

## ТРЕХМЕРНАЯ БИНОМИАЛЬНО-ПОЛИАДИЧЕСКАЯ НУМЕРАЦИЯ

к.т.н. В.В. Баранник  
(представил д.т.н, проф. А.В. Королёв)

*Доказывается теорема о трехмерной биномиально-полиадической нумерации. На основе доказанной теоремы разрабатывается компактное представление трехмерных структур видеоданных. Проводятся исследования разработанного метода по степени сжатия видеоданных.*

**Введение.** Дальнейшее развитие телекоммуникационных систем связано с решением противоречия между растущими объемами видеоданных, которые требуется передавать в реальном времени с нулевой погрешностью и ограниченными возможностями каналов связи по скорости передачи. Добиться решения данного противоречия можно на основе разработки методов компактного представления. Проведенный анализ существующих методов обработки с нулевой погрешностью выявил, что они не обеспечивают степень сжатия, необходимую для передачи данных в реальном времени [1, 2]. Одно из направлений повышения эффективности методов кодирования заключается в трехмерной обработке изображений. Это объясняется тем, что в данном случае будут учитываться структурные и статистические свойства изображений одновременно по трем координатам, что дает возможность для устранения большего количества избыточности по сравнению с количеством исключаемой избыточности в двухмерных областях. Однако, известные методы кодирования с нулевой погрешностью проводят обработку только в двухмерных областях. Таким образом, **целью статьи** является разработка кодирования видеоданных с нулевой погрешностью за счет исключения трехмерной структурной избыточности.

**Обоснование возможности организации трехмерной обработки на основе биномиально-полиадического представления видеоданных.** Для организации трехмерной обработки кодирование должно удовлетворять следующим свойствам [3, 4]:

1. Параметры кода должны учитывать характеристики изображений одновременно по трем координатам.
2. Параметры кода должны настраиваться (адаптироваться) к кон-

кретному содержанию трехмерных структур видеоданных (ТСВ).

3. Видеоданные должны обрабатываться в реальном времени и с нулевой погрешностью.

4. Кодирование должно обеспечивать дополнительное сокращение избыточности за счет перехода от двухмерной к трехмерной обработке.

5. Длина кодов должна быть равномерной для различных ТСВ.

Биномиально-полиадическое (БП) кодирование удовлетворяет предъявляемым требованиям, поскольку обладает следующими свойствами [5]:

1. Осуществляет компактное представление видеоданных с нулевой погрешностью.

2. Весовые коэффициенты БП кодирования одновременно зависят от нескольких параметров: значения суммы элементов в обрабатываемой последовательности; величины ограничений на динамический диапазон в строках обрабатываемого массива; минимальных значений в строках массива видеоданных. Это позволяет одновременно учитывать различные характеристики обрабатываемых массивов видеоданных по двум направлениям.

3. Параметры весовых БП коэффициентов определяются для каждого массива в отдельности, т.е. адаптируются к структурным характеристикам каждого фрагмента изображения.

4. На биномиально-полиадическое кодирование требуется количество операций порядка  $O(n^3)$ , что позволяет на основе современных вычислительных средств организовать обработку в реальном времени.

Однако, полученное БП кодирование позволяет сжимать только двухмерные массивы, поэтому для осуществления трехмерной обработки требуется разработать трехмерную биномиально-полиадическую нумерацию.

**Разработка трехмерной биномиально-полиадической нумерации.** Для обоснования возможности проведения БП кодирования одновременно по трем координатам сформулируем определение и докажем теорему о трехмерной нумерации.

**Определение 1.** Трехмерным биномиально-полиадическим числом (ТБПЧ) называется число, элементами которого являются элементы трехмерной структуры видеоданных (от одного элемента до всей ТСВ), удовлетворяющие одновременно системам ограничений:

– на сумму  $w$  элементов

$$w = \sum_{z=1}^q \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m a_{ijz}, \quad (1)$$

где  $a_{ijz}$  –  $ijz$ -й элемент ТСВ;  $i, j, z$  – индексы соответственно строки, столбца и горизонтального сечения ТСВ;  $m, n, q$  – соответственно коли-

чество строк, столбцов и горизонтальных сечений в ТСВ;

– на динамический диапазон в строках горизонтальных сечений

$$a_{ijz} \leq \lambda_{iz} - 1, \quad i = \overline{1, m}, \quad z = \overline{1, q}, \quad (2)$$

где  $\lambda_{iz}$  – максимальное значение элемента ТСВ в  $i$ -й строке,  $z$ -го горизонтального сечения.

**Теорема о нумерации трехмерных биномиально-полиадических чисел.** Для любого трехмерного биномиально-полиадического числа, целочисленные элементы которого удовлетворяют ограничениям (1) и (2) по известным значениям размеров трехмерных структур видеоданных  $m, n, q$  и суммы  $w$ , можно сформировать код-номер  $N(w, \Lambda)_{mnq}$ :

$$N(w, \Lambda)_{mnq} = \sum_{z=1}^q \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m V \left( w_{ijz}, a_{m_i, n_j, q_z}, \Lambda^{(h_{ijz}-1)} \right)_{m_i, n_j, q_z}; \quad (3)$$

$$V \left( w_{ijz}, a_{m_i, n_j, q_z}, \Lambda^{(h_{ijz}-1)} \right)_{h_{ijz}} = \binom{h_{ijz}-1 + w_{ijz}}{h_{ijz}-1} -$$

$$- n \sum_{\zeta=1}^{q-z} \sum_{\gamma=1}^m V \left( w_{ijz} - \lambda_{\gamma, \zeta}^{(m_i, n_j, q_z)}, \Lambda^{(h_{ijz}-1)} \right)_{h_{ijz}} -$$

$$- (n-j) \sum_{\gamma=1}^m V \left( w_{ijz} - \lambda_{\gamma, z}^{(m_i, n_j, q_z)}, \Lambda^{(h_{ijz}-1)} \right)_{h_{ijz}} -$$

$$- \sum_{\gamma=1}^{m-i+1} V \left( w_{ijz} - \lambda_{\gamma, z}^{(m_i, n_j, q_z)}, \Lambda^{(h_{ijz}-1)} \right)_{h_{ijz}}, \quad \text{е с л и } w_{ijz} \leq w_{sr_{ijz}}; \quad (4)$$

$$V \left( w_{ijz}, a_{m_i, n_j, q_z}, \Lambda^{(h_{ijz}-1)} \right)_{h_{ijz}} =$$

$$= V \left( w_{\max_{ijz}} - w_{ijz}, \lambda_{m_i, n_j, q_z} - a_{m_i, n_j, q_z}, \Lambda^{(h_{ijz}-1)} \right)_{h_{ijz}}, \quad \text{е с л и } w_{ijz} > w_{sr_{ijz}}, \quad (5)$$

где  $V \left( w_{ijz}, a_{m_i, n_j, q_z}, \Lambda^{(h_{ijz}-1)} \right)_{h_{ijz}}$  – значение весового коэффициента

для  $a_{m_i, n_j, q_z}$ -го элемента ТБПЧ с координатами  $m_i, n_j, q_z$ ;  $m-i+1=m_i$ ,  $n-j+1=n_j$ ,  $q-z+1=q_z$  – соответственно количество необработанных элементов в строке, столбцов, горизонтальных сечений на  $ijz$ -м шаге обработки соответственно по строке, по столбцу и по горизонтальному сечению;  $h_{ijz}$  – количество необработанных элементов на  $ijz$ -м шаге обработки соответственно по строке, по столбцу и по горизонтальному сечению

$$h_{ijz} = (q-z)mn + (n-j)m + (m-i+1); \quad (6)$$

$w_{ijz}$  – сумма  $h_{ijz}$  элементов ТБПЧ

$$w_{ijz} = \sum_{\zeta=1}^{q-z} \sum_{\chi=1}^n \sum_{\gamma=1}^m a_{\gamma\chi\zeta} + \sum_{\chi=1}^{n-j} \sum_{\gamma=1}^m a_{\gamma\chi z} + \sum_{\gamma=1}^{m-i+1} a_{\gamma jz}; \quad (7)$$

$w_{sr_{ijz}}$ ,  $w_{max_{ijz}}$  – соответственно среднее и максимальное значение суммы на  $ijz$ -м шаге обработки, равные

$$w_{sr_{ijz}} = \left[ \left( n \sum_{\zeta=1}^{q-z} \sum_{\gamma=1}^m \lambda_{\gamma\zeta} + (n-j) \sum_{\gamma=1}^m \lambda_{\gamma z} + \sum_{\gamma=1}^{m-i+1} \lambda_{\gamma z} \right) / 2 \right]; \quad (8)$$

$$w_{max_{ijz}} = n \sum_{\zeta=1}^{q-z} \sum_{\gamma=1}^m \lambda_{\gamma\zeta} + (n-j) \sum_{\gamma=1}^m \lambda_{\gamma z} + \sum_{\gamma=1}^{m-i+1} \lambda_{\gamma z}; \quad (9)$$

$\Lambda^{(h_{ijz}-1)}$  – вектор оснований для необработанных элементов ТБПЧ:

$$\Lambda^{(h_{ijz}-1)} = \{\lambda_{m_i, n_j, q_z}, \dots, \lambda_{1, n_j, q_z}, \dots, \lambda_{1, 1, q_z}, \dots, \lambda_{1, 1, 1}\}; \quad (10)$$

$\lambda_{\gamma, \zeta}^{(m_i, n_j, q_z)}$  – величина ограничения на динамический диапазон для элементов  $\{a_{\gamma, \chi, \zeta}\}_{\chi=1, n}$  на  $ijz$ -м шаге обработки, причем  $\lambda_{m_i, n_j, q_z}^{(m_i, n_j, q_z)} = a_{m_i, n_j, q_z}$ .

**Доказательство.** Для доказательства рассмотрим элемент  $a_{m_i, n_j, q_z}$  на  $ijz$ -м шаге обработки. Вычисление весового коэффициента  $V \left( w_{ijz}, a_{m_i, n_j, q_z}, \Lambda^{(h_{ijz}-1)} \right)_{h_{ijz}}$  для каждого элемента БП числа зависит от параметров  $w_{ijz}$  и  $\Lambda^{(h_{ijz}-1)}$ , которые определяются количеством и величиной необработанных элементов. Поскольку обработка проводится в направлении, начиная со старших элементов и заканчивая младшими элементами ТБПЧ, то ему предшествует  $h_{ijz}-1$  необработанных элементов (более младших элементов ТБПЧ). Сумма для  $h_{ijz}$  элементов находится по формуле (7) и будет равна  $w_{ijz}$ . Система ограничений на динамические диапазоны необработанных элементов задается перечислением (10). Тогда вычисление весового коэффициента для элемента  $a_{m_i, n_j, q_z}$  ТБПЧ можно представить в виде весового коэффициента для БП числа с количеством необработанных элементов  $h_{ijz}$ . В этом случае получим выражения (4) и (5). Поскольку значе-

ния весовых коэффициентов не зависят друг от друга, то просуммировав величины  $V \left( w_{ijz}, a_{m_i, n_j, q_z}, \Lambda^{(h_{ijz}-1)} \right)_{h_{ijz}}$  для всех элементов ТСВ, получим

выражение (3) для кода-номера трехмерного биномиально-полиадического числа. **Теорема доказана.**

Таким образом, доказано, что биномиально-полиадическое кодирование позволяет сформировать код-номер для трехмерных структур видеоданных.

**Выводы.** 1. Сформулирована и доказана теорема о трехмерной биномиально-полиадической нумерации видеоданных. На основе доказанной теоремы разработано компактное представление трехмерных структур видеоданных. В этом случае сжатие данных достигается за счет устранения трехмерной структурной избыточности.

2. Экспериментальная обработка реалистических изображений показывает, что трехмерное биномиально-полиадическое кодирование обеспечивает выигрыш по степени сжатия относительно двухмерного биномиально-полиадического кодирования в среднем в 2,2 раза. При этом значения коэффициентов сжатия для разработанного кодирования изменяются в пределах от 5 до 25 раз в зависимости от степени насыщенности изображений мелкими деталями. Это обеспечивается тем, что учитываются структурные и статистические свойства изображений одновременно по трем координатам и снижается количество разрядов, отводимых на представление служебной информации, приходящейся на один элемент видеоданных.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зубарев Ю.В., Дворкович В.П. *Цифровая обработка телевизионных и компьютерных изображений.* – М.: МЦНТИ, 1997. – 212 с.
2. Ватолин В.И., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В. *Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео.* – М.: ДИАЛОГ – МИФИ, 2002. – 384 с.
3. Королёв А.В. *Версификационная избыточность изображений // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті.* – 2002. – № 2. – С. 26 – 30.
4. Баранник В.В. *Метод трехмерного кодирования данных // Системи обробки інформації.* – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2003. – Вип. 1. – С. 42 – 46.
5. Баранник В.В. *Метод одномерного биномиально-полиадического кодирования // ІКСЗТ.* – 2003. – № 2. – С. 61 – 66.

Поступила 15.12.2003

**БАРАННИК Владимир Викторович**, канд. техн. наук, ст. научн. сотрудник ИВЦ ХВУ. В 1994 году окончил ХВУ. Область научных интересов – обработка и передача информации.