. – М., 1970. – 471 с.*
3. *Космические траекторные измерения. Радиотехнические методы измерений и математическая обработка данных / Под ред. П.А. Агаджанова, В.Е. Дулевича, А.А. Коростелева. – М.: Сов. радио, 1969. – 504 с.*
4. *Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. – М.: Сов. радио, 1978. – 384 с.*
5. *Деденок В.П., Ткаченко А.А., Кочура В.А., Махонин Е.И. Анализ подходов к предварительному этапу обработки измерений // Информационные системы. – Х.: НАНУ, ПАНИ, ХВУ – 1999. – Вып. 1(12). – С. 67 – 73.*
6. *Деденок В.П. Многоэтапное обнаружение и определение начальных параметров орбит космических объектов // Системы информационного взаимодействия.– Х.: НАНУ, ПАНИ, ХВУ. – 1996. – С. 35 – 39.*
7. *Деденок В.П., Ткаченко А.А., Кочура В.О. Определение параметров орбит по результатам локационных измерений // Управление и связь. – Х.: НАНУ, ПАНИ, ХВУ, 1997. – Вып. 1(12). – С. 3 – 5.*
8. *Деденок В.П., Валевахин Г.Н., Ткаченко А.А. Определение невозмущенной орбиты космического объекта // Радиотехника. Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – Х.: ХНУРЭ. – 2001. – Вып. 121. – С. 58 – 60.*
9. *Инженерный справочник по космической технике. / Под ред. А.В. Солодова. – М.: Воениздат, 1977. – 430 с.*
10. *Иванов В.В. Методы вычислений на ЭВМ. – К.: Наук. думка, 1986.*

Поступила 21.08.2003

ДЕДЕНОК Виктор Петрович*, докт. техн. наук, профессор, начальник научного центра при Харьковском военном университете. В 1975 году окончил ВИРТА ПВО. Область*

научных интересов – адаптивная обработка информации в космических системах.

ТКАЧЕНКО Андрей Алексеевич*, научный сотрудник научного центра при ХВУ. В 1993 году окончил Харьковское ВВКИУ РВ. Область научных интересов – космическая баллистика.*