УДК 621.396.98

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВОЙ ОРИЕНТАЦИИ ПРИ ВТОРИЧНОЙ ОБРАБОТКЕ ФАЗОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В АППАРАТУРЕ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

д.т.н., проф. В.П. Деденок, к.т.н. Г.Г. Писарёнок,
к.т.н. С.Н. Флерко, О.И. Вотяков

Представлена методика оценки потенциальной точности угломерных определений по первым разностям фазовых измерений в аппаратуре спутниковых радионавигационных систем (GPS и ГЛОНАСС), учитывающая влияние систематических погрешностей.

В настоящее время опубликовано значительное число работ, посвященных задачам определения угловой ориентации объектов с помощью сигналов и аппаратуры спутниковых радионавигационных систем (СРНС) [1 – 3]. **Анализ указанной литературы** показал, что получить необходимую для практики точность угловой ориентации позволяют фазовые интерферометры с короткой базой, использующие сигналы СРНС и жестко связанные с объектом. Например, в [3] рассмотрено применение методов теории оптимальной фильтрации марковских процессов для определения угловой ориентации движущихся объектов, получена оценка потенциальной точности определения угловой ориентации и предложен способ устранения фазовой неоднозначности (ФН) измерений на основе метода дополнительной переменной. Однако при оценивании потенциальной точности игнорировались систематические погрешности, вызванные ФН и вносимых приемной аппаратурой.

Постановка проблемы заключается в оценке потенциальной точности определения угловой ориентации неподвижного объекта по результатам вторичной обработки первых разностей фазовых измерений СРНС с учетом возможных систематических погрешностей. Идея определения угловой ориентации объекта, содержащейся в фазе высокочастотного заполнения сигналов навигационных спутников (НС), основана на связи ориентации объекта с разностью времен прихода сигналов на разнесенные по площади объекта антенны аппаратуры потребителя СРНС и показана на рис. 1. Модель измерений по сигналам СРНС для определения угломерных параметров объектов можно представить в следующем виде [3]:

$$\hat{q}_j = \psi_{xj}X + \psi_{yj}Y + \psi_{zj}Z - \xi_j + \delta q_j, \qquad (1)$$

где $\psi_{xj} = (\tilde{X}_j - x)/R_j; \psi_{yj} = (\tilde{Y}_j - y)/R_j; \psi_{zj} = (\tilde{Z}_j - z)/R_j$ – направляющие косинусы вектора, совпадающего по направлению с направлением на спутник; $(\tilde{X}_j, \tilde{Y}_j, \tilde{Z}_j)$ – известные координаты j-го спутника в Гринвичской геоцентрической системе координат; (x, y, z) – координаты объекта (известные координаты Ант1); $\hat{q}_j = (\lambda\Delta\hat{\phi}^j_{21})/B_{21}$; $\Delta\hat{\phi}^j_{21}$ – измеренное значение дробной части разности фаз; $X = \mathrm{Cos}\beta_x$ (аналогично для Y и Z); $\mathrm{Cos}\beta_x$, $\mathrm{Cos}\beta_y$, $\mathrm{Cos}\beta_z$ – неизвестные направляющие косинусы вектора-базы, представляющие собой координаты вектора единичной длины, который по направлению совпадает с базовой линией B_{21}; $\xi_j = (\lambda/B_{21})\left(N^j_{21} + \delta_j\right)$ – неизвестная систематическая погрешность измерений относительно j-го спутника, которая включает ФН и собственно систематическую погрешность; N^j_{21} – неоднозначность фазовых измерений; δ_j – суммарная систематическая погрешность измерений (остаточные ионосферные, тропосферные и эфемеридно-временные, а также аппаратная составляющие); λ – длина волны сигнала (для L1 системы GPS $\lambda = 19{,}2$ см); δq_j – флуктуационная погрешность измерений.

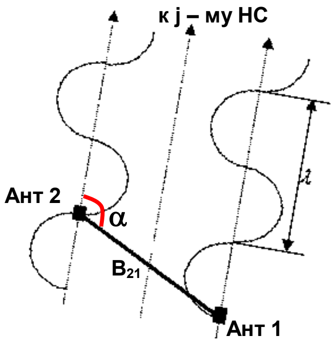

Рис. 1. Определения угловой ориентации объекта

Система уравнений (2) не может быть решена относительно одного спутника, так как в этом случае она будет содержать четыре неизвестных при одном уравнении. Если использовать все спутники, доступные в момент наблюдений, то число уравнений составит n, тогда как число неизвестных достигнет значений n + 3. Это связано с тем, что параметры X, Y и Z одинаковы для всех спутников, а параметры ξ_j за счет неоднозначности измерений различны для разных спутников.

Величины систематических погрешностей измерений связаны с аппаратной задержкой, остаточными погрешностями разностей измеренных значений и с целочисленной неоднозначностью. Аппаратная задержка возникает из-за неидентичности аналоговых трактов прохождения сигналов от Ант1 и Ант2, а также из-за взаимного их влияния друг на друга. Эта ошибка может быть описана плавно меняющейся функцией, зависящей от времени и других параметров. Аппаратная задержка может быть исключена за счет предварительной калибровки, однако на практике это неудобно и занимает значительное время. При обработке наблюдений можно использовать тот факт, что на интервалах наблюдения до нескольких часов ее значение можно считать постоянным и не изменяющимся от измерения к измерению. Принимая во внимание малое расстояние между антеннами, величиной остаточной ионосферной, тропосферной и эфемеридно-временной погрешности можно пренебречь из-за их тесной пространственной зависимости. ФН остается важнейшей проблемой обработки наблюдений. Тем не менее, особенность фазовых наблюдений, которая заключается в непрерывности их проведения, позволяет за счет привлечения доплеровских измерений контролировать изменения неизвестного значения целочисленной неопределенности в пределах одного измерительного интервала. В дальнейшем можно положить, что в пределах измерительного интервала это значение не меняется, хотя и остается неизвестным. При одном измерении в момент времени t_k число уравнений системы (1) равно n при числе неизвестных n + 3 (при условии известного значения базового расстояния между антеннами, иначе – n + 4), где n – число спутников. По этой причине (1) является недоопределенной и непосредственное ее решение без наличия априорного знания затруднено. С учетом принятого допущения о неподвижности объекта (X неизменны) для доопределения (1) нужно выполнить ряд измерений.

Примем, что от j-го спутника получено N_j измерений первых разностей фаз несущих $\hat{q}_{ji}$, i = 1, 2, … , N_j; j = 1, 2, … , n. Общее количество измерений по сигналам всех спутников составит $N = \sum_{j=1}^{n} N_j$. Положив, что относительно каждого спутника измерения выполняются с постоянной систематической ошибкой $\xi_j = \delta_{ап} + \delta_{Nj}$, $\delta_{ап}$ – аппаратная составляющая погрешности, δ_{Nj} – погрешность из-за неоднозначности, которые между собой статистически независимы, можно с учетом (1) записать вектор измерений для всех видимых спутников, размерностью N×1:

$$\hat{\vec{Q}} = \vec{Z} - \underline{\Psi}_{\Delta}\vec{\Delta} + \delta\vec{Q}, \qquad (2)$$

где $\vec{Z} = \underline{\Psi}_X \vec{X}$; $\vec{X} = \| X\,Y\,Z \|^T$ – вектор информационных неизвестных, подлежащих оценке; $\vec{\Delta} = \|\Delta_1\ \Delta_2 \ldots \Delta_n\|^T$;

$$\delta\vec{Q} = \left\| \delta Q_{11} \;\; \ldots \;\; \delta Q_{1N_1} \,\vdots\, \delta Q_{21} \;\; \ldots \;\; \delta Q_{2N_2} \,\vdots\, \cdots \;\; \cdots \,\vdots\, \delta Q_{n1} \;\; \ldots \;\; \delta Q_{nN_n} \right\|^{T};$$

$$\underline{\Psi}_X = \left\| \begin{array}{ccc} \Psi_{x11} & \Psi_{y11} & \Psi_{z11} \\ \Psi_{x12} & \Psi_{y12} & \Psi_{z12} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \Psi_{x1N_1} & \Psi_{y1N_1} & \Psi_{z1N_1} \\ \hline \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \hline \Psi_{xn1} & \Psi_{yn1} & \Psi_{zn1} \\ \Psi_{xn2} & \Psi_{yn2} & \Psi_{zn2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \Psi_{xnN_n} & \Psi_{ynN_n} & \Psi_{xnN_n} \end{array} \right\| \quad \text{и} \quad \underline{\Psi}_\Delta = \left\| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & \ldots & 0 \\ \hline \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \hline 0 & \ldots & 0 & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \ldots & 0 & 1 \end{array} \right\|.$$

Так как вектор измерений является случайным и распределен по нормальному закону, то с точностью до констант функция правдоподобия равна

$$P(\hat{\vec{Q}}/\vec{X},\vec{\Delta}) = C\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\hat{\vec{Q}}-(\underline{Z}-\underline{\Psi}_\Delta\vec{\Delta})\right]^{T}\underline{K}_Q^{-1}\left[\hat{\vec{Q}}-(\underline{Z}-\underline{\Psi}_\Delta\vec{\Delta})\right]\right\}, \qquad (3)$$

где $\underline{K}_Q$ – корреляционная матрица $N\times N$ погрешностей измерения навигационных параметров – первых разностей фазовых измерений.

Оценки искомого вектора $\vec{X}$ зависят от $\vec{\Delta}$ и получаются в результате совместного решения n + 3 уравнений правдоподобия вида

$$\frac{\partial\,(l\mathrm{nP})}{\partial\vec{X}} = 0 \;\;\text{и}\;\; \frac{\partial\,(l\mathrm{nP})}{\partial\vec{\Delta}} = 0\,.$$

Потенциальная точность оценивания параметров определяется корреляционной матрицей погрешностей совместно эффективных оценок этих же параметров, которая является обратной к так называемой информационной матрице Фишера. Примечательно, что потенциальная точность не зависит от конкретных алгоритмов оценивания, а определяется только видом функции правдоподобия. Согласно классической процедуре необходимо вычислить матрицу Фишера для всех параметров (информационных и «мешающих»), а затем выполнить операцию обращения. При этом часть обратной матрицы Фишера размером 3×3 будет корреляционной матрицей погрешностей эффективных оценок информационных параметров. Поскольку мешающих параметров много, то размер матрицы Фишера оказывается достаточно большим и операция обращения будет затруднительна. Распространенный способ преодоления данных трудностей состоит в усреднении функции правдоподобия по мешающим параметрам. Однако, этот способ неприемлем для рассматриваемого случая неслучайных мешающих параметров, хотя они и являются неизвестными. В [4] изложена методика вычисления корреляционной матрицы погрешностей информационных параметров, в которой не требуется усреднение функции правдоподобия. Согласно данной методике необходимо представить матрицу Фишера в блочном виде

$$J^{(X;\Delta)} = \begin{pmatrix} J^{(X,X)} & J^{(X,\Delta)} \\ J^{(\Delta,X)} & J^{(\Delta,\Delta)} \end{pmatrix}, \tag{4}$$

где $J^{(X,X)}$, $J^{(\Delta,\Delta)}$ и $J^{(X,\Delta)}$ – квадратные блоки-матрицы размерностей 3×3 и n×n и прямоугольная матрица размерностью 3×n соответственно с элементами (знак $(\overline{\quad})$ означает усреднение по Q):

$$J^{(X,X)} = \overline{\frac{\partial^2 \ln P(\vec{Q},\vec{X}_0,\vec{\Delta}_0)}{\partial^2 \vec{X}}};\ J^{(\Delta,\Delta)} = \overline{\frac{\partial^2 \ln P(\vec{Q},\vec{X}_0,\vec{\Delta}_0)}{\partial^2 \vec{\Delta}}};\ J^{(X,\Delta)} = \overline{\frac{\partial^2 \ln P(\vec{Q},\vec{X}_0,\vec{\Delta}_0)}{\partial \vec{X}\,\partial \vec{\Delta}}},$$

причем $J^{(X,\Delta)} = \left[J^{(\Delta,X)}\right]^T$.

Производные берутся при истинных значениях параметров X_0 и Δ_0. Обратная матрица (4) размерностью (3 + n)×(n + 3) дает корреляционную матрицу совместно эффективных оценок $\vec{X}$ и $\vec{\Delta}$. В принципе важными являются только точности оценок информационных параметров – верхний левый блок матрицы, обратной (4). Обозначив данный блок через $K^{(X,X)}$ и воспользовавшись формулой Фробениуса для обращения блочных (клеточных) матриц [5], можно записать:

$$K^{(X,X)} = \left(J^{(X,X)} - J^{(X,\Delta)}\left[J^{(\Delta,\Delta)}\right]^{-1} J^{(\Delta,X)}\right)^{-1} = \left(\tilde{J}^{(X)}\right)^{-1}. \tag{5}$$

В указанном случае обращение матрицы (4) размера (3 + n)×(n + 3) заменяется обращением матрицы $J^{(\Delta,\Delta)}$ размером $n \times n$, а затем – $\tilde{J}^{(X)}$ размером 3×3. Матрица $\tilde{J}^{(X)}$ имеет смысл «матрицы Фишера» информационных параметров, которая учитывает влияние мешающих параметров.

Применяя формулу обращения суммы матриц к (5), можно получить:

$$K^{(X,X)} = \left[J^{(X,X)}\right]^{-1} + \left[J^{(X,X)}\right]^{-1} J^{(X,\Delta)} S^{-1} J^{(\Delta,X)} \left[J^{(X,X)}\right]^{-1}, \tag{6}$$

где $S = J^{(\Delta,\Delta)} + J^{(\Delta,X)}\left[J^{(X,X)}\right]^{-1} J^{(X,\Delta)}$.

Применяя правило векторного дифференцирования, можно определить элементы клеточной матрицы (5):

$$J^{(X,X)} = \underline{\Psi}_X^T \underline{K}_Q^{-1} \underline{\Psi}_X,\ \dim J^{(X,X)} = 3\times 3;$$

$$J^{(X,\Delta)} = \left[J^{(\Delta,X)}\right]^T = \underline{\Psi}_X^T \underline{K}_Q^{-1} \underline{\Psi}_\Delta, \; \dim J^{(X,\Delta)} = 3 \times n .$$

Наличие в (6) второго слагаемого указывает на то, что точность полученной оценки зависит от сопутствующих неинформационных параметров – систематических погрешностей измерений. Условия, при которых целесообразно включать постоянные систематические погрешности в число оцениваемых параметров, определены в [6].

Выводы. Полученные выше выражения ((5) и (6)) позволяют выполнить оценку потенциальной точности определения параметров угловой ориентации неподвижных объектов с учетом влияния постоянных систематических погрешностей измерений. Разработанная методика позволяет на этапе вторичной обработки первых фазовых разностей фазовых измерений по сигналам СРНС принять решение о целесообразности оценивания неинформационных «мешающих» параметров, а при оценке потенциальной точности существенно снизить вычислительные трудности, возникающие за счет достаточно большого количества оцениваемых параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гофманн-Велленгоф Б., Ліхтенеггер Г., Коллінз Д. Глобальна система визначення місцеположення (GPS): Теорія і практика. – К.: Наук. думка, 1995. – 380 с.*
2. *Giulicchi L., Boccia L., Di Massa G., Amendola G. Performance Improvement for GPS-Based Attitude Determination Systems // Proceeding of ION GPS'2000. – Salt Lake City, USA. – 19 – 22 September 2000. – P. 2209 – 2215.*
3. *Флерко С.Н., Вотяков О.И. Метод определения угловых координат с разрешением неоднозначности первых разностей фазовых GPS-измерений // Системи обробки інформації. – Х. : ХВУ. – 2003. – Вип. 3. – С. 186 – 190.*
4. *Перьков А.Е. Синтез и анализ алгоритмов определения пространственной ориентации объекта по сигналам навигационных спутников // Радиотехника – Радиосистемы. – 2000. – Вып. 46, № 7. – С. 86 – 95.*
5. *Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. – М.: Радио и связь, 1993. – 416 с.*
6. *Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. – М.: Сов. радио, 1978. – 384 с.*

Поступила 9.09.2003

***ДЕДЕНОК Виктор Петрович**, докт. техн. наук, профессор, начальник научного центра при Харьковском военном университете. В 1975 году окончил ВИРТА ПВО. Область научных интересов – адаптивная обработка информации в космических системах.*

***ПИСАРЁНОК Георгий Георгиевич**, канд. техн. наук, доцент, ведущий научный сотрудник научного центра при ХВУ. Окончил ВИРТА ПВО в 1968 году. Область научных интересов – вторичная обработка радиолокационной и радионавигационной информации.*

***ФЛЕРКО Сергей Николаевич**, канд. техн. наук, доцент, заместитель начальника НИО научного центра при ХВУ. Окончил ХВУ в 1994 году. Область научных интересов – системы и комплексы спутниковой навигации и геодезии. E-mail: flerko@ukr.net.*

***ВОТЯКОВ Олег Иванович**, старший научный сотрудник научного центра при ХВУ. Окончил ХВВКИУ РВ в 1986 году. Область научных интересов – системы и комплексы спутниковой навигации и геодезии.*