

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ОДНОРОДНЫХ СИЛ И СРЕДСТВ ПО КРИТЕРИЮ МАКСИМУМА РАЗНОСТИ ОСТАВШИХСЯ СРЕДСТВ ПРОТИВОБОРСТВУЮ- ЩИХ СТОРОН К КОНЦУ КОНФЛИКТНОЙ СИТУАЦИИ

к.т.н. В.Б. Кононов

(представил д.т.н., проф. Б.Ф. Самойленко)

В статье рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств оперирующей стороны по критерию максимума разности оставшихся средств противоборствующих сторон к концу конфликтной ситуации.

Постановка задачи. При решении задач оптимального планирования боевых действий в ходе конфликтных ситуаций необходимо определить законы оптимального управления распределением однородных сил и средств, имеющихся у оперирующей стороны, исходя при этом от поставленных старшим начальником целей, складывающейся ситуации и вероятных действий противника.

Оптимальное планирование и последующее управление распределением однородных сил и средств, а также управление распределением сил и средств резерва в условиях современного боя представляет собой важную военно-научную задачу, актуальность которой определяется необходимостью создания в Вооруженных Силах Украины автоматизированной системы управления войсками и оружием.

Анализ литературы. Задачи управления распределением сил и средств оперирующей стороны рассматривались в работах [1 – 5]. Так, в [1] описывается методика решения задач определения соотношения сил и средств сторон для случая однородных средств. В [2] были рассмотрены задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций. В [3] изложена методика распределения однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок. В [4] рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника за весь период конфликтной ситуации. В [5] рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума среднего суммарного коли-

чества сил и средств оперирующей стороны. Однако в этих работах не рассматривалось решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума разности оставшихся средств противоборствующих сторон к концу конфликтной ситуации.

Цель статьи. Целью статьи является разработка метода решения задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств конфликтующих сторон по критерию максимума разности оставшихся средств противоборствующих сторон к концу конфликтной ситуации.

Основной материал. Для решения поставленной задачи оптимального распределения однородных сил и средств резерва при заданном времени боя T представим математическую модель боя в виде:

$$\begin{aligned} X(T) - Y(T) \rightarrow \max, \\ \begin{cases} \dot{x} = -by + u; \\ \dot{y} = -ax + v. \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

В (1) начальные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} x(0) = x_0; y(0) = y_0; \\ 0 \leq u(t) \leq c; \\ \int_0^T u(t) dt - A_0 \leq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $x(t)$ и $y(t)$ – математические ожидания количества средств группировок A и B , сохранившихся к моменту времени t ; $a = \alpha P$ и $b = \beta Q$ – эффективные скорострельности группировок A и B ; α и β – средние скорострельности средств, используемых группировками A и B ; P и Q – вероятности поражения одним выстрелом боевых средств группировок A и B ; $u(t)$ и $v(t)$ – интенсивности поступления средств резерва группировок A и B ; c – максимальная интенсивность поступления резерва группировки A ; A_0 – общее количество средств резерва.

Задача (1, 2) является задачей оптимального управления с терминальным функционалом (критерий оптимизации) и свободным правым концом.

Функция Гамильтона – Понтрягина для этой задачи имеет вид

$$H(x, y, \varphi, \eta, \lambda, u) = \varphi(-by + u) + \eta(-ax + v) - \lambda u, \quad (3)$$

где η , φ – сопряженные функции; λ – множитель Лагранжа.

Сопряженная система и условия трансверсальности для рассматриваемой задачи записываются следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = a\eta; \\ \dot{\eta} = b\varphi; \\ \varphi(t) = 1; \\ \eta(t) = -1. \end{cases} \quad (4)$$

Поскольку очевидно, что $\varphi_0 \neq 0$, следовательно $\varphi_0 = -1$.

Приведем решение сопряженной системы (4) для функции φ :

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} &= a\dot{\eta} = ab\varphi; \\ \varphi &= Ce^{\sqrt{ab}t} + De^{-\sqrt{ab}t}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{cases} Ce^{\sqrt{ab}T} + De^{-\sqrt{ab}T} = 1; \\ \sqrt{ab}Ce^{\sqrt{ab}T} - \sqrt{ab}De^{-\sqrt{ab}T} = -a; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} Ce^{\sqrt{ab}T} + De^{-\sqrt{ab}T} = 1; \\ Ce^{\sqrt{ab}T} - De^{-\sqrt{ab}T} = -\sqrt{\frac{a}{b}}; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} C = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{a}{b}} \right) e^{-\sqrt{ab}T}; \\ D = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{a}{b}} \right) e^{\sqrt{ab}T}; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{a}{b}} \right) e^{\sqrt{ab}(t-T)} + \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{a}{b}} \right) e^{-\sqrt{ab}(t-T)}.$$

В соответствии с принципом максимума Понтрягина для решения задачи необходимо найти

$$\max_{\substack{0 \leq u \leq c \\ \lambda \geq 0}} \{(\varphi - \lambda)u\} \quad (6)$$

или

$$\max_{\substack{0 \leq u \leq c \\ \lambda \geq 0}} \left[\frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{a}{b}} \right) e^{\sqrt{ab}(t-T)} + \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{a}{b}} \right) e^{-\sqrt{ab}(t-T)} - \lambda \right] u. \quad (7)$$

Из (7) следует, что оптимальное управление распределения резерва оперирующей стороны должно определяться следующими условиями:

$$u^*(t) \equiv c \quad \text{при } cT \leq A_0 \quad (8)$$

или

$$u^*(t) = \frac{c}{2} - \frac{c}{2} \operatorname{sign} \left(t - \frac{A_0}{c} \right), \quad 0 \leq t \leq T \quad \text{при } cT > A_0. \quad (9)$$

Выводы. Результаты решения задачи (1, 2) дают возможность найти оптимальное управление распределением однородных сил и средств резерва по критерию максимума разности оставшихся средств противоборствующих сторон к концу конфликтной ситуации, а также могут быть положены в основу разработки алгоритма планирования оптимального распределения средств резерва.

Рассмотренный метод решения задачи может быть использован и при планировании распределения однородных средств резерва в варианте, когда время окончания боя неизвестно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И., Ольшевский И.П., Носик Ал.М. Разработка моделей динамических процессов конфликтных ситуаций. // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2001. – Вып. № 1 (11). – С. 129 – 133.
2. Кононов В.Б., Евстрат Д.И., Рафальский Ю.И., Бабий И.Ф. Задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций // Системы обработки информации. – Х.: ХФВ «Транспорт України», 2001. – Вып. № 1(11). – С. 129 – 133.
3. Кононов В.Б., Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И. Распределение однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вып. № 4(20). – С. 96 – 101.
4. Кононов В.Б., Кушнерук Ю.И., Кононова Е.А. Задача оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2001. – Вып. № 1. – С. 196 – 199.
5. Кононов В.Б. Задача оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума среднего суммарного количества сил и средств оперирующей стороны // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2004. – Вып. № 2. – С. 146 – 149.

Поступила 2.02.2004

КОНОНОВ Владимир Борисович, кандидат технических наук, доцент, зам. нач. факультета ХВУ. В 1987 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – исследование операций.