УДК 621.311

# СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДОВ СТОХАСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

к.т.н. И.В. Пантелеева, Н.М. Пантелеева
(представил проф. В.Е. Пустоваров)

*Систематизированы и обобщены основные методы оценки параметров электрических сигналов и предложены пути совершенствования методов диагностики сигналов.*

**Постановка проблемы**. В настоящее время весьма актуальным является решение проблемы организации диагностируемого управления процессом производства электроэнергии. Причем важнейшим этапом процесса управления является получение информации об объекте управления, а также обработка этой информации. Составными частями процесса получения информации о состоянии объекта управления являются процессы измерения и их оценивания. Для решения задач оценивания характерной оказывается ситуация, когда известны статистические характеристики полезного сигнала и мешающей помехи. В этом случае в процессе синтеза алгоритма оптимального оценивания приходится оперировать функциями распределения оцениваемых величин, причем характер функций предполагается известным, а неизвестны лишь их некоторые числовые параметры.

**Анализ последних достижений и публикаций.** В практике статистического оценивания параметров существует ряд методов получения оценок. Однако методы, успешно применяемые в радиотехнических и радиоэлектронных системах, не в полной мере отвечают специфике оценки состояния энергообъектов [1, 2]. Поэтому важной задачей является разработка методов диагностики электрических сигналов в режиме реального времени.

**Цель данной работы** заключается в получении достаточно точных оценок синусоидально изменяющегося сигнала на интервале времени, составляющем не более 10 % длительности его периода с целью управления энергообъектами различной инерционности.

В связи с этим представляется актуальным и возможным применение методов статистической теории оценивания к задаче подобного рода. Рассмотрим один из наиболее распространенных методов оценки сигнала – метод максимального правдоподобия. Уравнение правдоподобия представляет собой в общем случае нелинейное алгебраическое или трансцендентное уравнение, которое может иметь много решений, соответствующих относительным минимумам и максимумам функции правдоподобия. Каждое решение, соответствующее максимуму функции правдоподобия, представляет оценку максимального правдоподобия неизвестного параметра. Задача в этом случае состоит в нахождении того решения, которое соответствует абсолютному максимуму (минимуму) функции правдоподобия:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\ln\omega(\theta)+\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial}{\partial\theta}\lg\omega\left(X_k/\theta\right)=0. \qquad (1)$$

Данные оценки обладают свойствами, схожими со свойствами условных оценок максимального правдоподобия. Если $\theta_{эфф}$ – несмещенная эффективная безусловная оценка параметра θ, то данное уравнение имеет единственное решение, равное $\theta_{nэфф}$. Оценка, соответствующая максимуму апостериорной плотности вероятности оцениваемого параметра, при слабых ограничениях состоятельна и асимптотически эффективна. Функция распределения этой оценки при $n \to \infty$ асимптотически нормальна. К недостаткам оценки относится необходимость знать априорное распределение оцениваемого параметра.

Рассмотрим возможность применения в энергетике Байесовского метода оценивания. Точечные оценки, полученные в соответствии с методами максимального правдоподобия или максимума апостериорной плотности вероятности, в некоторых случаях могут недостаточно полно отражать потери, которые возникают в связи с ошибками оценивания.

Байесовская оценка при заданной функции потерь и заданном априорном распределении параметра θ находится из условия минимума функционала R, зависящего от вида функции $\theta_n = g(X_1, \ldots, X_n)$. Так как функционал j зависит от $g(X_1, \ldots, X_n)$ и не зависит от частных производных $\partial g/\partial X$, то известное в вариационном исчислении уравнение Эйлера для определения экстремальной функции запишется в виде

$$\frac{\partial I}{\partial g}=0. \qquad (2)$$

Рассмотрим минимаксные оценки. Когда априорное распределение ω(θ) неизвестно, процедура построения безусловной оценки случайного параметра θ может основываться на минимаксном критерии качества. Минимаксной называется оценка $\theta_{nmm}$, для которой верхняя граница значений условной функции риска $r(\theta)$ не превосходит верхних границ значений функций (относительно переменной θ) при любых других оценках. Минимаксная оценка дает уверенность в том, что потери в среднем (по совокупности выборок заданного размера) не будут больше некоторой величины $r_{min}$. В некоторых случаях минимаксная оценка может оказаться слишком осторожной. Доказано, что минимаксная оценка является байесовской оценкой при наименее благоприятном априорном распределении оцениваемого параметра, для которого средний риск (при заданной функции потерь) имеет наибольшую величину. Кроме этого, известно, что байесовская оценка, для которой условная функция риска превращается в константу (т.е. не зависит от $\theta$), представляет собой минимаксную оценку. Однако обращение этой функции в постоянную величину при небайесовской оценке не означает, что оценка минимаксная. С другой стороны, если условие $r(\theta) = \text{const}$ неосуществимо для всех $\theta$ при байесовских оценках, то это еще не означает, что нельзя найти минимаксную оценку. Можно заметить, что максимальное значение среднего риска совпадает с минимаксным значением функции риска, если минимаксная оценка является байесовской.

Таким образом, при квадратичной функции потерь байесовскую оценку каждого из зависимых параметров $\theta_1, \ldots, \theta_m$ можно находить отдельно, как при оценке одного параметра. Относительно минимаксного метода заметим, что система оценок $\theta_n^{(1)}, \ldots, \theta_n^{(m)}$ называется минимаксной, если верхняя граница риска $r(\theta_1, \ldots, \theta_m)$ не превосходит верхних границ этой функции многих переменных при любой другой системе оценок.

Подводя итоги рассмотрения основных методов оценивания параметров сигналов, можно заметить, наименьшие требования к наличию априорной информации об оцениваемых параметрах предъявляются при использовании метода максимального правдоподобия. При этом при весьма разумных ограничениях, оценки максимального правдоподобия совпадают с оценками, полученными методами, требующими значительно большей априорной информации об оцениваемых параметрах. Все это делает метод максимального правдоподобия удобным для практического использования при оценивании параметров реальных сигналов.

Исходя из методических соображений для удобства изложения, согласно [2], получаем оптимальный, в смысле максимума правдоподобия, алгоритм оценки фазового сдвига $\varphi_0$. Рассматривая функцию совместной плотности вероятности для N отсчетов как функцию фазового сдвига, получим функцию правдоподобия этого параметра:

$$L(\varphi_0) = \frac{1}{\left(2\pi\sigma^2\right)^{N/2}} \exp\left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=0}^{N-1} \left[S(t) - A_0 \sin(\omega t + \varphi_0)\right]^2 \right\}. \qquad (3)$$

Проведем преобразования, приводящие функцию правдоподобия к более удобному для получения алгоритма оценки виду

$$L(\varphi_0)=\frac{1}{\left(2\pi\sigma^2\right)^{N/2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{t=0}^{N-1}S^2(t)\right\}\exp\left\{\frac{A_0}{\sigma^2}\sum_{t=0}^{N-1}S(t)\times\sin(\omega t+\varphi_0)\right\}\times$$
$$\times\exp\left\{\frac{A_0^2}{2\sigma^2}\sum_{t=0}^{N-1}\sin^2(\omega t+\varphi_0)\right\}. \quad (4)$$

Максимум функции правдоподобия достигается при использовании для оценки следующего правила:

$$\varphi_0=\operatorname{arctg}\frac{y}{x}=\operatorname{arctg}\left(\sum_{t=0}^{N-1}S(t)\cos\omega t\Big/\sum_{t=0}^{N-1}S(t)\sin\omega t\right). \quad (5)$$

Величины X и Y, входящие в выражение для оценки фазового сдвига, определяются с помощью корреляторов, на первые и вторые входы которых подаются отсчеты анализируемого сигнала и находящиеся в квадратуре опорные сигналы, $\sin\omega t$ и $\cos\omega t$.

Оптимальный алгоритм оценки фазового сдвига можно записать в форме оптимального алгоритма оценки разности фаз:

$$\varphi_2-\varphi_1=\operatorname{arctg}\left(\sum_{t=0}^{N-1}S(t)\cos(\omega t+\varphi_1)\Big/\sum_{t=0}^{N-1}S(t)\sin(\omega t+\varphi_1)\right). \quad (6)$$

Таким образом, оптимальная в смысле максимума правдоподобия оценка разности фаз осуществляется с помощью двух корреляторов, на первые и вторые входы которых подаются анализируемый и находящиеся в квадратуре опорные сигналы.

Оптимальная, в смысле максимума правдоподобия, оценка фазового сдвига может быть определена по максимуму «корреляционного интеграла». В обозначениях данной работы «корреляционный интеграл» можно представить в виде:

$$Z(\varphi_1)=\sum_{t=0}^{N-1}S(t)\sin(\omega t+\varphi_1). \quad (7)$$

Изменяя фазу опорного сигнала $\varphi_1$, можно для каждого ее значения получить величину «корреляционного интеграла» с помощью коррелятора. Таким образом, можно определить значение $\varphi_1$, при котором «корреляционный момент» имеет максимальное значение.

Определение максимума «корреляционного интеграла» или, что то же самое, максимума корреляционной функции, связано с определенными техническими трудностями. Кроме того, в случае слабо выраженного максимума могут возникать значительные инструментальные погрешности. Поэтому в качестве характерной точки корреляционной функции часто берут ее переход через нуль. В этом случае требования к инструментальной точности и стабильности элементов решающего устройства становятся менее жесткими. Для определения характерных точек могут быть использованы многоканальные устройства или следящие системы. Отслеживание характерных точек может привести к значительному увеличению затрат времени.

Авторами предложена несколько иная разновидность оценки фазового сдвига, приспособленная к особенностям диапазона низких и инфранизких частот. Неизвестный фазовый сдвиг в этом случае оценивается по алгоритму

$$\varphi_0 - \varphi_1 = \arccos\left( \sum_{t=0}^{N-1} S(t)\sin(\omega t + \varphi_1) \Big/ \sqrt{\sum_{t=0}^{N-1} S^2(t) \sum_{t=0}^{N-1} \sin^2(\omega t + \varphi_1)} \right). \qquad (8)$$

Положительной чертой этого алгоритма является его работоспособность даже в случае наличия постоянной составляющей в анализируемом сигнале.

Во всех вышеописанных вариантах оценки неизвестного фазового сдвига не нужно знать амплитуду анализируемого сигнала.

**Выводы.** Разработаны разновидности алгоритмов оценки фазового сдвига, требующие знания амплитуды анализируемого сигнала. Один из алгоритмов такой оценки имеет вид

$$\varphi_0 - \varphi_1 = \arccos \frac{1}{A} \sum_{t=0}^{N-1} S(t)\sin(\omega t + \varphi_1). \qquad (9)$$

Основной операцией при реализации алгоритмов оценки фазового сдвига является вычисление корреляции между анализируемым и опорным сигналами. Эту операцию совместно с подавлением шумов осуществляют корреляторы. Поэтому такие алгоритмы и носят название корреляционных.

Представленные таким образом сигналы позволяют подойти абсолютно по новому к вопросу их использования в системах управления и диагностики энергетическим оборудованием.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Артюх С.Ф., Пантєлєєва І.В. Деякі питання теорії статистичного оцінювання параметрів сигналів у електроенергетиці // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – Хмельницький, 1999. – № 4. – С. 68 – 71.*
2. *Пантелеева И.В., Шеломов Е.А. Оценка параметров сигналов, изменяющихся в течение доли периода // Труды международной НТК «Микрокад – 97». – Мишкольц, 1997. – Т 8. – С. 84 – 87.*



*Поступила 1.09.2003*



***ПАНТЕЛЕЕВА Ирина Викторовна****, канд. техн. наук, доцент кафедры электроэнергетики Украинской инженерно-педагогической академии. В 1978 году окончила ХПИ. Область научных интересов – задачи управления энергообъектами.*

***ПАНТЕЛЕЕВА Наталия Михайловна****, студентка 5 курса УИПА.*