УДК 621.3.11.1

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

д.т.н., проф. Б.Т. Кононов, к.т.н. Ю.А. Кусакин, А.С. Рогозин

Предложена математическая модель, позволяющая исследовать устойчивость сложной системы электроснабжения и установить причины возникновения лавинообразных процессов падения напряжения и частоты.

Постановка проблемы. В больших системах электроснабжения при неблагоприятном сочетании характеристик, определяющих выработку генерирующей мощности источниками энергии и ее потребление нагрузкой, возможно возникновение так называемых явлений лавины напряжения и лавины частоты. При возникновении лавинообразных явлений система электроснабжения распадается на отдельные, не связанные друг с другом подсистемы, электроснабжение потребителей нарушается и на его восстановление затрачивается значительное время. Примеры нарушения электроснабжения целых государств в последнее время участились. Природу этих явлений, как это было в США и в Великобритании, объясняют неправильной работой средств автоматики энергосистем. Вместе с тем, лавинообразные процессы нарушения электроснабжения имели место и в Югославии и их причиной являлось использование в военных действиях против этой страны нового вида оружия, приводящего к отказам или повреждениям трансформаторов и линий электропередачи. Как и в случае неправильного действия устройств автоматики, так и в случае выхода из строя отдельных элементов, нарушается устойчивость работы системы электроснабжения и для ее восстановления необходимо изучить закономерности изменения мощностей и токов генераторов и двигателей, угловых частот вращения их роторов и углов между ними, выяснить какие меры должны быть предприняты и в какой последовательности они должны проводиться.

Анализ литературы. Изучению устойчивости электросистем посвящено большое количество работ. Впервые эта проблема возникла в США в начале 20-х годов XX века, где и были опубликованы первые исследования (В. Буш, Р. Бутц, Б. Робертсон, Р. Догерти, Э. Кларк, К. Найкл, Р. Рюденберг, Ф. Лонглей, Р. Парк). В СССР в 1932 г. была опубликована работа Н.М. Крылова и Н.Н. Боголюбова, анализирующая устойчивость электрических машин. Позднее появляются работы П.С. Жданова, С.А. Лебедева и А.А. Горева, основанные на результатах исследования устойчивости, выполненных А.М. Ляпуновым [1]. После второй мировой войны вопросы улучшения устойчивости энергосистем рассматривались Ч.И. Конкордия, Г. Кроном, Л.В. Цукерпиком, М.М. Ботвинником, И.А. Сыромятниковым, Л.Г. Мамиконянцем, И.М. Марковичем, С.А. Соваловым, И.Д. Урусовым. В наиболее концентрированном виде изложение результатов исследований этих и других ученых, а также изложение результатов собственных исследований приведено в работах П.С. Жданова, В.А. Веникова, В.Ф. Шинкаренко [2 – 4], в которых рассматривались как режимные мероприятия, связанные с действием автоматической частотной разгрузки энергосистем, синхронным и несинхронным автоматическим повторным включением и автоматическим включением резерва, автоматическим регулированием возбуждения и его форсировкой, применением асинхронного хода, так и с конструктивными изменениями параметров генераторов, трансформаторов и линий электропередачи.

В США мероприятиям режимного плана уделялось несколько меньшее внимание, поскольку там предпочтение отдавалось усилению связей отдельных энергосистем и созданию резерва мощности, т.е. мероприятиям, требующим существенных капиталовложений.

Цель статьи. Разработать математическую модель, позволяющую исследовать процессы развития лавины напряжения и лавины частоты в системе электроснабжения, вызванные различными причинами.

Основной материал. Рассмотрим условия работы системы, показанной на рис. 1 и состоящей из синхронных генераторов G_1 и G_2, вращающихся с угловыми частотами вращения ω_1 и ω_2, и обеспечивающих питание асинхронного двигателя M и активной нагрузки $R_Н$. Линии, связывающие источники энергии и потребители, имеют сопротивление Z_1 и Z_2.

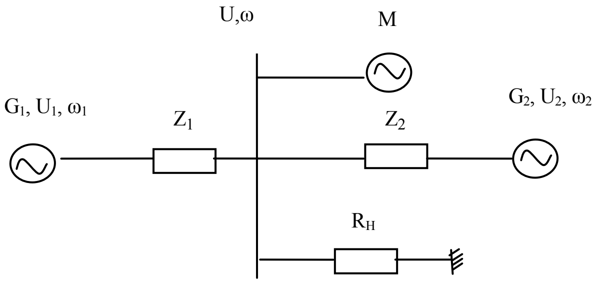

Рис. 1. Схема системы электроснабжения

Для исследования устойчивости рассматриваемой системы, являющейся аналогом большой системы, составим ее математическую модель. Процессы, происходящие в электрических машинах, будем моделировать, используя для этого уравнения равновесия напряжений и вращающих моментов. Для генераторов G_1 и G_2 уравнения равновесия напряжений запишем в матричной форме

$$\| U_i \| = \| r_i \| \cdot \| I_i \| + \frac{d \| \psi_i \|}{dt} + \| \omega_i \| \cdot \| \psi_i \|; \qquad i = 1, 2, \tag{1}$$

где матрицы напряжений, сопротивлений, токов, потокосцеплений и угловых частот вращения имеют вид:

$$\| U_i \| = \begin{Vmatrix} -U_{di} \\ -U_{qi} \\ U_{fi} \\ 0 \\ 0 \end{Vmatrix}; \quad \| r_i \| = \begin{Vmatrix} r_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{fi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{ri} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{ri} \end{Vmatrix}; \quad \| I_i \| = \begin{Vmatrix} I_{di} \\ I_{qi} \\ I_{fi} \\ I_{rdi} \\ I_{rqi} \end{Vmatrix};$$

$$\| \psi_i \| = \begin{Vmatrix} \psi_{di} \\ \psi_{qi} \\ \psi_{fi} \\ \psi_{rdi} \\ \psi_{rqi} \end{Vmatrix}; \quad \| \omega_i \| = \begin{Vmatrix} 0 & \omega & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

В (1) приняты следующие обозначения: статорные контура представлены напряжениями U_{di}, U_{qi}, токами I_{di}, I_{qi} потокосцеплениями ψ_{di}, ψ_{qi}, сопротивлениями r_i; контур возбуждения представлен величинами $U_{fi}, I_{fi}, \psi_{fi} r_{fi}$, а успокоительные контуры представлены величинами I_{rdi}, I_{rqi}, $\psi_{rdi}, \psi_{rqi}, r_{ri}$.

Асинхронный двигатель представим следующими уравнениями равновесия напряжений:

$$\begin{aligned} U_d &= r_{дв} I_{d_{дв}} + \frac{d\psi_{d_{дв}}}{dt} + \omega \psi_{qдв}; \\ U_q &= r_{дв} I_{q_{дв}} + \frac{d\psi_{q_{дв}}}{dt} - \omega \psi_{qдв}; \\ 0 &= r_{rдв} I_{rd_{дв}} + \frac{d\psi_{rd_{дв}}}{dt} + (\omega - \omega_g) \psi_{rqдв}; \\ 0 &= r_{rдв} I_{rq_{дв}} + \frac{d\psi_{rq_{дв}}}{dt} - (\omega - \omega_g) \psi_{rdдв}, \end{aligned} \tag{2}$$

где ω_g – угловая частота вращения ротора двигателя; U_d, U_q – проекции на оси d и q напряжения на шинах; $I_{dдв}$, $I_{qдв}$, $I_{rdдв}$, $I_{rqдв}$, $\Psi_{d_{дв}}, \Psi_{q_{дв}}, \Psi_{rd_{дв}}, \Psi_{rq_{дв}}$ – токи и потокосцепления статорных и роторных контуров двигателя.

Уравнения равновесия напряжений дополним уравнениями связи между нагрузкой и первой и второй генерирующими системами. Соответствующие уравнения запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} U_{di} - U_d &= r_i I_{di} - x_i I_{qi}; \\ U_{qi} - U_q &= r_i I_{qi} + x_i I_{di}, \end{aligned} \tag{3}$$

где r_i, x_i – активные и реактивные составляющие сопротивлений связи Z_i.

В общем случае угловые частоты вращений роторов генераторов первой и второй систем могут не совпадать, т.е. $\omega_1 \neq \omega_2$, и, в связи с этим, угол δ между координатными осями d и q двух связанных между собою систем зависит от разности их угловых частот и изменяется во времени. При составлении уравнений модели учтем это обстоятельство и уравнения равновесия напряжений представим в общей системе координат. Для перехода к общей системе координат используем матрицы прямого и обратного преобразования координат $\|C\|$ и $\|C_t\|$, имеющие следующий вид:

$$\|C_i\| = \begin{Vmatrix} \cos\delta_i & \sin\delta_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\delta_i & \cos\delta_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\delta_i & \sin\delta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin\delta_i & \cos\delta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\delta_i & \sin\delta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin\delta_i & \cos\delta_i \end{Vmatrix};$$

$$\|C_{it}\| = \begin{Vmatrix} \cos\delta_i & -\sin\delta_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin\delta_i & \cos\delta_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\delta_i & -\sin\delta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\delta_i & \cos\delta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\delta_i & -\sin\delta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\delta_i & \cos\delta_i \end{Vmatrix}. \tag{4}$$

Если в качестве общих координатных осей использовать оси d и q, вращающиеся с угловой частотой, равной частоте ω, то углы δ_i между координатными осями d_i и q_i определяются из выражения

$$\delta_i(t) = \int_o^t \omega_{si} dt + \delta_{oi}. \tag{5}$$

Для перехода к новой системе координат следует использовать формулы прямого и обратного перехода:

$$\begin{aligned} \| U_{Hi} \| &= \| C_i \| \cdot \| U_i \|; \\ \| U_i \| &= \| C_{it} \| \cdot \| U_{Hi} \|. \end{aligned} \qquad (6)$$

Используя (6), представим (1) в виде

$$\|U_{Hi}\| = \|C_i\| \cdot \|r_i\| \cdot \|C_{it}\| \cdot \|I_i\| + \|C_i\| \cdot \|C_{it}\| \cdot \frac{d\|\psi_i\|}{dt} + \|C_i\| \cdot \frac{d\|C_{it}\|}{dt} \cdot \|\psi_{Hi}\| + \|\omega_i\| \cdot \|C_{it}\| \cdot \|\psi_{Hi}\|. \quad (7)$$

Между потокосцеплениями и токами, входящими в систему дифференциальных уравнений (7), существует вполне определенная связь

$$\| \psi_i \| = \| x_i \| \cdot \| I_i \|, \qquad (8)$$

где матрица реактивных сопротивлений $\| x_i \|$ имеет следующий вид

$$\| x_i \| = \begin{Vmatrix} x_d & 0 & x_{ad} & x_{ad} & 0 \\ 0 & x_q & 0 & 0 & x_{aq} \\ x_{ad} & 0 & x_f & x_{ad} & 0 \\ x_{ad} & 0 & x_{ad} & x_{rd} & 0 \\ 0 & x_{aq} & 0 & 0 & x_{rq} \end{Vmatrix}.$$

Для уменьшения числа переменных в (7) выразим токи через потокосцепления, используя для этого матрицу $\| x_i \|^{-1}$, обратную матрице $\| x_i \|$. Это позволит представить (7) следующим образом:

$$\| U_{Hi} \| = \| A(\delta_i) \| \cdot \| \psi_i \| + \| E \| \cdot \frac{d\| \psi_i \|}{dt}, \qquad (9)$$

где $\quad \| A(\delta_i) \| = \| C_i \| \cdot \| r_i \| \cdot \| C_{it} \| \cdot \| x_i \|^{-1} + \| C_i \| \cdot \dfrac{d\| C_{it} \|}{dt} + \| \omega_i \| \cdot \| C_{it} \|;$

$$\| E \| = \| C_i \| \cdot \| C_{it} \| = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \text{– единичная матрица.}$$

Для определения характера изменения угловой частоты вращения воспользуемся уравнением равновесия моментов.

Будем считать, что движущий момент создается генерирующими агрегатами, а момент сопротивления определяется нагрузкой. Исходя из изложенного и введя понятие эквивалентной постоянной инерции системы $H_{экв}$, получим условие в виде

$$\frac{d\omega}{dt}=\frac{\sum_{i=1}^{2}\left(\psi_{qHi}I_{dHi}-\psi_{dHi}I_{qHi}\right)-\left(\psi_{qдB}I_{dдB}-\psi_{dдB}I_{qдB}\right)}{H_{экв}}. \quad (10)$$

Эквивалентная постоянная инерции системы $H_{экв}$ равна сумме постоянных инерции отдельных агрегатов, приведенных к базисной мощности. Умножив и разделив левую часть (10) на $\frac{d\delta}{d\delta}$ и учитывая $\frac{d\delta}{dt}=\omega$, получим

$$\omega d\omega=d\delta\frac{\sum_{i=1}^{2}\left(\psi_{qHi}I_{dHi}-\psi_{dHi}I_{qHi}\right)-\left(\psi_{qдB}I_{dдB}-\psi_{dдB}I_{qдB}\right)}{H_{экв}}. \quad (11)$$

Интегрируя левую часть уравнения (11) от 0 до ω_S, а правую часть этого уравнения от $\delta =$ 0 до $\delta = \pi$, определим угловую скорость скольжения ω_S при которой возможен проворот роторов на угол δ, равный π, т.е. найдем условие возникновения асинхронного хода

$$\omega_S\geq\sqrt{\frac{\int_0^{\pi}2\left[\sum_{i=1}^{2}\left(\psi_{qHi}I_{dHi}-\psi_{dHi}I_{qHi}\right)-\left(\psi_{qдB}I_{dдB}-\psi_{dдB}I_{qдB}\right)\right]d\delta}{H_{экв}}}. \quad (12)$$

При повороте роторов генерирующих агрегатов на угол δ, равный 180°, в электрическом центре системы напряжение может снижаться практически до нуля, а возникающие колебания напряжений, свойственные режиму асинхронного хода, будут вызывать неправильные срабатывания дистанционной защиты, установки срабатывания которой, измеряющие эквивалентное сопротивление линии $Z_i=U/I_i$, будут фиксировать мнимое короткое замыкание и отключать электрический центр системы от генерирующих агрегатов. Асинхронный ход и неприятности, присущие этому режиму, может возникнуть, если разница угловых частот вращения $\omega_2-\omega_1$ превысит значение, найденное с помощью соотношения (12).

Уравнения (2, 3, 5, 9, 12) образуют математическую модель, с помощью которой возможно исследовать устойчивость системы электроснабжения в лавинообразных процессах изменения напряжения и частоты.

Кроме рассмотренного режима асинхронного хода лавинообразные процессы могут иметь место при потере возбуждения генерирующими агрегатами. Предложенная модель позволит провести исследование и этого режима, исходя из того, что при потере возбуждения в уравнении (9) следует считать, что $U_{fi} = 0$. Если возбуждение отсутствует у генератора достаточно большой мощности, то появляющееся при этом скольжение может превысить допустимое из условия (12) значение и возникнет режим асинхронного хода со всеми вытекающими из этого последствиями. Лавинообразные процессы могут также иметь место при дефиците генерирующей мощности, когда потребляемая активная нагрузка резко возрастает.

Выводы. 1. Разработанная математическая модель позволяет исследовать устойчивость системы электроснабжения с несколькими генерирующими агрегатами.

2. Найдено условие возникновения в системе электроснабжения режима асинхронного хода и объяснены причины, порождающие лавинообразные процессы уменьшения напряжения и частоты.

3. Показано, что одной из возможных причин, усугубляющих действие асинхронных режимов, является ложное срабатывание дистанционных защит, приводящее к полному отключению электрического центра системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ляпунов А.М. Собрание сочинений. Т. 2. – М.: АН СССР, 1956. – 543 с.*
2. *Жданов П.С. Устойчивость электрических систем. – М.: Госэнергоиздат, 1948. – 399 с.*
3. *Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. – М.: Высш. шк., 1970. – 472 с.*
4. *Шинкаренко В.Ф. Основи теорії еволюції електромеханічних систем. – К.: Наук. думка, 2002. – 285 с.*

Поступила 24.01.2004

КОНОНОВ Борис Тимофеевич, *доктор техн. наук, профессор, профессор кафедры ХВУ. В 1962 году окончил Львовский политехнический институт. Область научных интересов – электроснабжение.*

КУСАКИН Юрий Александрович*, канд. техн. наук, начальник факультета ХВУ, в 1985 году окончил ХВВКИУ РВ им. Маршала Советского союза Крылова Н.И. Область научных интересов – электроснабжение.*

РОГОЗИН Анатолий Сергеевич, *адъюнкт ХВУ. В 1995 году окончил ХВУ. Область научных интересов – электроснабжение.*