УДК 621.391:621.396.6

ОПТИМАЛЬНОЕ БЫСТРОДЕЙСТВИЕ ДВУХУРОВНЕВОГО КОРРЕЛЯЦИОННОГО АЛГОРИТМА ПРИВЯЗКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ДВУМЕРНЫХ КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ НАВИГАЦИИ

д.т.н. В.И. Антюфеев, к.т.н. В.Н. Быков, М.Г. Шокин

Рассматривается задача определения оптимальных с точки зрения быстродействия размеров усредняющего окна, используемого на первом уровне иерархического алгоритма привязки изображений.

Введение. Принцип действия корреляционно-экстремальных систем навигации (КЭСН) основан на привязке с помощью одного из алгоритмов, как правило, корреляционного, текущего изображения (ТИ), сформированного с помощью датчика геофизического поля Земли, к эталонному изображению (ЭИ), полученному заранее. В оптических КЭСН размеры ТИ и ЭИ могут быть достаточно большими (более чем $100{\times}100$ элементов), и непосредственная обработка таких изображений корреляционным алгоритмом на современных компьютерах может занимать десятки секунд при требовании 0,1 … 0,5 с. Уменьшение размеров изображений приводит к ухудшению эффективности алгоритма, т.е. вероятности привязки, при которой ошибка местоопределения не превышает пикселя изображений. Повышение быстродействия возможно путем перехода к иерархическим (многоуровневым) алгоритмам [1], на каждом уровне которых осуществляется привязка изображений меньших размеров, получаемых из исходных путем усреднения по окну определенных размеров. После определения координат глобального максимума следующая привязка осуществляется для изображений больших размеров не по всему ЭИ, а лишь в окрестности этого максимума, что позволяет резко сократить объем вычислений. Альтернативным вариантом повышения быстродействия является переход к распараллеливанию процесса вычислений.

Цель работы заключается в определении оптимальных по быстродействию параметров двухуровневого корреляционного алгоритма при условии, что его эффективность не хуже допустимого значения.

Пусть ЭИ и ТИ заданы в виде матриц:

$$\mathbf{E}=[e_{ij}],\ i\in\overline{1,M_1},\ j\in\overline{1,M_2};\ \mathbf{T}=[t_{ij}],\ i\in\overline{1,N_1},\ j\in\overline{1,N_2};\ N_1<M_1,\ N_2<M_2$$

соответственно и известен истинный сдвиг (k_0,l_0) ТИ относительно ЭИ. Решающая функция корреляционного алгоритма имеет вид [1]:

$$b_{kl}=\sum_{i=1}^{N_1}\sum_{j=1}^{N_2}\tilde{t}_{ij}\tilde{e}_{i+k-1,\,j+l-1},\ k\in\overline{1,M_1-N_1+1},\ l\in\overline{1,M_2-N_2+1}, \tag{1}$$

где $\tilde{t}_{ij}=\left(t_{ij}-\bar{t}\right)\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N_1}\sum_{j=1}^{N_2}\left(t_{ij}-\bar{t}\right)^2\right]^{-1/2};\ \bar{t}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N_1}\sum_{j=1}^{N_2}t_{ij},\ N=N_1N_2;$

$$\tilde{e}_{i+k-1,j+l-1}=\left(e_{i+k-1,j+l-1}-\bar{e}_{kl}\right)\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N_1}\sum_{j=1}^{N_2}\left(e_{i+k-1,j+l-1}-\bar{e}_{kl}\right)^2\right]^{-1/2};\ \bar{e}_{kl}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N_1}\sum_{j=1}^{N_2}e_{i+k-1,j+l-1};$$

$k\in\overline{1,R_1};\ l\in\overline{1,R_2};\ R_1=M_1-N_1+1;\ R_2=M_2-N_2+1.$

Далее задачу будем решать при следующих предположениях и допущениях:

– сетки ЭИ и ТИ совпадают;

– модель взаимодействия ТИ с шумами каналов датчика ТИ является аддитивной, т.е. матрица наблюдаемого изображения определяется выражением

$$t_{ij}=e_{i+k_0-1,\,j+l_0-1}\mathrm{rect}\,(i/N_1,j/N_2)+n_{ij}, \tag{2}$$

где $\mathrm{rect}\,(i/N_1,j/N_2)=\begin{cases}1, & i\le N_1;\ j\le N_2;\\ 0, & \text{иначе};\end{cases}$

– $n_{ij}\in N(0,\sigma_{ij})$, компоненты шумов в различных каналах датчика предполагаем независимыми, т.е. шум по пространственным координатам является белым;

– поворот ЭИ относительно ТИ отсутствует;

– масштабы ТИ и ЭИ совпадают.

Непосредственными расчетами можно убедиться, что для реализации вычислений в соответствии с корреляционным алгоритмом (1) потребуется

$$n_c(r)=r^2(N_1'N_2'+M_1'M_2')+2N_1'N_2'(1+2R')+2N\left\{1+2(2[rd]+1)^2\right\} \tag{3}$$

операций сложения и

$$n_y(r)=N_1'N_2'+M_1'M_2'+(2+N_1'N_2')(1+2R')+(N+2)\left\{1+2(2[rd]+1)^2\right\} \tag{4}$$

операций умножения.

В формулах (3), (4) r – размер усредняющего окна; $M_p'=[M_p/r]$,

$N'_p = [N_p / r]$, $p = 1,2$; $[x]$ – целая часть числа x; d – коэффициент, задающий размеры $[rd] \times [rd]$ окрестности, в которой ищется глобальный максимум на втором этапе; $R' = (M'_1 - N'_1 + 1)(M'_2 - N'_2 + 1)$.

Если обозначить через τ_c (τ_y) время выполнения компьютером данного типа операции сложения (умножения), то общее время вычислений в соответствии с (3), (4) составит

$$\tau(r) = \tau_c n_c(r) + \tau_y n_y(r). \tag{5}$$

Параметр r подчиним естественным ограничениям

$$r \in R = \overline{2, [\min(N_1, N_2)/2]}. \tag{6}$$

Применение двухуровневого алгоритма неизбежно приводит к снижению его эффективности по сравнению с одноуровневым. В работе [2] получено выражение для плотности распределения случайной величины $\xi_{ij}^{kl} = \tilde{t}_{ij} / \sigma_{ij}$, которая имеет вид

$$W_{\xi_{ij}}(x) = \frac{\exp\left[-\dfrac{m + \alpha_{ij}^2}{2} + \dfrac{\alpha_{ij}^2 x^2}{4(x^2 + N)} \right]}{\sqrt{2\pi N} \cdot 2^{N/2-1}} \times$$
$$\times \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(m/4)^p \Gamma(N+1+2p) D_{-N-1-2p}\left(-\dfrac{\alpha_{ij} x}{\sqrt{x^2+N}} \right)}{p! \Gamma(p+N/2)\left(1 + x^2/N\right)^{(N+1)/2+p}}, \tag{7}$$

где $\alpha_{ij} = \dfrac{1}{\sigma_{ij}} \left(e_{i+k_0, j+l_0} - \bar{e}_{k_0 l_0} \right) \left[\dfrac{1}{N} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \left(e_{i+k, j+l} - \bar{e}_{kl} \right)^2 \right]^{-1/2}$; $D_\nu(x)$ – функция параболического цилиндра [3], $m = \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \alpha_{ij}^2$. Там же показано, что среднее значение и дисперсия случайной величины ξ_{ij} определяются выражениями:

$$M\xi_{ij} = \alpha_{ij} \sqrt{N/2} \cdot e^{-m/2} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(m/2)^p \Gamma(p + N/2 - 1/2)}{p! \Gamma(p + N/2)}; \tag{8}$$

$$\mathbf{D}\xi_{ij} = \frac{N}{2}\left(1 + \alpha_{ij}^2\right) e^{-m/2} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(m/2)^p}{p!(p + N/2 - 1)} - \left(\mathbf{M}\xi_{ij}\right)^2, \tag{9}$$

а распределение (7) хорошо аппроксимируется нормальным с параметрами (8), (9). Тогда с учетом инвариантности нормального распределения к линейным преобразованиям для случайной величины b_{kl} в выражении (1) получим:

$$b_{kl} \in N(\gamma_{kl}, s_{kl}); \; \gamma_{kl} = \sum_{i=1}^{N_1}\sum_{j=1}^{N_2} \widetilde{e}_{i+k,j+l} M\xi_{ij}; \; s_{kl} = \left[\sum_{i=1}^{N_1}\sum_{j=1}^{N_2} \left(\widetilde{e}_{i+k,j+l}\right)^2 D\xi_{ij}\right]^{1/2},$$

где $k \in \overline{1,R_1}$, $l \in \overline{1,R_2}$, $R_1 = M_1 - N_1 + 1$, $R_2 = M_2 - N_2 + 1$. В результате можно получить выражение для вероятности привязки корреляционным алгоритмом [2]:

$$P_п = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2/2} \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq k_0}}^{R_1} \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq l_0}}^{R_2} \Phi\left(\frac{x s_{k_0 l_0} - \gamma_{kl} + \gamma_{k_0 l_0}}{s_{kl}}\right) dx, \qquad (10)$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2} dt$ – интеграл вероятностей.

Рис. 1. ЭИ

В табл. 1 и 2 представлены зависимости вероятности $P_{пп}$ от параметра d при различных значениях параметра r, полученные путем статистических испытаний корреляционного двухуровневого алгоритма. Табл. 1 соответствует случаю обработки ЭИ 150×150 элементов, представленного на рис. 1, и ТИ 39×39 элементов.

Таблица 1

Вероятность привязки

r \ d	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50
2	0,163	0,160	0,926	0,936	0,916	0,932	0,931
3	0,932	0,935	0,943	0,937	0,969	0,964	0,955
4	0,291	0,314	0,297	0,296	0,886	0,908	0,910
5	0,443	0,404	0,395	0,423	0,925	0,926	0,927
6	0,0	0,0	0,0	0,008	0,476	0,481	0,482

ТИ получено зашумлением фрагмента ЭИ с координатами $k_0 = l_0 = 100$ нормально распределенным центрированным шумом с $\sigma_{ij} = \sigma = 100$, $i, j \in \overline{1, N_1 = N_2 = 40}$.

Табл. 2 отвечает случаю обработки такого же эталонного изображения размерами 200 × 200 элементов, ТИ 49 × 49 элементов, $k_0 = l_0 = 100$, $\sigma = 240$.

Результаты испытаний свидетельствуют о том, что в области $d \geq 2$ вероятность привязки практически не зависит от значения параметра d. Поэтому целесообразно выбрать $d = 2$, соответствующее минимальному времени вычислений при сохранении достаточно высокой эффективности.

Таблица 2

Вероятность привязки

r \ d	1	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50
2	0,977	0,981	0,955	0,964	0,960	0,962	0,965
3	0,334	0,302	0,346	0,962	0,967	0,955	0,946
4	0,0	0,990	0,967	0,962	0,959	0,959	0,963
5	0,734	0,709	0,740	0,715	0,926	0,938	0,921
6	0,0	0,0	0,0	0,916	0,923	0,925	0,916
7	0,0	0,0	0,974	0,951	0,952	0,947	0,948
8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,737	0,726	0,750

Ввиду отсутствия аналогичной (10) формулы для вероятности привязки двухуровневого алгоритма, функция $P_П(r, \sigma)$ задана таблично (табл. 3, 4) путем проведения статистических испытаний корреляционного алгоритма.

Таблица 3

Вероятность привязки

r	τ, с \ σ	60	80	100	120	140	160	180
1	1,416	1,0	0,998	0,984	0,92	0,844	0,725	0,62
2	0,1009	0,998	0,985	0,929	0,833	0,684	0,549	0,416
3	0,0467	1,0	0,997	0,952	0,857	0,741	0,560	0,404
3^*	0,0499	1,0	0,997	0,967	0,892	0,742	0,603	0,482
4	0,0535	0,997	0,950	0,905	0,799	0,633	0,500	0,388
5	0,0757	1,0	0,980	0,927	0,828	0,668	0,560	0,372
6	0,1051	0,819	0,805	0,809	0,744	0,650	0,527	0,490

Значения функции $P_П(1, \sigma)$ в табл. 3, 4 вычислены в соответствии с формулой (7). В случае компьютера Celeron-800 и использовании чисел с плавающей запятой типа extended время выполнения операций составило $\tau_с = 0{,}26652 мкс$, $\tau_у = 0{,}02987 мкс$.

Теперь задачу оптимизации алгоритма можно сформулировать следующим образом: при заданных размерах изображений и уровне шума в ТИ определить оптимальное значение $\hat{r}$ параметра r, при котором минимизируется время вычислений при условии, что эффективность алгоритма не хуже допустимого значения $P_{доп}$. Таким образом, требуется решить задачу

$$\hat{r} = \arg\min_{r \in R} \tau(r), \tag{11}$$

$$\text{при ограничении } P_п(r,\sigma) \geq P_{доп}, \tag{12}$$

которая относится к типу задач целочисленного программирования [4].

Таблица 4

Вероятность привязки

r	σ / τ, с	200	240	280	320	360	400
1	4,110	1,0	0,960	0,906	0,841	0,776	0,640
2	0,275	0,991	0,960	0,897	0,840	0,751	0,662
3	0,0945	0,988	0,965	0,900	0,831	0,715	0,600
4	0,0927	0,990	0,957	0,869	0,816	0,713	0,602
5	0,1223	0,983	0,927	0,843	0,732	0,591	0,480
6	0,1674	0,907	0,922	0,803	0,695	0,553	0,473
7	0,2224	0,985	0,952	0,901	0,759	0,657	0,515
8	0,2865	0,833	0,744	0,628	0,510	0,411	0,304

В табл. 3, 4 приведены значения функции $\tau(r)$ при $d = 2$ для двух вариантов размеров обрабатываемых изображений, вычисленные по формуле (5). Ввиду малой размерности задачи ее можно решать путем перебора. Безусловный минимум в первом варианте достигается при $\hat{r} = 3$, во втором – при $\hat{r} = 4$. Условный минимум для первого варианта при $\sigma \leq 100$ совпадает с безусловным, а для второго варианта

$$\hat{r} = \begin{cases} 4, & \sigma \leq 240; \\ 3, & 240 < \sigma < 280. \end{cases}$$

Если использовать корреляционные алгоритмы с аппроксимацией решающей функции в окрестности максимума [5], то за счет более точного определения координат экстремума на первом уровне возможно увеличение эффективности двухуровневого алгоритма, которое иллюстрируется зависимостью $P_{п}(\sigma)$ при $r = 3$ и $d = 2$, приведенной в графе $r^* = 3$ табл. 3. Увеличение времени вычислений в случае применения такого алгоритма составило 6 и 1% для первого и второго вариантов соответственно.

Выводы. Определены оптимальные размеры усредняющего окна, которое используется на первом уровне двухуровневого корреляционного алгоритма привязки изображений в двумерных КЭСН. Результаты могут быть использованы при выборе оптимальных по быстродействию параметров соответствующего алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Баклицкий В.К., Бочкарев А.М., Мусьяков М.П. Методы фильтрации сигналов в корреляционно-экстремальных системах. – М.: Радио и связь, 1986. – 216 с.*
2. *Антюфеев В.И., Макаренко Б.И. Теоретическая оценка эффективности алгоритмов локализации целей в двумерных КЭСН // Электромагнитные волны и электронные системы. – 1997. – Т. 2, № 6. – С. 83 – 89.*
3. *Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. – М.: Наука, 1966. – 296 с.*
4. *Гуткин Л.С. Оптимизация радиоэлектронных устройств по совокупности показателей качества. – М.: Сов. радио, 1975. – 234 с.*
5. *Антюфеев В.И., Бакулин И.Е., Быков В.Н и др. Повышение точности местоопределения радиометрических корреляционно-экстремальных систем навигации путем использования методов приближения решающей функции. (Сообщение 1) // Радиотехника. – 2002. – Вып. 124. – С. 84 – 89.*

Поступила 9.09.2003

АНТЮФЕЕВ Валерий Иванович*, доктор техн. наук, ст. научный сотрудник, главный научный сотрудник научного центра при ХВУ. В 1969 году окончил ХГУ. Область научных интересов – системы навигации летательных аппаратов, цифровая обработка изображений.*

БЫКОВ Виктор Николаевич*, канд. техн. наук, ст. научный сотрудник, начальник НИО научного центра при ХВУ. В 1971 году окончил ХВКИУ. Область научных интересов – системы навигации летательных аппаратов, дистанционное зондирование Земли, цифровая обработка изображений.*

ШОКИН Максим Геннадиевич, *научный сотрудник НИО научного центра при ХВУ. В 1996 году окончил ХВУ. Область научных интересов – системы навигации летательных аппаратов, цифровая обработка изображений.*