УДК 624.31

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

д.т.н., проф. С.В. Козелков, А.Н. Богдановский, М.Б. Козелкова

Предложен подход к выбору оптимальных методов оценивания параметров движения космических аппаратов.

Введение. Для построения перспективных орбитальных систем, использующих однопунктные (малопунктные) технологии управления космическими аппаратами (КА), особо важное значение отводится баллистико-навигационному обеспечению с оценкой параметров движения этих аппаратов. Существующие методы оценивания параметров движения в основном рассчитаны на использование многопунктных технологий управления КА. В то же время для создания национальных орбитальных систем, когда для орбит выше 500 км Украина для процесса управления КА практически представляет "один пункт", актуальным становится получение экстремальных значений оценки параметров движения КА.

В общем случае задача статистического оценивания сводится к определению вектора оценок модели движения КА $\hat{x}_к \in \hat{X}^m$ по результатам векторных наблюдений $\{Z\}$, $i = 0, 1, \ldots, n$, где

$$x_к = \Phi_{к/0} x_0 + \sum_{i=1}^{к} \Phi_{к/i} \Gamma_{i/i-1} W_{i-1} ,$$

$\Phi_{к/0}$ – матрица изохронных производных; W_{i-1} – известные возмущающие факторы; $\Gamma_{i/i-1}$ – матрица влияния среды; $Z_i \in Z^p, Z^p$ – p-мерное пространство наблюдений; n – число векторных наблюдений.

При этом построенная оценка должна обеспечивать экспериментальное значение некоторого показателя качества

$$\hat{x}_к = \arg\min Y(x,z) , \qquad (1)$$

где x – истинное значение оцениваемого параметра из пространства X^m.

Таким образом, задача состоит в построении оценки, обеспечивающей экспериментальное значение показателя качества в пространствах

© д.т.н., проф. С.В. Козелков, А.Н. Богдановский, М.Б. Козелкова, 2003

$X^m \bigcup \hat{X}^m$ или $Z^m \bigcup \hat{Z}^m$.

Анализ литературы. Известно, что в случае полной статистической определенности обработка информации осуществляется на основе оптимальных методов оценивания, строго согласованных с вероятностными характеристиками исходных данных. Примерами оптимальных алгоритмов могут служить вычислительные схемы, основанные на баллистических методах оценивания, методе наименьших квадратов (МНК) и т.п. [1 – 3].

Будем различать методы оценивания, основанные на совместной и последовательной обработке измерительной информации.

В случае наблюдения детерминированных траекторий и при выполнении известных условий регулярности наибольшую точность решения задачи оценивания вектора состояния в смысле минимума дисперсии оценки обеспечивает метод максимального правдоподобия (ММП) [4].

Цель статьи. Идея метода состоит в отыскании оценки, обеспечивающей максимум величины функции правдоподобия, представляющей собой условную плотность распределения погрешностей измерений. При этом дисперсия построенной оценки достигает минимальной величины, определяемой неравенством Рао-Крамера.

Для нормального закона распределения погрешностей измерений ММП сводится к методу наименьших квадратов, основанному на минимизации (1) квадратичного функционала

$$Y_w(\hat{x}_0, z) = E\left\{(Z - A\hat{x}_0)^T W(Z - A\hat{x}_0)\right\}, \tag{2}$$

где $A = \int_t^{t_0} H(\nu)\Phi(\nu, t)d\nu$ – матрица формируется на основе матриц градиентных $H(t)$ и изохорных $\Phi(t, t_0)$ производных; W – весовая матрица, представляющая собой произвольное линейное преобразование пространства измерений Z^p.

Решение указанной минимизационной задачи приводит к оценке вида

$$\hat{x} = S_w Z, \quad S_w = \left(A^T W A\right)^{-1} A^T W, \tag{3}$$

где S_w – оператор МНК-фильтра.

При этом корреляционная матрица оценки по МНК определяется соотношением

$$\text{cov}\ \hat{x} = S_w R S_w = \left(A^T W A\right)^{-1}. \tag{4}$$

Согласно теореме Гаусса [5], МНК обеспечивает получение оценки с минимальной дисперсией в классе всех линейных несмещенных оценок при $W = R^{-1}$, где R – корреляционная матрица погрешностей измерений. В случае гауссовского распределения погрешностей измерений указанная оптимальность распространяется на класс всех несмещенных оценок.

В простейшей ситуации, когда погрешности измерений $\nu_к$ являются независимыми, матрица $W = W_0$ имеет диагональный вид

$$W_0 = R_0^{-1} = \mathrm{diag}\left\{\sigma_1^{-2}, \ldots., \sigma_n^{-2}\right\}, \tag{5}$$

что позволяет осуществлять последовательное суммирование при реализации практического алгоритма МНК

$$\hat{x}_к = \left[\sum_{i=1}^{n} \Phi_{i/i-1}^T H_i^T R_i^{-1} H_i \Phi_{i/i-1}\right]^{-1} \sum_{i=1}^{n} \Phi_{к/i} H_i^T R_i^{-1} Z_i \tag{6}$$

в краевой задаче определения детерминированной траектории КА. В приведенном соотношении матрица $\Phi_i = \Phi_{i/0}$ представляет собой переходную матрицу и обеспечивает перерасчет вектора состояния на момент времени, соответствующий началу мерного интервала.

Таким образом, групповой алгоритм МНК осуществляет накопление данных, полученных в результате наблюдения движения КА в зоне видимости измерительного пункта (ИП). Зона видимости определяется угловым сектором обзора, формируемым системой антенн или объективов, взаимоположением измерительных средств и КА, условиями освещенности (для оптических средств) и другими факторами. Окончательный результат оценивания состоит в определении результирующей поправки к оценке вектора параметров траектории $\hat{x}_0$ в момент времени $t = t_0$. При этом в обработку поступают все группы измерений, полученных в процессе слежения за КА, возможно от разных измерительных средств. Процесс корреляции, как правило, осуществляется итерационно, с последовательным уточнением начальных условий после каждой итерации. Возникновение итерационной схемы обусловлено необходимостью уменьшения уровня ошибок, возникающих в результате линеаризации модели наблюдений [3, 6].

Заметим, что формирование МНК-оценок в существенной степени зависит от условий наблюдаемости траектории КА. Простейшим критерием наблюдаемости вектора параметров может служить равенство ранга матрицы наблюдений А размерности (dim) вектора состояния

$$\dim\{Z\} \geq \dim\{x\} = \mathrm{rang}\,\{A\}. \tag{7}$$

Недостатком групповой обработки измерений является большой объем вычислений, связанный с обращением матрицы наблюдаемости $A^T WA$. Кроме того, совместная обработка данных, осуществляемая после накопления всей совокупности измерений, существенно снижает оперативность процесса наблюдения. В связи с этим в ряде практически важных случаев, связанных с повышенными требованиями к оперативности выработки решений (например, в случае однопунктной технологии управления КА), переходят к последовательным методам обработки. При этом оценка вектора состояния вырабатывается по мере поступления измерений, что обеспечивает существенное повышение оперативности всего комплекса обработки.

Известно, что оптимальный алгоритм оценивания параметров стационарного процесса в классе линейных оценок реализуется фильтром Винера-Колмогорова [7], который в непрерывном случае имеет вид

$$\hat{x}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(t,\tau)\, Z(t-\tau)\, d\tau\,, \tag{8}$$

где весовая матрица $A(t,\tau)$ определяется, как решение уравнения:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} A(t,\tau)\,\chi_Z(t,\gamma)\, d\tau = \chi_{XZ}(t,\gamma)\,;$$

$$\chi_Z(\tau,\gamma) = E\left\{Z(\tau)\, Z^T(\gamma)\right\}; \quad \chi_{XZ}(t,\gamma) = E\left\{x(t)\, Z^T(\gamma)\right\}. \tag{9}$$

Заметим, что решение уравнения (9), представляющее собой интегрированное уравнение Фредгольма 1 рода, является сложной, в общем случае некорректной задачей и существенно усложняет вычислительную схему алгоритма фильтрации. В связи с этим в [8], на основе специально разработанной концепции пространства состояния, был разработан последовательный алгоритм фильтрации, позволяющий определять оптимальный коэффициент передачи из дифференциального или разностного уравнения второго порядка. Соответствующая вычислительная схема, получившая наименование фильтр Калмана (ФК), для дискретного времени имеет вид:

$$\hat{x}_{к+1} = \Phi_{к+1/к}\hat{x}_к + B_{к+1}\left(Z_{к+1} - H_{к+1}\Phi_{к+1/к}\hat{x}_к\right); \tag{10}$$

$$B_{к+1} = P_{к+1} H^T_{к+1} R^{-1}_{к+1}\,; \tag{11}$$

$$P_{к+1/к} = \Phi_{к+1/к} P_к \Phi^T_{к+1/к} + \Gamma_{к+1/к} Q_к \Gamma^T_{к+1/к}\,; \tag{12}$$

$$P_{к+1} = P_{к+1/к} - P_{к+1/к} H^T_к \left[H_к P_{к+1/к} H^T_к + R_к\right]^{-1} H_к P_{к+1/к}\,, \tag{13}$$

где $B_{к+1}$ – матричный коэффициент передачи; $P_{+к\,1/к}, P_к$ – прогнозируемая и расчетная корреляционные матрицы ошибок фильтрации на (К + 1)-м шаге.

В ряде случаев вместо выражений (11 – 13) используют тождественные им соотношения

$$B_{к+1} = \Phi_{к+1/к} P_к \left(H_к P_к H_к^T + R_к \right)^{-1}; \qquad (14)$$

$$P_{к+1} = \left(\Phi_{к+1/к} - B_к H_к \right) P_к \Phi_{к+1/к}^T - \Gamma_{к+1/к} Q_к \Gamma_{к+1/к}. \qquad (15)$$

В ФК используются те же допущения о линейности, независимости и стационарности исходных данных, что и в МНК. Однако процедура ФК обладает особенностями, связанными с байесовым подходом, когда оцениваемые величины сами являются реализациями случайных величин.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мельников Б.Г., Мусаев А.А. Методы и алгоритмы фильтрации измерений: учебное пособие. – МО СССР, 1988. – 55 с.*
2. *Мудров В.И., Кушко В.Л. Методы обработки измерений. – М.: Сов. радио, 1976. – 192 с.*
3. *Козелков С.В. Анализ особенностей проектирования перспективной системы связи в контуре управления подвижными объектами. – ЦИВТИ МО. В-10. – № 81382, 1989.*
4. *Кендал М., Стюарт А. Статистические выводы и связи / Пер. с англ. Под ред. А.М. Колмогорова. – М.: Наука, 1973. – 900 с.*
5. *Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. – М.: Физматгиз, 1958. – 349 с.*
6. *Мусаев А.А. Устойчивые методы определения движения. – МО СССР, 1990. – 172 с.*
7. *Казаков И.Е. Статистическая теория систем управления в пространстве состояний. – М.: Наука, 1975. – 432 с.*
8. *Калман Р. Об общей теории систем управления // Труды I-й Междунар. конгр. ИФАК– М.: Изд. АН СССР. – 1961. – Т. 2. – С. 284 – 292.*

Поступила 25.12.2003

КОЗЕЛКОВ Сергей Викторович*, доктор техн. наук, профессор, начальник кафедры НАОУ. В 1982 году окончил ХВВКИУ им. Н.И. Крылова. Область научных интересов – радиотехнические системы и комплексы космического назначения.*

БОГДАНОВСКИЙ Алексей Николаевич*, нач. отдела контроля космического пространства Центра приема научной информации (Евпатория). Окончил Пушкинское ВУРЭ ПВО в 1986 году, ХВУ – в 2003 году. Область научных интересов – системы передачи информации.*

КОЗЕЛКОВА Мария Борисовна*, окончила Крымский ГМИ в 1985 году. Область научных интересов – медицинское приборостроение.*