

**ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ
РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ОДНОРОДНЫХ СИЛ И СРЕДСТВ ПО КРИТЕ-
РИЮ
МАКСИМУМА СРЕДНЕГО СУММАРНОГО КОЛИЧЕСТВА
СИЛ И СРЕДСТВ ОПЕРИРУЮЩЕЙ СТОРОНЫ**

к.т.н. В.Б. Кононов
(представил, д.т.н., проф. Б.Ф. Самойленко)

В статье рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств оперирующей стороны по критерию максимума среднего суммарного количества сил оперирующей стороны за весь период конфликтной ситуации.

Постановка задачи. При решении задач оптимального планирования боевых действий в ходе конфликтных ситуаций необходимо определить законы оптимального управления распределением однородных сил и средств, имеющихся у оперирующей стороны, исходя при этом от поставленных старшим начальником целей, складывающейся ситуации и вероятных действий противника. Оптимальное планирование и последующее управление распределением однородных сил и средств, а также управление распределением сил и средств резерва в условиях современного боя представляет собой важную военно-научную задачу, актуальность которой определяется необходимостью создания в Вооруженных Силах Украины автоматизированной системы управления войсками и оружием.

Анализ литературы. Задачи управления распределением сил и средств оперирующей стороны рассматривались в работах [1 – 4]. Так, в [1] описывается методика решения задач определения соотношения сил и средств сторон для случая однородных средств. В [2] были рассмотрены задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций. В [3] изложена методика распределения однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок. В [4] рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника за весь период конфликтной ситуации. Однако в этих работах не рассматривалось решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума среднего

суммарного количества сил и средств оперирующей стороны.

Цель статьи: разработка метода решения задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств конфликтующих сторон по критерию максимума среднего суммарного количества сил и средств оперирующей стороны за весь период конфликтной ситуации.

Основной материал. Для решения поставленной задачи оптимального распределения однородных сил и средств резерва, при заданном времени боя T представим математическую модель боя в виде:

$$\frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \rightarrow \max; \quad (1)$$
$$\begin{cases} \dot{x} = -by + u; \\ \dot{y} = -ax + v. \end{cases}$$

В (1) начальные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} x(0) = x_0; \quad y(0) = y_0; \\ 0 \leq u(t) \leq c; \quad (2) \\ \int_0^T u(t) dt - A_0 \leq 0, \end{aligned}$$

где $x(t)$ и $y(t)$ – математические ожидания количества средств группировок A и B , сохранившихся к моменту времени t ; $a = \alpha P$ и $b = \beta Q$ – эффективные скорострельности группировок A и B ; α и β – средние скорострельности средств, используемых группировками A и B ; P и Q – вероятности поражения одним выстрелом боевых средств группировок A и B ; $u(t)$ и $v(t)$ – интенсивности поступления средств резерва группировок A и B ; c – максимальная интенсивность поступления резерва группировки A ; A_0 – общее количество средств резерва.

Задача (1, 2) является задачей оптимального управления с интегральным функционалом (критерий оптимизации) и свободным правым концом. Перепишем ее в следующем эквивалентном виде:

$$-\frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \rightarrow \min; \quad (3)$$
$$\begin{cases} \dot{x} = -by + u; \\ \dot{y} = -ax + v \end{cases}$$

при начальных данных:

$$\begin{aligned}x(0) &= x_0; & y(0) &= y_0; \\0 &\leq u(t) \leq c; \\ \int_0^T u(t) dt - A_0 &\leq 0.\end{aligned}$$

Функция Гамильтона – Понтрягина для задачи (3) имеет вид

$$H(x, y, \varphi, \eta, u) = -\frac{\varphi_0}{T} x(t) + \varphi(-by + u) + \eta(-ax + v) - \lambda u, \quad (4)$$

где η, φ – сопряженные функции; λ – множитель Лагранжа.

Сопряженная система и условия трансверсальности записываются следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = -\frac{1}{T} + a\eta; & \begin{cases} \varphi(t) = 0; \\ \eta(t) = 0. \end{cases} \\ \dot{\eta} = b\varphi; \end{cases} \quad (5)$$

Так как $\varphi_0 \neq 0$, то $\varphi_0 = -1$.

Приведем решение сопряженной системы для функции φ :

$$\begin{aligned}\ddot{\varphi} &= a\dot{\eta} = ab\varphi; \\ \ddot{\varphi} - ab\varphi &= 0; \\ \varphi &= Ce^{\sqrt{ab}t} + De^{-\sqrt{ab}t}; \\ \dot{\varphi} &= \sqrt{ab}Ce^{\sqrt{ab}t} - \sqrt{ab}De^{-\sqrt{ab}t};\end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{cases} Ce^{\sqrt{ab}T} + De^{-\sqrt{ab}T} = 0; \\ \sqrt{ab}Ce^{\sqrt{ab}T} - \sqrt{ab}De^{-\sqrt{ab}T} = -\frac{1}{T}; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Ce^{\sqrt{ab}T} + De^{-\sqrt{ab}T} = 0; \\ Ce^{\sqrt{ab}T} - De^{-\sqrt{ab}T} = -\frac{1}{\sqrt{ab}T}; \end{cases} \Rightarrow$$

$$C = -\frac{1}{2\sqrt{ab}T} e^{-\sqrt{ab}T}; \quad D = \frac{1}{2\sqrt{ab}T} e^{-\sqrt{ab}T};$$

$$\varphi = -\frac{1}{\sqrt{ab}T} \left[\frac{e^{\sqrt{ab}(t-T)} - e^{-\sqrt{ab}(t-T)}}{2} \right] = -\frac{1}{\sqrt{ab}T} \operatorname{sh}\sqrt{ab}(t-T).$$

В соответствии с принципом максимума Понтрягина для решения задачи необходимо найти

$$\max_{\substack{0 \leq u \leq c \\ \lambda \geq 0}} \{(\varphi - \lambda)u\} \quad (7)$$

или

$$\max_{\substack{0 \leq u \leq c \\ \lambda \geq 0}} \left[\frac{1}{a\Gamma} \operatorname{sh} \sqrt{ab}(t-T) - \lambda \right] u = - \min_{\substack{0 \leq u \leq c \\ \lambda \geq 0}} \left[\frac{1}{a\Gamma} \operatorname{sh} \sqrt{ab}(t-T) + \lambda \right] u. \quad (8)$$

Из (8) следует, что оптимальное управление распределением резерва оперирующей стороны должно определяться следующими условиями:

$$u^*(t) = \begin{cases} c, & 0 \leq t \leq \frac{A_0}{c}; \\ 0, & \frac{A_0}{c} \leq t \leq T. \end{cases} \quad (9)$$

Выводы. Результаты решения задачи (1, 2) дают возможность найти оптимальное управление распределением однородных сил и средств резерва по критерию максимума суммарного количества сил оперирующей стороны за весь период конфликтной ситуации, а также могут быть положены в основу разработки алгоритма планирования оптимального распределения средств резерва. Рассмотренный метод решения задачи может быть использован и при планировании распределения однородных средств резерва в варианте, когда время окончания боя неизвестно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И., Ольшевский И.П., Носик А.М. Разработка моделей динамических процессов конфликтных ситуаций // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2001. – Вып. 1(11). – С. 129 – 133.
2. Кононов В.Б., Евстрат Д.И., Рафальский Ю.И., Бабий И.Ф. Задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций // Системы обработки информации. – Х.: ХФ «Транспорт України». – 2001. – Вып. 1(11). – С. 129 – 133.
3. Кононов В.Б., Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И. Распределение однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вып. 4(20). – С. 96 – 101.
4. Кононов В.Б., Кушнерук Ю.И., Кононова Е.А. Задача оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вып. 1. – С. 196 – 199.

Поступила 6.01.2004

КОНОНОВ Владимир Борисович, кандидат технических наук, доцент, зам. нач. факультета ХВУ. В 1987 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – исследование операций.