УДК 623.021: 005

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ОДНОРОДНЫХ СИЛ И СРЕДСТВ ПО КРИТЕРИЮ МАКСИМУМА РАЗНОСТИ ОСТАВШИХСЯ СРЕДСТВ ПРОТИВОБОРСТВУЮЩИХ СТОРОН К КОНЦУ КОНФЛИКТНОЙ СИТУАЦИИ

к.т.н. В.Б. Кононов
(представил д.т.н., проф. Б.Ф. Самойленко)

В статье рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств оперирующей стороны по критерию максимума разности оставшихся средств противоборствующих сторон к концу конфликтной ситуации.

Постановка задачи. При решении задач оптимального планирования боевых действий в ходе конфликтных ситуаций необходимо определить законы оптимального управления распределением однородных сил и средств, имеющихся у оперирующей стороны, исходя при этом от поставленных старшим начальником целей, складывающейся ситуации и вероятных действий противника.

Оптимальное планирование и последующее управление распределением однородных сил и средств, а также управление распределением сил и средств резерва в условиях современного боя представляет собой важную военно-научную задачу, актуальность которой определяется необходимостью создания в Вооруженных Силах Украины автоматизированной системы управления войсками и оружием.

Анализ литературы. Задачи управления распределением сил и средств оперирующей стороны рассматривались в работах [1 – 5]. Так, в [1] описывается методика решения задач определения соотношения сил и средств сторон для случая однородных средств. В [2] были рассмотрены задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций. В [3] изложена методика распределения однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок. В [4] рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника за весь период конфликтной ситуации. В [5] рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума среднего суммарного количества сил и средств оперирующей стороны. Однако в этих работах не рассматривалось решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума разности оставшихся средств противоборствующих сторон к концу конфликтной ситуации.

Цель статьи. Целью статью является разработка метода решения задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств конфликтующих сторон по критерию максимума разности оставшихся средств противоборствующих сторон к концу конфликтной ситуации.

Основной материал. Для решения поставленной задачи оптимального распределения однородных сил и средств резерва при заданном времени боя T представим математическую модель боя в виде:

$$X(T) - Y(T) \to \max, \tag{1}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = -by + u; \\ \dot{y} = -ax + v. \end{cases}$$

В (1) начальные условия имеют вид:

$$\begin{gathered} x(0) = x_0;\ y(0) = y_0; \\ 0 \le u(t) \le c; \\ \int_0^T u(t)dt - A_0 \le 0, \end{gathered} \tag{2}$$

где $x(t)$ и $y(t)$ – математические ожидания количества средств группировок A и B, сохранившихся к моменту времени t; $a = \alpha P$ и $b = \beta Q$ – эффективные скорострельности группировок A и B; α и β – средние скорострельности средств, используемых группировками A и B; P и Q – вероятности поражения одним выстрелом боевых средств группировок A и B; $u(t)$ и $v(t)$ – интенсивности поступления средств резерва группировок A и B; c – максимальная интенсивность поступления резерва группировки A; A_0 – общее количество средств резерва.

Задача (1, 2) является задачей оптимального управления с терминальным функционалом (критерий оптимизации) и свободным правым концом.

Функция Гамильтона – Понтрягина для этой задачи имеет вид

$$H(x, y, \varphi, \eta, \lambda, u) = \varphi(-by + u) + \eta(-ax + v) \_ \lambda u, \tag{3}$$

где η, φ – сопряженные функции; λ – множитель Лагранжа.

Сопряженная система и условия трансверсальности для рассматриваемой задачи записываются следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = a\eta\,; \\ \dot{\eta} = b\varphi\,; \end{cases} \qquad (4)$$

$$\begin{cases} \varphi(t) = 1\,; \\ \eta(t) = -1\,. \end{cases}$$

Поскольку очевидно, что $\varphi_0 \neq 0$, следовательно $\varphi_0 = -1$.

Приведем решение сопряженной системы (4) для функции φ:

$$\ddot{\varphi} = a\dot{\eta} = ab\varphi\,;$$

$$\varphi = Ce^{\sqrt{ab}\,t} + Дe^{-\sqrt{ab}\,t}\,; \qquad (5)$$

$$\begin{cases} Ce^{\sqrt{ab}\,T} + Дe^{-\sqrt{ab}\,T} = 1\,; \\ \sqrt{ab}\,Ce^{\sqrt{ab}\,T} - \sqrt{ab}\,Дe^{-\sqrt{ab}\,T} = -a; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} Ce^{\sqrt{ab}\,T} + Дe^{-\sqrt{ab}\,T} = 1\,; \\ Ce^{\sqrt{ab}\,T} - Дe^{-\sqrt{ab}\,T} = -\sqrt{\dfrac{a}{b}}; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} C = \dfrac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\dfrac{a}{b}}\right)e^{-\sqrt{ab}\,T}\,; \\ Д = \dfrac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\dfrac{a}{b}}\right)e^{\sqrt{ab}\,T}\,; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\varphi = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{a}{b}}\right)e^{\sqrt{ab}\,(t-T)} + \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{a}{b}}\right)e^{-\sqrt{ab}\,(t-T)}.$$

В соответствии с принципом максимума Понтрягина для решения задачи необходимо найти

$$\max_{\substack{0 \le u \le c \\ \lambda \ge 0}} \{(\varphi - \lambda)u\} \qquad (6)$$

или

$$\max_{\substack{0 \le u \le c \\ \lambda \ge 0}} \left[\frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{a}{b}}\right)e^{\sqrt{ab}\,(t-T)} + \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{a}{b}}\right)e^{-\sqrt{ab}\,(t-T)} - \lambda\right]u\,. \qquad (7)$$

Из (7) следует, что оптимальное управление распределения резерва оперирующей стороны должно определяться следующими условиями:

$$u^*(t) \equiv c \quad \text{при } cT \le A_0 \tag{8}$$

или

$$u^*(t) = \frac{c}{2} - \frac{c}{2}\operatorname{sign}\left(t - \frac{A_0}{c}\right), \quad 0 \le t \le T \ \text{при } cT > A_0 . \tag{9}$$

Выводы. Результаты решения задачи (1, 2) дают возможность найти оптимальное управление распределением однородных сил и средств резерва по критерию максимума разности оставшихся средств противоборствующих сторон к концу конфликтной ситуации, а также могут быть положены в основу разработки алгоритма планирования оптимального распределения средств резерва.

Рассмотренный метод решения задачи может быть использован и при планировании распределения однородных средств резерва в варианте, когда время окончания боя неизвестно.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И., Ольшевский И.П., Носик Ал.М. Разработка моделей динамических процессов конфликтных ситуаций. // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2001. – Вип. № 1 (11). – С. 129 – 133.*
2. *Кононов В.Б., Евстрат Д.И., Рафальский Ю.И., Бабий И.Ф. Задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций // Системи обробки інформації. – Х.: ХФВ «Транспорт України», 2001. – Вип. № 1(11). – С. 129 – 133.*
3. *Кононов В.Б., Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И. Распределение однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. № 4(20). – С. 96 – 101.*
4. *Кононов В.Б, Кушнерук Ю.И., Кононова Е.А. Задача оптимального управлениняраспределением однородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2001. – Вип. № 1. – С. 196 – 199.*
5. *Кононов В.Б. Задача оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума среднего суммарного количества сил и средств оперирующей стороны // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2004. – Вип. № 2. – С. 146 – 149.*

Поступила 2.02.2004

КОНОНОВ Владимир Борисович, *кандидат технических наук, доцент, зам. нач. факультета ХВУ. В 1987 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – исследование операций.*