

## АЛГОРИТМ БЫСТРОГО ПОИСКА РАЦИОНАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАДАЧ ПО УЗЛАМ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ

к.в.н. А.Н. Явтушенко, к.т.н. Г.А. Кучук, к.т.н. А.А. Пашнев  
(представил д.т.н., проф. А.В. Королёв)

*Предлагается алгоритм быстрого поиска рационального распределения задач по узлам информационно-телекоммуникационной сети, минимизирующего среднюю задержку пакета данных в ней и обеспечивающего учет требования надежности обработки задач в сети и их приоритетности, позволяющий достичь высокой вычислительной эффективности.*

**Введение.** Как уже отмечалось в [1], эффективность обработки задач в информационно-телекоммуникационной сети (ИТС) определяется средним временем реакции сети на запросы абонентов к задачам, обрабатываемым в ней. При этом основным компонентом, определяющим время реакции ИТС на запрос абонента к задаче, обрабатываемой в сети, является задержка входного и выходного сообщений по запросу абонента к задаче, зависящая от средней задержки пакета данных в сети. Анализ средней задержки пакета данных в сети, проведенный в [2 – 4], показал, что определяющими параметрами, влияющими на величину средней задержки пакета данных в ИТС, являются длина маршрутов и интенсивность потоков данных, передаваемых по ним. Это позволило получить целевую функцию [1], определяемую суммарным произведением интенсивностей обмена задач, обрабатываемых в сети с их абонентами и длин кратчайших маршрутов между каждой парой узлов ИТС, минимизирующую среднюю задержку пакета данных в ней. Однако, в данной постановке вопроса рационального распределения задач по узлам информационно-телекоммуникационной сети не были учтены требования к надежности обработки задач в ИТС и их приоритетности, а также не проводился анализ временных характеристик выполнения соответствующих алгоритмов. Учитывая изложенные требования, постановка вопроса рационального распределения задач по узлам ИТС может быть сформулирована следующим образом. Необходимо сформировать такое распределение  $\gamma$  задач по узлам информационно-телекоммуникационной сети, для которого

суммарное произведение интенсивностей обмена задач, обрабатываемых в сети с их абонентами и длин кратчайших маршрутов между каждой парой узлов сети принимает минимальное значение с учетом требования надежности обработки задач в ИТС и их приоритетности.

**Целью статьи** является разработка алгоритма быстрого поиска рационального распределения задач по узлам ИТС, минимизирующего среднюю задержку пакета данных в ней и обеспечивающего учет требования надежности обработки задач в ИТС и их приоритетности.

**1. Формализация постановки задачи.** Зададим множества узлов ИТС  $Y$  и независимых друг от друга задач  $Z$ , описываемые кортежами  $\langle Y, \varphi_Y, H_Y \rangle$  и  $\langle Z, \varphi_Z, U_Z \rangle$ . Тогда необходимо распределить задачи  $z_b \in Z$ ,  $1 \leq b \leq h_Z$ , по узлам  $y_a \in Y$ ,  $1 \leq a \leq h_Y$ , так, чтобы целевая функция распределения  $\gamma$  [1]:

$$F(\gamma) = \frac{1}{u_{Z_{\max}}} \cdot \sum_{a=1}^{h_Y} \sum_{b=1}^{h_Z} k_{b,a} \cdot s_{z_b,a}, \quad (1)$$

принимала минимальное значение при выполнении условий:

- 1)  $\forall z_b \in Z \quad \sum_{a=1}^{h_Y} k_{b,a} = 1, \quad \sum_{a=1}^{h'_Y} k'_{b,a} \leq 1;$
- 2)  $\forall y_a \in Y \quad \sum_{b=1}^{h_Z} k_{b,a} \cdot \varphi_{z_b} \leq \varphi_{y_a};$
- 3)  $\forall y_a \in Y \setminus Y' \quad \sum_{b=1}^{h_Z} k'_{b,a} \cdot \varphi_{z_b} \leq \varphi'_{y_a},$

где  $u_{Z_{\max}} = \sum_{b=1}^{h_Z} \sum_{i=1}^{h_Y} u_{z_b,i}$  – максимальная суммарная интенсивность обмена

задач, обрабатываемых в ИТС с их абонентами;  $s_{z_b,a} = \sum_{i=1}^{h_Y} u_{z_b,i} \cdot h_{w_{a,i}}$  – штраф при распределении задачи  $z_b \in Z$  на узел  $y_a \in Y$ ;  $h_Y = |Y|$ ;  $h_Z = |Z|$ ;

$$k_{b,a} = \begin{cases} 1, & \text{если } z_b^{(\gamma)} \rightarrow y_a; \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases} \quad k'_{b,a} = \begin{cases} 1, & \text{если } z_b^{(\gamma')} \rightarrow y_a; \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$Y'$  – множество узлов ИТС с недоступными вычислительными ресурсами (ВР);  $h'_Y$  – число узлов ИТС со свободными доступными ВР;

$\varphi_Z = (\varphi_{z_1}, \dots, \varphi_{z_{h_Z}})$  – вектор требуемых ВР ИТС по всем задачам множества

$Z$ ;  $\varphi_{z_b}$  – требуемый ВР для обработки задачи  $z_b \in Z$ ;  $\varphi_y = (\varphi_{y_1}, \dots, \varphi_{y_{h_y}})$  – вектор доступных ВР ИТС;  $\varphi_{y_a}$  – доступный ВР узла  $y_a \in Y$ ;  $\varphi'_{y_a}$  – свободный доступный ВР узла  $y_a \in Y$  после распределения  $\gamma$  задач  $z_b \in Z$  по узлам  $y_a \in Y$ ;  $U_z = \left\| u_{z_b, a} \right\|$  – матрица размером  $h_z \times h_y$ , определяющая интенсивность обмена каждой задачи множества  $Z$  с каждым узлом множества  $Y$ ;  $u_{z_b, i}$  – интенсивность обмена задачи  $z_b \in Z$  с узлом  $y_i \in Y$ ;  $H_w = \left\| h_{w_{a, j}} \right\|$  – квадратная матрица длин кратчайших маршрутов между каждой парой узлов ИТС;  $h_{w_{a, i}}$  – длина кратчайшего маршрута между узлами  $y_a$  и  $y_i$ , определяемая числом каналов передачи данных, входящих в маршрут;  $\gamma'$  – резервное распределение задач  $z_b \in Z$  по узлам  $y_a \in Y \setminus Y'$ .

На основе совокупностей значений  $s_{z_b, a}$  составляется матрица штрафов распределения  $\gamma$  –  $S_z = \left\| s_{z_b, a} \right\|$ . При этом в случае недопустимости распределения задачи  $z_b$  на узел  $y_a$ , например, если  $\varphi_{z_b} > \varphi_{y_a}$ , значение  $s_{z_b, a}$  принимается равным бесконечности.

Для множества задач  $Z$  формируется вектор минимальных штрафов  $\mathbf{s}_{z_{\min}} = (s_{z_{\min_1}}, \dots, s_{z_{\min_{h_z}}})$ , где  $s_{z_{\min_b}} = \min_{s_{z_b, a}}$  определяет минимальный штраф при распределении задачи  $z_b$  на узел множества  $Y$ . На базе матрицы  $S_z$  формируется матрица  $S'_z = \left\| s'_{z_b, a} \right\|$ , у которой  $s'_{z_b, a} = s_{z_b, a} - s_{z_{\min_b}} + 1$ . В качестве базовых элементов определяются все элементы матрицы  $S'_z$ , кроме тех, значения которых равны  $s'_{z_b, a} = \infty - s_{z_{\min_b}} + 1$ . Пусть максимальное значение базового элемента матрицы  $S'_z$  равно  $s'_{z_{\max}}$ .

На основе матрицы  $S'_z$  формируется матрица  $N_z = \left\| n_{z_{a, j}} \right\|$ , где  $1 \leq j \leq s'_{z_{\max}}$ , при этом величина  $s'_{z_{\max}}$  округляется до ближайшего целого значения. Каждая вектор-строка  $\mathbf{n}_{z_a} = (n_{z_{a_1}}, \dots, n_{z_{a_{s'_{z_{\max}}}}})$  матрицы  $N_z$  соответствует узлу  $y_a \in Y$ , а ее компоненты  $n_{z_{a_j}}$  содержат номера задач  $z_b \in Z$ , распределенных на узел  $y_a$ , для которых значение штрафа при распреде-

лении на узел  $u_a$  больше соответствующих им значений минимальных штрафов, определяемых вектором  $\mathbf{s}_{z_{\min}}$  на величину  $s'_{z_{b,a}} - 1$ , при этом индекс  $j$  компонента  $\mathbf{n}_{z_{a,j}}$  определяется как  $j = s'_{z_{b,a}}$ .

Алгоритм поиска рационального распределения задач множества  $Z$  по узлам множества  $Y$  имеет итерационный характер. На каждой  $k$ -й итерации, где  $k \leq s'_{z_{\max}}$ , рассматривается матрица  $N_z^k$ , составленная из  $k$  первоочередных столбцов матрицы  $N_z$ . В соответствии с полученной матрицей  $N_z^k$ , производится попытка сформировать допустимое распределение задач множества  $Z$  по узлам сети. Если такое распределение будет получено для матрицы  $N_z^k$  при  $k=1$ , то, очевидно, что оно является оптимальным. В этом случае каждая задача  $z_b \in Z$  распределяется на тот узел множества  $Y$ , для которого величина штрафа  $s_{z_{b,a}}$  принимает минимальное значение.

**2. Описание алгоритма.** Рассмотрим пошагово алгоритм, осуществляющий поиск рационального распределения задач множества  $Z$  по узлам информационно-телекоммуникационной сети, минимизирующего среднюю задержку пакета данных в ней и обеспечивающего учет требования надежности обработки задач в ИТС и их приоритетности, с соответствующими временными требованиями к времени выполнения.

**Шаг 1.** Введем множество  $V_z$  задач, распределенных по узлам сети, и дополнительный вектор  $\mathbf{v} = (\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{h_y})$ . Определим  $V_z = 0$ ,  $\mathbf{v}_a = 0$ , где  $1 \leq a \leq h_y$ . Для каждой вектор-строки  $\mathbf{n}_{z_a}^k$  матрицы  $N_z^k$  сформируем множество  $M_{z_a} = \left\{ \mathbf{n}_{z_a}^k \right\} \setminus \left( V_z \cap \left\{ \mathbf{n}_{z_a}^k \right\} \right)$ . Вычислим величину требуемого вычислительного ресурса узла  $u_a$  для обработки задач множества  $M_{z_a}$   $\varphi_{z_a} = \sum_{z_b \in M_{z_a}} \varphi_{z_b}$  и осуществим проверку на допустимость распределения задач множества  $M_{z_a}$  на узле  $u_a$ .

В процессе формирования множества  $M_{z_a}$  каждый элемент множеств  $V_z$ ,  $M_{z_a}$  и  $\left\{ \mathbf{n}_{z_a}^k \right\}$  представлен кортежем  $\langle b, a, j \rangle$ , где  $b$  – номер задачи  $z_b$ ;  $a$  – индекс строки матрицы  $N_z^k$ , в которой находится задача  $z_b$ ;  $j$  – индекс столбца матрицы  $N_z^k$ , в которой находится задача  $z_b$ . Пересе-

чением множеств  $V_z \cap \{n_{z_a}^k\}$  является множество  $P_z$ , составленное из задач, имеющих одинаковые номера в множествах  $V_z$  и  $\{n_{z_a}^k\}$ , для которых индекс  $j$  столбца матрицы  $N_z^k$  в множестве  $\{n_{z_a}^k\}$  больше или равен индексу  $j$  столбца матрицы  $N_z^k$  в множестве  $V_z$ . В результате выполнения операции  $\{n_{z_a}^k\} \setminus P_z$  в множество  $M_{z_a}$  включаются такие задачи множества  $\{n_{z_a}^k\}$ , номера которых отсутствуют в множестве  $P_z$ . В случае, если в множествах  $\{n_{z_a}^k\}$  и  $P_z$  имеет место задача с одинаковым номером, то она включается в результирующее множество  $M_{z_a}$ , если ее индекс  $j$  столбца матрицы  $N_z^k$  в множестве  $\{n_{z_a}^k\}$  меньше, чем в множестве  $P_z$ . Если  $\varphi_{z_a} > \varphi_{y_a}$ , то из множества  $M_{z_a}$  исключается вновь включенная задача множества  $\{n_{z_a}^k\}$  и осуществляется переход к анализу следующей вектор-строки  $n_{z_a}^k$  матрицы  $N_z^k$ , иначе данная вектор-строка считается допустимой и  $V_z = V_z \cup M_{z_a}$ . Результатом объединения  $V_z \cup M_{z_a}$  является множество, составленное из задач множеств  $V_z$  и  $M_{z_a}$ , при этом, если в множествах  $V_z$  и  $M_{z_a}$  имеет место задача с одинаковым номером  $b$  и индексами столбцов матрицы  $N_z^k$   $j_1$  и  $j_2$ , то в результате объединения в множество  $V_z$  включается задача с номером  $b$  и индексом  $j_1$ , если  $j_1 \leq j_2$ , или с индексом  $j_2$ , если  $j_1 > j_2$ . В векторе  $\mathbf{v}$  компонент  $v_a = 1$ , если  $\forall z_b \in \{n_{z_a}^k\} \setminus M_{z_a} \mid \varphi_{z_a} + \varphi_{z_b} \geq \varphi_{y_a}$ .

После перебора всех строк матрицы  $N_z^k$  процесс формирования множества  $V_z$  и вектора  $\mathbf{v}$  циклически продолжается, начиная с очередной вектор-строки  $n_{z_a}^k$  матрицы  $N_z^k$ , для которой компонент  $v_a$  вектора  $\mathbf{v}$  принимает значение  $v_a = 0$ . Процесс формирования множества  $V_z$  и вектора  $\mathbf{v}$  заканчивается в том случае, если при очередном анализе строк матрицы  $N_z^k$  выполняется условие  $V_z = Z$  или  $\forall y_a \in Y \mid v_a = 1 \vee v_a = 0 \wedge V_z \cap \{n_{z_a}^k\} \setminus \{n_{z_a}^k\} = \emptyset$ , где  $V_z' = Z \setminus V_z$  – множество

нераспределенных задач множества  $Z$ . Если  $V_z = Z$ , то принимается решение о допустимости распределения задач множества  $Z$  по узлам множества  $Y$ , на основе множества  $V_z$  формируется множество  $B_z^{(\gamma)}$ , определяющее базовое допустимое распределение  $\gamma$  задач  $z_b \in Z$  по узлам  $y_a \in Y$  и осуществляется переход к выполнению шага 3, а иначе – к выполнению шага 2.

**Шаг 2.** Рассматриваются последовательно вектор-строки  $\mathbf{n}_{z_a}$  матрицы  $N_z$ . Для каждой вектор-строки  $\mathbf{n}_{z_a}$  матрицы  $N_z$  на базе составляющих ее задач формируются все возможные максимально допустимые их сочетания, каждое из которых может быть распределено на выбранном узле  $y_a$ . Под понятием максимально допустимое сочетание задач на узле  $y_a$  понимается такое сочетание задач, определяемое множеством  $D_{z_{a_i}}$ , которое не может быть дополнено любой из оставшихся задач множества  $\{\mathbf{n}_{z_a}\} \setminus D_{z_{a_i}}$  без нарушения условия  $\varphi_{z_{a_i}} \leq \varphi_{y_a}$ , т.е.  $\forall z_b \in \{\mathbf{n}_{z_a}\} \setminus D_{z_{a_i}} \mid \varphi_{z_{a_i}} + \varphi_{z_b} > \varphi_{y_a}$ ,  $1 \leq i \leq h_a$ , где  $h_a$  – число максимально допустимых сочетаний задач для узла  $y_a$ ;  $D_{z_{a_i}}$  – множество, составленное из задач, определяющее максимально допустимое их сочетание при распределении на узле  $y_a$ ;  $\varphi_{z_{a_i}} = \sum_{z_b \in D_{z_{a_i}}} \varphi_{z_b}$  – требуемый ВР узла  $y_a$  для обработки задач множества  $D_{z_{a_i}}$ . При этом ни одно из множеств  $D_{z_{a_i}}$  не может являться подмножеством другого множества  $D_{z_{a_{i+1}}}$ . Каждый элемент множества  $D_{z_{a_i}}$  определяется кортежем  $\langle b, a, j \rangle$ .

Представим все возможные максимально допустимые сочетания задач вектор-строки  $\mathbf{n}_{z_a}$  в виде суммы  $D_{z_a} = \sum_{i=1}^{h_a} D_{z_{a_i}}$ . Для нахождения допустимого распределения задач  $z_b \in Z$  по узлам  $y_a \in Y$  формируется множество  $B_z = \bigcup_{a=1}^{h_y} D_{z_a}$  всех возможных максимально допустимых сочетаний задач по всем вектор-строкам  $\mathbf{n}_{z_a}$  матрицы  $N_z$ .

В результате последовательного объединения множеств  $D_{z_a}$ ,  $1 \leq a \leq h_y$ , формируются все возможные допустимые распределения за-

дач матрицы  $N_z$ . Объединение множеств  $D_{z_a}$  и  $D_{z_{a+1}}$  осуществляется по следующим правилам. Если при объединении двух элементов множеств  $D_{z_a}$  и  $D_{z_{a+1}}$  в каждом из них присутствует задача с одинаковым номером и индексами столбцов матрицы  $N_z$   $j_1$  и  $j_2$ , то в результирующее множество  $V_z$  войдет задача с индексом  $j_1$ , если  $j_1 \leq j_2$ , или с индексом  $j_2$ , если  $j_1 > j_2$ .

После получения результата объединения очередных элементов множеств  $D_{z_a}$  и  $D_{z_{a+1}}$  в виде множества  $V_{z_{i+1}}$  производится его сравнение с каждым из множеств  $V_{z_i}$  текущего результата объединения множеств  $D_{z_a}$  и  $D_{z_{a+1}}$ . В начале множества  $V_{z_{i+1}}$  и  $V_{z_i}$  сравниваются по номерам задач. Если  $V_{z_{i+1}} \subseteq V_{z_i}$  или  $V_{z_i} \subset V_{z_{i+1}}$ , то анализируются индексы столбцов матрицы  $N_z$ , в которых находятся задачи с этими номерами, с целью сокращения числа элементов множества  $V_z$ .

Пусть  $V_{z_{i+1}} \subseteq V_{z_i}$ , тогда из множества  $V_z$  изымается элемент  $V_{z_{i+1}}$  в том случае, если индекс столбца матрицы  $N_z$  по каждой задаче множества  $V_{z_{i+1}}$  больше или равен индексу столбца матрицы  $N_z^k$  той же задачи множества  $V_{z_i}$ . При  $V_{z_i} \subset V_{z_{i+1}}$  из множества  $V_z$  изымается элемент  $V_{z_i}$  в том случае, если индекс столбца матрицы  $N_z^k$  по каждой задаче множества  $V_{z_i}$  больше или равен индексу столбца матрицы  $N_z^k$  той же задачи множества  $V_{z_{i+1}}$ . При данном сравнении только один из элементов  $V_{z_i}$  или  $V_{z_{i+1}}$  может быть изъят из множества  $V_z$ . Во всех остальных случаях оба элемента остаются в множестве  $V_z$ .

После выполнения операции объединения очередного текущего результата объединения множеств  $D_{z_a}$  и  $D_{z_{a+1}}$  с суммарным множеством всех возможных максимально допустимых сочетаний задач последней вектор-строки  $n_{z_a}$  матрицы  $N_z$  из результирующего множества  $V_z$  выбираются элементы, составленные из полного набора задач множества  $Z$ . Если такие элементы отсутствуют, то это означает, что для матрицы  $N_z$  допустимого распределения задач не существует.

Из множества  $V_z$  выбирается элемент  $V_z^{(\gamma)}$ , составленный из полного набора задач множества  $Z$  с минимальным значением целевой функции.

Значение целевой функции для допустимого распределения  $\gamma$  задач  $Z_b \in Z$  по узлам  $y_a \in Y$ , заданного множеством  $B_z^{(\gamma)}$ , определим с помощью выражения  $F^{(\gamma)} = \sum_{z_b \in B_z^{(\gamma)}} (j_b + s_{z_{\min b}}) - h_z$ , где  $j_b$  – индекс столбца матрицы  $N_z$ , которым определена задача  $Z_b$  в множестве  $B_z^{(\gamma)}$ ,  $s_{z_{\min b}}$  – компонент вектора  $s_{z_{\min}}$ , соответствующий задаче  $Z_b$ .

**Шаг 3.** Формируется базовая матрица  $N_z^{k_{\max}}$ , включающая столбцы матрицы  $N_z$  с индексами  $j$ ,  $1 \leq j \leq k_{\max}$ , где  $k_{\max} = \max_{z_b \in B_z^{(\gamma)}} j$  – максимальное значение индекса столбца матрицы  $N_z$  в множестве  $B_z^{(\gamma)}$ .

На каждой  $k$ -й итерации рассматриваются последовательно вектор-строки  $n_{z_a}^k$  базовой матрицы  $N_z^k$ . Для каждой вектор-строки  $n_{z_a}^k$  базовой матрицы  $N_z^k$  на основе составляющих ее задач формируются все возможные максимально допустимые их сочетания  $D_{z_{a_i}}^k$ , каждое из которых может быть распределено на выбранном узле  $y_a$ .

Представим все возможные максимально допустимые сочетания задач вектор-строки  $n_{z_a}^k$  базовой матрицы  $N_z^k$  в виде суммы

$$D_{z_a}^k = \sum_{i=1}^{h_a} D_{z_{a_i}}^k. \text{ Формируется множество } B_z^k = \bigcup_{a=1}^{h_y} D_{z_a}^k \text{ всех возможных}$$

максимально допустимых сочетаний задач по всем вектор-строкам  $n_{z_a}^k$  базовой матрицы  $N_z^k$ . Объединение множеств  $D_{z_a}^k$  и  $D_{z_{a+1}}^k$  осуществляется по следующим правилам. Если при объединении двух элементов множеств  $D_{z_a}^k$  и  $D_{z_{a+1}}^k$  в каждом из них присутствует задача с одинаковым номером и индексами столбцов базовой матрицы  $N_z^k$   $j_1$  и  $j_2$ , то в результирующее множество  $B_z^k$  включается задача с индексом  $j_1$ , если  $j_1 \leq j_2$ , или с индексом  $j_2$ , если  $j_1 > j_2$ .

После получения результата объединения очередных элементов множеств  $D_{z_a}^k$  и  $D_{z_{a+1}}^k$  в виде множества  $B_{z_{i+1}}^k$  производится его сравнение по номерам задач с каждым из множеств  $B_{z_i}^k$  текущего результата



объединения множеств  $D_{z_a}^k$  и  $D_{z_{a+1}}^k$ . Пусть сравниваются множества  $V_{z_{i+1}}^k$  и  $V_{z_i}^k$ . Если  $V_{z_{i+1}}^k \subseteq V_{z_i}^k$  или  $V_{z_{i+1}}^k \subset V_{z_i}^k$ , то анализируются индексы столбцов базовой матрицы  $N_z^k$ , в которых находятся задачи с одинаковыми номерами.

Пусть  $V_{z_{i+1}}^k \subseteq V_{z_i}^k$ , тогда из множества  $V_z^k$  изымается элемент  $V_{z_{i+1}}^k$  в том случае, если индекс столбца базовой матрицы  $N_z^k$  по каждой задаче множества  $V_{z_{i+1}}^k$  больше или равен индексу столбца базовой матрицы  $N_z^k$  той же задачи множества  $V_{z_i}^k$ . При  $V_{z_{i+1}}^k \subset V_{z_i}^k$  из множества  $V_z^k$  изымается элемент  $V_{z_i}^k$  в том случае, если индекс столбца базовой матрицы  $N_z^k$  по каждой задаче множества  $V_{z_i}^k$  больше или равен индексу столбца базовой матрицы  $N_z^k$  той же задачи множества  $V_{z_{i+1}}^k$ . При данном сравнении только один из элементов  $V_{z_i}^k$  или  $V_{z_{i+1}}^k$  может быть изъят из множества  $V_z^k$ . Во всех остальных случаях оба элемента остаются в множестве  $V_z^k$ .

После выполнения операции объединения очередного текущего результата объединения множеств  $D_{z_a}^k$  и  $D_{z_{a+1}}^k$  с суммарным множеством всех возможных максимально допустимых сочетаний задач последней вектор-строки  $\mathbf{n}_{z_a}^k$  базовой матрицы  $N_z^k$  из результирующего множества  $V_z^k$  выбираются элементы, составленные из всех задач множества  $Z$ . Как уже отмечалось, для первой итерации при рассмотрении базовой матрицы  $N_z^k$  полученное распределение задач  $z_b \in V_z^k$  по узлам  $u_a \in Y$  является оптимальным. Если такие элементы отсутствуют, переходим к выполнению следующей итерации последовательного рассмотрения вектор-строк  $\mathbf{n}_{z_a}^k$  базовой матрицы  $N_z^k$ .

Если считать, что доступные вычислительные ресурсы сети не ограничены, то можно найти нижнюю оценку значения целевой функции  $F_{\min} = \sum_{z_b \in Z} s_{z_{\min b}}$ . Величина  $F' = F^{(\gamma_k)} - F_{\min}$  – это абсолютное отклонение результата распределения  $\gamma_k$  задач на  $k$ -й итерации от нижней оценки значения целевой функции. Величина  $F'$  – максимальное суммарное отклонение индексов столбцов базовой матрицы  $N_z^k$  найденного распределения  $\gamma_k$

от распределения задач матрицы  $N_{z_{\min}}$ , дающего нижнюю оценку значения целевой функции  $F_{\min}$ . Рациональное распределение  $\gamma_k$  задач, лучшее чем базовое распределение  $\gamma$ , может быть получено на такой наиболее удаленной матрице  $N_z^k$  от матрицы  $N_{z_{\min}}$ , в которой только одна задача множества  $Z$  будет иметь индекс столбца  $n_{z_a}^k$  базовой матрицы  $N_z^k$ , отличный от его значения в матрице  $N_{z_{\min}}$ . При этом  $k = F + 1$ .

Величина  $k_{\max}$  задает базовую матрицу  $N_z^{k_{\max}}$ , дальнейшее движение к которой по итерациям может дать распределение задач с большим значением целевой функции, чем величина, полученная на предыдущей итерации. Таким образом, чем ближе номер очередной итерации алгоритма к значению  $k_{\max}$ , тем меньше вероятность получения распределения задач  $z_b \in Z$  по узлам  $u_a \in Y$  лучшего, чем базовое, т.е. с приближением к матрице  $N_z^{k_{\max}}$  вероятность того, что полученное базовое допустимое распределение задач является рациональным, возрастает.

Пусть рациональное распределение задач  $z_b \in Z$  по узлам  $u_a \in Y$  получено на  $k$ -й итерации и представлено множеством  $B_z^{(\gamma)}$  и матрицей  $N_z^k$ . На основе множества  $B_z^{(\gamma)}$  формируется результирующее распределение задач множества  $Z$  по узлам множества  $Y$ , определяемое матрицей  $K^{(\gamma)} = \|k_{b,a}\|$ ,  $1 \leq b \leq h_z$ ,  $1 \leq a \leq h_y$ , вектор-столбец  $k_a$  которой содержит единицу в местах с номерами обрабатываемых задач узлом  $u_a$ . При этом в конечном распределении задач множества  $Z$  по узлам множества  $Y$  имеет место однозначное назначение каждой задачи  $z_b \in Z$  на узел  $u_a \in Y$ .

**Шаг 4.** Для повышения надежности обработки задач в информационно-телекоммуникационной сети в случае возникновения отказа одного из узлов ИТС, возможно определение резервного распределения задач, обрабатываемых в сети по узлам, имеющим свободные доступные вычислительные ресурсы. В связи с этим, для каждого узла  $u_a \in Y$ ,  $1 \leq a \leq h_y$ , определим множество нераспределенных задач  $V'_{z_a} = \{n_{z_a}\} \setminus (\{n_{z_a}\} \cap B_z^{(\gamma)})$  и свободный доступный вычислительный ресурс  $\phi'_{y_a} = \phi_{y_a} - \sum_{z_b \in \{n_{z_a}\} \cap B_z^{(\gamma)}} \phi_{z_b}$ .

Для каждого множества  $V'_{z_a}$ ,  $1 \leq a \leq h_y$ , если  $V'_{z_a} \neq \emptyset$ , на базе составляющих его задач формируются все возможные максимально допу-

стимые их сочетания  $D'_{z_{a_i}}$ ,  $1 \leq i \leq h_a$ , каждое из которых может быть распределено на узле  $y_a$ , при этом  $\forall D'_{z_{a_i}} \subseteq V'_{z_{a_i}} \mid \varphi_{z_{a_i}} \leq \varphi'_{y_a}$ .

Представим все возможные максимально допустимые сочетания задач множества  $V'_{z_a}$  в виде суммы  $D'_{z_a} = \sum_{i=1}^{h_a} D'_{z_{a_i}}$ . Сформируем множество  $Y'$  узлов с недоступными вычислительными ресурсами, для которых  $D'_{z_a} = 0$ , т.е.  $\forall y_a \in Y' \mid D'_{z_a} = 0$ . Для нахождения допустимого распределения задач  $z_b \in Z$  по узлам  $y_a \in Y \setminus Y'$  формируется множество  $B'_z = \bigcup_{a=1}^{h'_y} D'_{z_a}$  всех возможных максимально допустимых сочетаний задач по всем множествам  $V'_{z_a}$ ,  $1 \leq a \leq h'_y$ .

Объединение множеств  $D'_{z_a}$  и  $D'_{z_{a+1}}$  осуществляется по следующим правилам. Если при объединении двух элементов множеств  $D'_{z_a}$  и  $D'_{z_{a+1}}$  в каждом из них присутствует задача с одинаковым номером и индексами столбцов матрицы  $N_z$   $j_1$  и  $j_2$ , то в результирующее множество  $B'_z$  войдет задача с индексом  $j_1$ , если  $j_1 \leq j_2$ , или с индексом  $j_2$ , если  $j_1 > j_2$ .

После получения результата объединения очередных элементов множеств  $D'_{z_a}$  и  $D'_{z_{a+1}}$  в виде множества  $B'_{z_{i+1}}$  производится его сравнение по номерам задач с каждым из множеств  $B'_{z_i}$  текущего результата объединения множеств  $D'_{z_a}$  и  $D'_{z_{a+1}}$ . Если  $B'_{z_{i+1}} \subseteq B'_{z_i}$ , то из множества  $B'_z$  изымается элемент  $B'_{z_{i+1}}$ . В остальных случаях оба элемента сохраняются во множестве  $B'_z$ . В результате нахождения допустимого распределения задач по узлам сети, имеющим свободные доступные вычислительные ресурсы, в результирующем множестве  $B'_z$  остается один элемент.

В случае, если  $B'_z = Z$  на основе множества  $B'_z$  формируется резервное распределение задач множества  $Z$  по узлам  $y_a \in Y \setminus Y'$ , определяемое матрицей  $K' = \|k'_{b,a}\|$ ,  $1 \leq b \leq h_z$ ,  $1 \leq a \leq h'_y$ . В противном случае, из множеств  $V'_{z_a}$ ,  $1 \leq a \leq h'_y$  последовательно изымаются задачи с наименьшим приоритетом обработки в ИТС и процесс формирования резервного распределения задач  $z_b \in Z \setminus Z'$ ,  $1 \leq b \leq h'_z$ , по узлам  $y_a \in Y \setminus Y'$  циклически про-

должается до тех пор, пока  $B'_z = Z \setminus Z'$ , где  $h'_z$  – число оставшихся независимых задач с наибольшим приоритетом обработки в ИТС;  $Z'$  – множество исключенных задач с наименьшим приоритетом обработки в ИТС.

Как показали эксперименты, разработанный алгоритм весьма эффективен и применим на современных ПЭВМ для решения задачи распределения задач по узлам ИТС с числом переменных  $h_z \times h_y \leq 10000$ .

**Выводы.** Таким образом, основным, полученным в данной статье, научным и практическим результатом является разработанный алгоритм поиска рационального распределения задач по узлам информационно-телекоммуникационной сети, минимизирующего среднюю задержку пакета данных в ней и обеспечивающего учет требования надежности обработки задач в ИТС и их приоритетности, позволяющий достичь высокой вычислительной эффективности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Пашнев А.А. Управление обработкой задач в распределенной вычислительной сети // *Збірник наукових праць інституту проблем моделювання в енергетиці.* – К.: ИПМЕ. – 2003. – Вып. 22. – С. 136 – 141.
2. Кучук Г.А., Пашнев А.А., Калашник Д.Н. Аналитическая оценка средней задержки информационного пакета // *Системы обработки информации.* – Х.: ХВУ. – 2003. – Вып. 2. – С.104 – 108.
3. Гиневский М.И., Кучук Г.А., Пашнев А.А. Оценка параметров, влияющих на изменение величины средней задержки пакета данных в информационно-телекоммуникационной сети // *Системы обработки информации.* – Х.: ХВУ. – 2003. – Вып. 5. – С. 71 – 79.
4. Кучук Г.А., Гиневский М.И., Королёва Н.А. Распределение транзакций в неоднородных вычислительных сетях // *Вестник НТУ «ХПИ».* – Х.: НТУ «ХПИ». – 2001. – Вып. 114 «Автоматика и приборостроение». – С. 86 – 89.
5. Кучук Г.А., Гиневский М.И., Овсянников И.Д., Пашнев А.А. Формализация таблиц маршрутизации межрегиональной распределенной вычислительной сети // *Системы обработки информации.* – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2000. – Вып. 2(8). – С. 181 – 184.
6. Королёв А.В., Кучук Г.А., Пашнев А.А. Адаптивная маршрутизация в корпоративных сетях. – Х.: ХВУ, 2003. – 224 с.

Поступила 15.12.2003

**ЯВТУШЕНКО Анатолий Николаевич**, канд. военных наук, доцент. Окончил ХВВКУ в 1971 году. Область научных интересов – обработка информации.

**КУЧУК Георгий Анатольевич**, канд. техн. наук, ст. научн. сотр., начальник НИО ИВЦ ХВУ. Окончил мехмат Московского государственного университета в 1977 году. Область научных интересов – обработка информации.

**ПАШНЕВ Андрей Анатольевич**, канд. техн. наук, научн. сотр. ИВЦ ХВУ. В 1993 году окончил Харьковское высшее военное авиационное училище радиополитроники. Область научных интересов – системы обработки и передачи данных.

---