

ОСОБЛИВОСТІ ВМИКАННЯ НАВАНТАЖЕНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

к.т.н. А.М. Панченко
(подав д.т.н., проф. Б.Т. Кононов)

В статті розглядається вплив моменту вмикання однофазного трансформатора на перехідний процес, що при цьому виникає.

Вступ. В автономних системах електропостачання, де встановлена потужність джерел живлення обмежена, а споживачі мають порівняні потужності, процес їх вмикання супроводжується значними кидками струму, що створює загрозу розвалу системи в цілому [1]. Доцільно з'ясувати, які шляхи існують для вирішення подібних проблем.

В останні роки все актуальнішим постає питання стійкості складних електричних систем на можливі збурення. Цій проблемі присвячено багато літератури [1 – 4]. Глибоко розроблені теоретичні питання, при цьому використовується різноманітний математичний апарат. В той же час недостатньо вивчено питання щодо впливу на перехідний процес моменту вмикання навантаження. В певній мірі це пояснюється тим фактом, що вмикання навантаження потужністю понад 1 кВт, як правило, виконується електромеханічним вимикачем. Це досить інерційний пристрій і він не дає можливості виконувати вмикання в певні моменти часу. Бурхливий розвиток силової електроніки уже зараз дозволяє виконувати комутації на значні потужності в фіксовані моменти часу з використанням керованих вентилів. В зв'язку з цим постало питання про вплив моменту вмикання індуктивно-активного навантаження на перехідні процеси, що і є **метою досліджень**, наведених у даній статті.

Відомо, що при вмиканні змінної напруги її початкове значення є цілком випадковою величиною в інтервалі від нуля до максимального значення, тобто від початкового значення напруги (фази вмикання) залежить власно і сам перехідний процес. Цілком очевидно, що перехідний процес залежить і від даних трансформатора та навантаження. В статті розглядаються питання стосовно впливу різних параметрів на перехідний процес та принципова можливість уникнення його взагалі. Тобто при яких умовах можливе вмикання трансформатора під навантаженням без перехідного процесу. В подальшому момент вмикання буде-

мо характеризувати кутом ψ , як зображено на рис. 1.

Розглянемо схему вмикання однофазного трансформатора, де r_1 – активний опір первинної обмотки трансформатора, r_2 – активний опір вторинної обмотки разом з активним опором навантаження. L_1 , L_2 , M – відповідно індуктивності первинної, вторинної, та взаємодуктивність обмоток трансформатора.

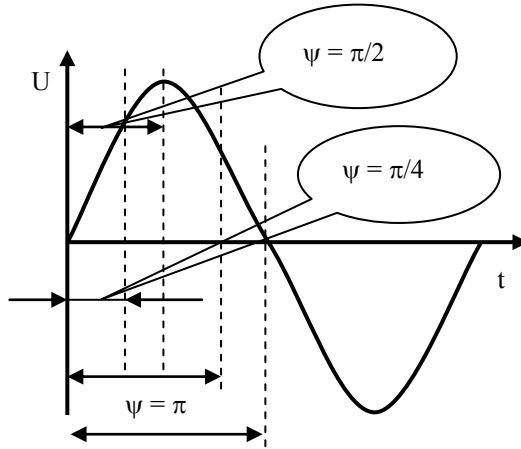


Рис. 1. Кут ψ , який характеризує момент подачі напруги

Рівняння рівноваги напруги для первинної і вторинної обмоток запишемо у вигляді [5]:

$$\begin{cases} U_0 \sin(\omega t + \psi) = L_1 i_1' + i_1 r_1 - M i_2'; \\ M i_1' = L_2 i_2' + i_2 r_2. \end{cases} \quad (1)$$

Виразивши i_2' з першого рівняння (1) і продиференціювавши його, отримаємо:

$$\begin{aligned} i_2' &= \frac{1}{M} (L_1 i_1' + i_1 r_1 - U_0 \sin(\omega t + \psi)), \\ i_2'' &= \frac{1}{M} (L_1 i_1'' + i_1' r_1 - U_0 \omega \cos(\omega t + \psi)). \end{aligned} \quad (2)$$

Після чого виконуємо диференціювання рівняння (1) і підставляємо значення другої похідної i_2'' в перше рівняння системи (1), отримуємо диференціальне рівняння другого порядку з однією змінною величиною $i_1(t)$.

Аналогічні операції виконуємо для струму $i_2(t)$. Внаслідок цього отримуємо систему диференціальних рівнянь для струму $i_1(t)$, $i_2(t)$:

$$\begin{cases} i_1''(M^2 - L_1L_2) - i_1'(r_1L_2 + r_2L_1) - i_1r_1r_2 + \\ + U_0(L_2\omega\cos(\omega t + \psi) + r_2\sin(\omega t + \psi)) = 0; \\ i_2''(L_1L_2 - M^2) + i_2'(r_1L_2 + r_2L_1) - i_2r_1r_2 \\ - U_0M\omega\cos(\omega t + \psi) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Для рішення диференціальних рівнянь (3) необхідно знайти початкові умови для струму $i(0) = 0$ та для першої похідної від струму $i'(0) = 0$. Беручи до уваги, що на початку перехідного процесу струм i в первинному і вторинному колах дорівнює нулю [6], незалежно від миті вмикання, маємо:

$$\begin{cases} U_0\sin(\omega t + \psi) = L_1i_1' + i_1r_1 - Mi_2'; \\ Mi_1' = L_2i_2' + i_2r_2; \\ U_0\sin(\omega t + \psi) = L_1i_1' - M_2'; \\ Mi_1' = L_2i_2'. \end{cases} \quad (4)$$

Звідси знаходимо значення перших похідних при початкових умовах $i(0) = 0$:

$$\begin{cases} i_1'(t_0) = \frac{U_0L_2\sin(\psi_0)}{L_2L_1 - M^2}; \\ i_2'(t_0) = \frac{U_0M\sin(\psi_0)}{L_2L_1 - M^2}, \end{cases} \quad (5)$$

де $U(t=0) = U_0\sin(\psi_0)$ – початкова напруга, обумовлена “фазою вмикання”.

Проаналізуємо рівняння (3) для струму первинної обмотки

$$i_1''(M^2 - L_1L_2) - i_1'(r_1L_2 + r_2L_1) - i_1r_1r_2 = -U_0(L_2\omega\cos(\omega t + \psi) + r_2\sin(\omega t + \psi)). \quad (6)$$

Розглянемо характеристичне рівняння для однорідного диференціального рівняння $i_1''(M^2 - L_1L_2) - i_1'(r_1L_2 + r_2L_1) - i_1r_1r_2 = 0$:

$$\lambda^2(M^2 - L_1L_2) - \lambda(r_1L_2 + r_2L_1) - r_1r_2 = 0. \quad (7)$$

Запишемо вираз для коренів характеристичного рівняння

$$\lambda_{1,2} = \frac{r_1L_2 + r_2L_1 \pm \sqrt{(r_1L_2 + r_2L_1)^2 + 4(M^2 - L_1L_2) \cdot r_1r_2}}{2(M^2 - L_1L_2)}. \quad (8)$$

Відомо, що характер розв'язків диференціальних рівнянь такого типу визначається дискримінантом. З'ясуємо, чи може він дорівнювати нулю.

$$\begin{aligned} (r_1 L_2 + r_2 L_1)^2 + 4(M^2 - L_1 L_2) \cdot r_1 r_2 &= 0; \\ r_1^2 L_2^2 + 2L_1 L_2 r_1 r_2 + r_2^2 L_1^2 + 4M^2 r_1 r_2 - 4L_1 L_2 \cdot r_1 r_2 &= 0; \\ r_1^2 L_2^2 - 2L_1 L_2 r_1 r_2 + r_2^2 L_1^2 + 4M^2 r_1 r_2 &= 0; \\ (r_1 L_2 - r_2 L_1)^2 + 4M^2 r_1 r_2 &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Виходячи з виразу (9), можна зробити висновок, що дискримінант (8) не може бути від'ємним і рівним нулю. Тобто корені характеристичного рівняння (7) є дійсні числа і різні. Отже загальне рішення однорідного диференціального рівняння будемо шукати у вигляді

$$\bar{i}(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}. \quad (10)$$

Частинний розв'язок неоднорідного рівняння, враховуючи праву частину рівняння (6), шукаємо у вигляді

$$i_H(t) = A \cos \xi + B \sin \xi,$$

де $\xi = \omega t + \psi$.

Тоді загальний розв'язок неоднорідного диференціального рівняння буде мати вигляд

$$i(t) = \bar{i}(t) + i_H(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + A \cos \xi + B \sin \xi. \quad (11)$$

Перейдемо до визначення коефіцієнтів A і B виразу (11), для спрощення викладок введемо додаткові позначення:

$$\rho = M^2 - L_1 L_2; \quad \eta = r_1 L_2 + r_2 L_1; \quad \beta = r_1 r_2. \quad (12)$$

Тоді рівняння (6) можемо записати у вигляді

$$i_1'' - i_1' \eta - i_1 \beta = -U_0 (L_2 \omega \cos \xi + r_2 \sin \xi). \quad (13)$$

Для знаходження коефіцієнтів A і B неоднорідного диференціального рівняння (11) запишемо його у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \beta i &= A \cos \xi + B \sin \xi; \\ \eta i' &= -A \omega \sin \xi + B \omega \cos \xi; \\ \rho i'' &= -A \omega^2 \cos \xi - B \omega^2 \sin \xi, \end{aligned} \right\}$$

підставивши відповідні вирази похідних струму у (13), спростивши і згрупувавши коефіцієнти біля відповідних косинусів і синусів, запишемо:

$$\begin{aligned} \rho(-A \omega^2 \cos \xi - B \omega^2 \sin \xi) - \eta(-A \omega \sin \xi + B \omega \cos \xi) - \beta(A \cos \xi + B \sin \xi) &= \\ &= -U_0 L_2 \omega \cos \xi - U_0 r_2 \sin \xi; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -A\rho\omega^2 \cos \xi - B\rho\omega^2 \sin \xi + A\eta\omega \sin \xi - B\eta\omega \cos \xi - A\beta \cos \xi - B\beta \sin \xi = \\
& \quad = -U_0L_2\omega \cos \xi - U_0r_2 \sin \xi; \\
& (-A\rho\omega^2 - B\eta\omega - A\beta) \cos \xi + (-B\rho\omega^2 + A\eta\omega - B\beta) \sin \xi = \\
& \quad = -U_0L_2\omega \cos \xi - U_0r_2 \sin \xi.
\end{aligned}$$

Складемо систему рівнянь для знаходження коефіцієнтів А і В при синусах і косинусах:

$$\begin{cases} A\rho\omega^2 + B\eta\omega + A\beta = U_0L_2\omega; \\ B\rho\omega^2 - A\eta\omega + B\beta = U_0r_2, \end{cases} \quad \begin{cases} A(\rho\omega^2 + \beta) + B\eta\omega = U_0L_2\omega; \\ B(\rho\omega^2 + \beta) - A\eta\omega = U_0r_2. \end{cases} \quad (14)$$

Звідти

$$A = \frac{1}{\eta\omega} [B(\rho\omega^2 + \beta) - U_0r_2]. \quad (15)$$

Підставляючи вираз (15) в (14) і вирішуючи рівняння відносно В, знаходимо

$$B = \frac{U_0(L_2\omega^2\eta + r_2\rho\omega^2 + r_2\beta)}{(\rho\omega^2 + \beta)^2 + \eta^2\omega^2}. \quad (16)$$

Перейдемо до визначення коефіцієнтів C_1 і C_2 рівняння (11) із врахуванням початкових умов $i(t = 0) = 0$ та (5). Виконаємо диференціювання виразу (11) і запишемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} i(t = 0) = C_1e^{\lambda_1 t} + C_2e^{\lambda_2 t} + A \cos \xi + B \sin \xi = 0; \\ i'(t = 0) = C_1\lambda_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 C_2 e^{\lambda_2 t} - A\omega \sin \xi + B\omega \cos \xi = \frac{U_0L_2 \sin \psi}{L_1L_2 - M^2}. \end{cases} \quad (17)$$

Вираз (17) отриманий із врахуванням початкових умов для струму на момент вмикання та першої похідної по струму згідно з (5). Вирішимо систему рівнянь (17) відносно сталих C_1 і C_2 .

$$C_1 = -\left(C_2e^{\lambda_2 t} + A \cos \psi + B \sin \psi\right) \cdot e^{-\lambda_1 t}. \quad (18)$$

Підставивши рівняння (18) в (17), будемо мати

$$\begin{aligned}
& \left[-\left(C_2e^{\lambda_2 t} + A \cos \xi + B \sin \xi\right) \cdot e^{-\lambda_1 t}\right] \cdot \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 C_2 e^{\lambda_2 t} - \\
& - A\omega \sin \xi + B\omega \cos \xi = \frac{U_0L_2 \sin \psi}{L_1L_2 - M^2}.
\end{aligned}$$

Після виконання ряду перетворень отримаємо

$$C_2 = \left[\frac{U_0 L_2 \sin \psi - [(\omega B - \lambda_1 A) \cos \psi - (A\omega + \lambda_1 B) \sin \psi] \cdot (L_1 L_2 - M^2)}{(L_1 L_2 - M^2) \cdot (\lambda_2 - \lambda_1)} \right] \cdot e^{-\lambda_2 t}. \quad (19)$$

Таким чином, для відсутності перехідного процесу при вмиканні трансформатора необхідне виконання наступних умов: $C_1 = C_2 = 0$. Аналізуючи вирази (18) і (19), можна зробити висновок про можливість відсутності перехідного процесу лише при виконанні наступних умов:

1. $U_0 L_2 \sin \psi - [(\omega B - \lambda_1 A) \cos \psi - (A\omega + \lambda_1 B) \sin \psi] \cdot (L_1 L_2 - M^2) = 0$; (20)
2. $A \cos \psi + B \sin \psi = 0$.

Оскільки $L_1 L_2 - M^2 > 0$, то виконання вимоги 1 рівняння (20) можливе при

$$U_0 L_2 \sin \psi - (\omega B - \lambda_1 A) \cos \psi + (A\omega + \lambda_1 B) \sin \psi = 0. \quad (21)$$

Вирішуючи рівняння (21) відносно ψ , знаходимо:

$$U_0 L_2 - (\omega B - \lambda_1 A) \operatorname{ctg} \psi + (A\omega + \lambda_1 B) = 0;$$

$$\operatorname{ctg} \psi = \frac{U_0 L_2 + A\omega + \lambda_1 B}{(\omega B - \lambda_1 A)}; \quad \psi_0 = \operatorname{arccctg} \left(\frac{U_0 L_2 + A\omega + \lambda_1 B}{(\omega B - \lambda_1 A)} \right). \quad (22)$$

Знайдемо умову виконання другого рівняння виразу (20):

$$A \cos \psi + B \sin \psi = 0; \quad \operatorname{ctg} \psi = -\frac{B}{A}; \quad \psi_0 = \operatorname{arccctg} \left(-\frac{B}{A} \right). \quad (23)$$

Таким чином умова відсутності перехідного процесу при вмиканні трансформатора можлива, якщо

$$\frac{U_0 L_2 + A\omega + \lambda_1 B}{(\omega B - \lambda_1 A)} = -\frac{B}{A}. \quad (24)$$

Пам'ятаючи про те, що коефіцієнти A і B залежать від комбінації усіх параметрів схеми рис. 1, можна припустити, що рівняння (24) буде виконуватися при певних умовах. Для практики важливим є висновок про принципову можливість зменшення кидків струму при вмиканні навантаженого трансформатора шляхом знаходження такого кута ψ_0 , при якому цей кидок буде мінімальним. Для порівняння на рис. 2 наведені графіки зміни перехідного процесу при вмиканні трансформатора. В першому випадку кут вмикання дорівнює $\psi_0 = 90^\circ$ (максимальне значення напруги), в другому випадку $\psi_0 = 0^\circ$, тобто вмикання відбувається коли синусоїда переходить через нуль.

Параметри трансформатора, які використовувалися при математичному моделюванні, такі: $U_0 = 220$ В; $f = 50$ Гц; $L_1 = 0.3$ Гн (індуктивність первинної обмотки); $L_2 = 0.1$ Гн; $M = 0.5 \sqrt{L_1 \cdot L_2}$ Гн; $r_1 = 2$ Ом; $r_2 = 1$ Ом

(активний опір вторинної обмоток разом з активним навантаженням). Як видно із графіків, вмикання трансформатора при $\psi_0 = 0^\circ$ дає зменшення

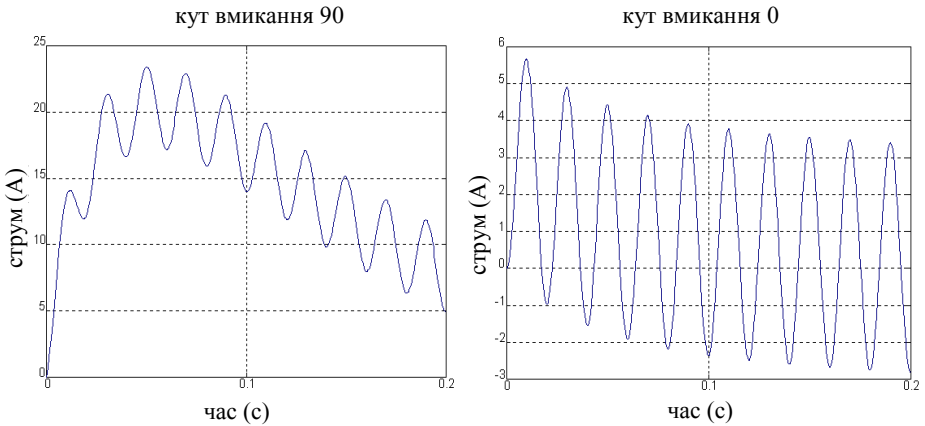


Рис. 2. Залежність перехідного процесу від моменту вмикання навантаження кидка струму майже втричі. Відповідно і активна енергія, яка необхідна від джерела в момент вмикання, буде істотно відрізнятись в залежності від того, в який момент часу відбудеться підключення навантаження.

Висновки. Таким чином при наявності джерела струму обмеженої потужності, чи недопустимості значних збурень в мережі слід враховувати момент вмикання споживача, що дозволить зменшити установлену потужність джерела живлення. Виконання умови (23) забезпечить м'яке вмикання та збільшення стійкості системи електроспоживання в цілому. В наступних публікаціях доцільно розглянути вплив моменту вмикання трифазного трансформатора та різноманітних трифазних електричних машин.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ульянов С.А. *Электромагнитные переходные процессы в электрических системах.* – М.-Л.: Энергия, 1964. – 704 с.
2. Боровиков В.А., Косарев В.К., Ходот Г.А. *Электрические сети и системы.* – Л.: Энергия, 1968. – 430 с.
3. Трещев И.И. *Электромеханические процессы в машинах переменного тока.* – Л.: Энергия, 1980. – 343 с.
4. Казовский Е.Я. *Переходные процессы в электрических машинах переменного тока.* – М.-Л.: АН СССР, 1962. – 549 с.
5. Ионкин П.А. *Теоретические основы электротехники. Т. 2.* – М.: Высш. шк., 1978. – 381 с.
6. Ахиезер А.И. *Электрические и магнитные явления.* – К.: Наук. думка, 1981. – 471 с.

Надійшла 27.08.2003

ПАНЧЕНКО *Анатолій Миколайович*, канд. техн. наук, доцент кафедри ХВУ. В 1994 році закінчив ВА ім. Дзержинського, м. Москва. Область наукових інтересів – електроенергетика.
