УДК 623. 021: 005

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ОДНОРОДНЫХ СИЛ И СРЕДСТВ ПО КРИТЕРИЮ МАКСИМУМА СРЕДНЕГО СУММАРНОГО КОЛИЧЕСТВА СИЛ И СРЕДСТВ ОПЕРИРУЮЩЕЙ СТОРОНЫ

к.т.н. В.Б. Кононов
(представил, д.т.н., проф. Б.Ф. Самойленко)

В статье рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств оперирующей стороны по критерию максимума среднего суммарного количества сил оперирующей стороны за весь период конфликтной ситуации.

Постановка задачи. При решении задач оптимального планирования боевых действий в ходе конфликтных ситуаций необходимо определить законы оптимального управления распределением однородных сил и средств, имеющихся у оперирующей стороны, исходя при этом от поставленных старшим начальником целей, складывающейся ситуации и вероятных действий противника. Оптимальное планирование и последующее управление распределением однородных сил и средств, а также управление распределением сил и средств резерва в условиях современного боя представляет собой важную военно-научную задачу, актуальность которой определяется необходимостью создания в Вооруженных Силах Украины автоматизированной системы управления войсками и оружием.

Анализ литературы. Задачи управления распределением сил и средств оперирующей стороны рассматривались в работах [1 – 4]. Так, в [1] описывается методика решения задач определения соотношения сил и средств сторон для случая однородных средств. В [2] были рассмотрены задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций. В [3] изложена методика распределения однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок. В [4] рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника за весь период конфликтной ситуации. Однако в этих работах не рассматривалось решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума среднего суммарного количества сил и средств оперирующей стороны.

Цель статьи: разработка метода решения задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств конфликтующих сторон по критерию максимума среднего суммарного количества сил и средств оперирующей стороны за весь период конфликтной ситуации.

Основной материал. Для решения поставленной задачи оптимального распределения однородных сил и средств резерва, при заданном времени боя T представим математическую модель боя в виде:

$$\frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt \to \max; \qquad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = -by + u; \\ \dot{y} = -ax + v. \end{cases}$$

В (1) начальные условия имеют вид:

$$x(0) = x_0; \quad y(0) = y_0;$$

$$0 \le u(t) \le c; \qquad (2)$$

$$\int_0^T u(t)\,dt - A_0 \le 0\,,$$

где $x(t)$ и $y(t)$ – математические ожидания количества средств группировок A и B, сохранившихся к моменту времени t; $a = \alpha P$ и $b = \beta Q$ – эффективные скорострельности группировок A и B; α и β – средние скорострельности средств, используемых группировками A и B; P и Q – вероятности поражения одним выстрелом боевых средств группировок A и B; $u(t)$ и $v(t)$ – интенсивности поступления средств резерва группировок A и B; c – максимальная интенсивность поступления резерва группировки А; A_0 – общее количество средств резерва.

Задача (1, 2) является задачей оптимального управления с интегральным функционалом (критерий оптимизации) и свободным правым концом. Перепишем ее в следующем эквивалентном виде:

$$-\frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt \to \min; \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = -by + u; \\ \dot{y} = -ax + v \end{cases}$$

при начальных данных:

$$x(0)=x_0; \quad y(0)=y_0;$$
$$0 \le u(t) \le c;$$
$$\int_0^T u(t)dt - A_0 \le 0.$$

Функция Гамильтона – Понтрягина для задачи (3) имеет вид

$$H(x, y, \varphi, \eta, u) = -\frac{\varphi_0}{T}x(t) + \varphi(-by+u) + \eta(-ax+v) - \lambda u, \qquad (4)$$

где η, φ – сопряженные функции; λ – множитель Лагранжа.

Сопряженная система и условия трансверсальности записываются следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = -\frac{1}{T} + a\eta; \\ \dot{\eta} = b\varphi; \end{cases} \qquad \begin{cases} \varphi(t) = 0; \\ \eta(t) = 0. \end{cases} \qquad (5)$$

Так как $\varphi_0 \ne 0$, то $\varphi_0 = -1$.

Приведем решение сопряженной системы для функции φ:

$$\ddot{\varphi} = a\dot{\eta} = ab\varphi;$$
$$\ddot{\varphi} - ab\varphi = 0;$$
$$\varphi = Ce^{\sqrt{ab}\,t} + Дe^{-\sqrt{ab}\,t}; \qquad (6)$$
$$\dot{\varphi} = \sqrt{ab}\,C\,e^{\sqrt{ab}\,t} - \sqrt{ab}Дe^{-\sqrt{ab}\,t};$$

$$\begin{cases} Ce^{\sqrt{ab}\,T} + Дe^{-\sqrt{ab}\,T} = 0; \\ \sqrt{ab}\,Ce^{\sqrt{ab}\,T} - Дe^{-\sqrt{ab}\,T} = -\frac{1}{T}; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Ce^{\sqrt{ab}\,T} + Дe^{-\sqrt{ab}\,T} = 0; \\ Ce^{\sqrt{ab}\,T} - Дe^{-\sqrt{ab}\,T} = -\frac{1}{\sqrt{ab}\,T}; \end{cases} \Rightarrow$$

$$C = -\frac{1}{2\sqrt{ab}\,T}e^{-\sqrt{ab}\,T}; \quad Д = \frac{1}{2\sqrt{ab}\,T}e^{-\sqrt{ab}\,T};$$

$$\varphi = -\frac{1}{\sqrt{ab}\,T}\left[\frac{e^{\sqrt{ab}\,(t-T)} - e^{-\sqrt{ab}\,(t-T)}}{2}\right] = -\frac{1}{\sqrt{ab}\,T}\operatorname{sh}\sqrt{ab}\,(t-T).$$

В соответствии с принципом максимума Понтрягина для решения задачи необходимо найти

$$\max_{\substack{0 \le u \le c \\ \lambda \ge 0}} \{(\varphi - \lambda)u\} \qquad (7)$$

или

$$\max_{\substack{0\le u\le c\\ \lambda\ge 0}} \left\lfloor \frac{1}{aT} \operatorname{sh}\sqrt{ab}\left(t-T\right)-\lambda \right\rfloor u = -\min_{\substack{0\le u\le c\\ \lambda\ge 0}} \left\lfloor \frac{1}{aT} \operatorname{sh}\sqrt{ab}\left(t-T\right)+\lambda \right\rfloor u\,. \qquad (8)$$

Из (8) следует, что оптимальное управление распределением резерва оперирующей стороны должно определяться следующими условиями:

$$u^*\left(t\right)=\begin{cases} c, & 0\le t\le \dfrac{A_0}{c};\\ 0, & \dfrac{A_0}{c}\le t\le T. \end{cases} \qquad (9)$$

Выводы. Результаты решения задачи (1, 2) дают возможность найти оптимальное управление распределением однородных сил и средств резерва по критерию максимума суммарного количества сил оперирующей стороны за весь период конфликтной ситуации, а также могут быть положены в основу разработки алгоритма планирования оптимального распределения средств резерва. Рассмотренный метод решения задачи может быть использован и при планировании распределения однородных средств резерва в варианте, когда время окончания боя неизвестно.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И., Ольшевский И.П., Носик А.М. Разработка моделей динамических процессов конфликтных ситуаций // Системи обробки інформації . – Х.: ХВУ. – 2001. – Вип. 1(11). – С. 129 – 133.*
2. *Кононов В.Б., Евстрат Д.И., Рафальский Ю.И., Бабий И.Ф. Задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций // Системи обробки інформації. – Х.: ХФ «Транспорт України». – 2001. – Вип. 1(11). – С. 129 – 133.*
3. *Кононов В.Б., Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И. Распределение однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 4(20). – С. 96 – 101.*
4. *Кононов В.Б, Кушнерук Ю.И., Кононова Е.А. Задача оптимального управление распределением однородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вип. 1. – С. 196 – 199.*

Поступила 6.01.2004

КОНОНОВ Владимир Борисович, *кандидат технических наук, доцент, зам. нач. факультета ХВУ. В 1987 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – исследование операций.*