

МЕТОД ОЦЕНКИ НАБЛЮДАЕМЫХ РИСКОВ ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ КОНТРОЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ НА НАДЕЖНОСТЬ

д.т.н., проф. Б.Н. Ланецкий, В.В. Кобзев

Предложен метод оценки наблюдаемых рисков поставщика и потребителя для различных планов контрольных испытаний на надежность на основе вероятностного моделирования процессов контрольных испытаний.

Постановка проблемы. При планировании контрольных испытаний (к.и.) изделий на надежность необходимо обеспечить требуемую достоверность принятия решений, т.е. при реализации спланированных испытаний наблюдаемые риски поставщика α' и потребителя β' должны незначительно отличаться от заданных при планировании α и β . В тех случаях, когда α' (или β') отличаются от α (или β) важно выяснить: какому именно (приемочному или браковочному) уровню надежности соответствует выполнение условия равенства рисков $\alpha' = \alpha$ (или $\beta' = \beta$). В [1] значения α' и β' приведены для планов контроля показателей надежности типа “вероятность безотказной работы” по одноступенчатому методу. Для приведенных в [1] планов контроля показателей надежности типа “средняя наработка на отказ” и последовательных планов испытаний по методу Ярлыкова, наблюдаемые риски близки к планируемым. Для последовательных планов контроля вероятности безотказной работы по методу Вальда значения α' и β' в [1] не приведены. Кроме того, в практике планирования контрольных испытаний нередко возникают ситуации, когда необходимо применять планы испытаний, отсутствующие в [1], или предусматривать более ранние по сравнению с [1] усечения последовательных планов. В названных и других подобных случаях необходимо иметь возможность при различных величинах приемочного R_α и браковочного R_β уровней надежности оценивать наблюдаемые риски α' и β' и сопоставлять их с планируемыми α и β , т.е. проверять адекватность плана контрольных испытаний на надежность.

Анализ литературы. Рассмотренные в литературе [2 – 4] методы моделирования процесса функционирования технических объектов ориентированы, в основном, на решение задач, связанных с определением вида состояния, в котором будет находиться объект по истечении задан-

ного промежутка времени. В [3, 4], кроме того, рассмотрено моделирование процесса испытаний, однако оно ограничивается формированием возможных значений случайных величин с заданным законом распределения и реализаций случайных векторов и функций, что не позволяет применить этот материал для решения поставленной задачи.

Цель статьи. Разработать метод оценки наблюдаемых рисков α' и β' к.и. на надежность любого типа на основе вероятностного моделирования процесса проведения к.и.

Известные в научно-технической литературе и нормативных документах планы к.и. на надежность (одноступенчатые, двухступенчатые, последовательные, усеченные последовательные по числу отказов и др.) могут быть представлены последовательным планом, усеченным по наработке. Для описания последовательного усеченного по наработке плана к.и. введем два подмножества T_0 и T_1 значений наработок, соответствующих линиям соответствия и несоответствия в дискретных точках числа отказов:

$$T_0 = \{t_0^0, \dots, t_i^0, \dots, t_{d_0}^0\}; \quad T_1 = \{t_1^1, \dots, t_i^1, \dots, t_{d_1}^1\}, \quad d_0 < d_1, \quad (1)$$

где $t_i^0(t_i^1)$ – наработка (в абсолютных или относительных единицах времени или число наблюдений при биномиальных испытаниях), соответствующая точке линии соответствия (несоответствия) при i отказах; $d_0(d_1)$ – максимальное число отказов, при которых может быть принято решение о соответствии (несоответствии) изделия заданным требованиям. В целях упрощения описания процесса к.и. будем считать, что факт приемки (браковки) изделий, поставленных на испытания, может быть зафиксирован только в моменты достижения наработок (1). Действительно, ступенчатая линия графика испытаний в случае приемки пересекает линию соответствия в одной из точек $t_i^0 \in T_0$. В случае браковки пересечение с линией несоответствия возможно в некоторой промежуточной точке t^1 , $t_{i-1}^1 < t^1 \leq t_i^1$, но независимо от того, какие события будут иметь место на интервале (t^1, t_i^1) , в точке $t_i^1 \in T_1$ будет зафиксирована браковка. Так как решения о приемке, браковке или продолжении испытаний должны приниматься в последовательные моменты, соответствующие наработкам (1) из подмножеств T_0 и T_1 , то можно объединить подмножества T_0 и T_1 в множество T :

$$T = T_0 \cup T_1 = \{t_i^w\}, \quad w \in \{0, 1\}, \quad i = \overline{0, d_1}, \quad (2)$$

упорядочив затем элементы T в последовательность

$$\hat{T} = \{\hat{t}_{(j)}\}, \quad \hat{t}_{(j)} \in T, \quad \hat{t}_{(j)} \geq \hat{t}_{(j-1)}, \quad j = \overline{1, d_0 + d_1 + 1}, \quad \hat{t}_0 = 0. \quad (3)$$

Отметим, что для некоторых планов к.и. в подмножествах (1) элементы, соответствующие начальным значениям индексов (т.е. малому числу отказов), могут отсутствовать. Следовательно, количество элементов в последовательностях (1) может отличаться от указанной в (3) максимально возможной величины ($d_0 + d_1 + 1$) в меньшую сторону.

Сущность вероятностного моделирования состоит в имитации достаточно большого числа N_0 независимых реализаций процесса к.и. В каждой реализации для фиксированных уровней показателя надежности R ($R \in \{R_\alpha, R_\beta\}$) проводится розыгрыш суммарного числа отказов v в испытаниях последовательно на интервалах наработок

$$\Delta t_j = \hat{t}_{(j)} - \hat{t}_{(j-1)}, \quad j = \overline{1, d_0 + d_1 + 1}, \quad (4)$$

построенных на основе последовательности (2). В каждом j -м интервале полученное число отказов v_j суммируется с числом отказов r_{j-1} , накопленным на интервалах, предшествующих j -му, после чего принимается одно из решений $\langle k_0, k_1, k_{01} \rangle \in K$, где k_0 – приемка; k_1 – браковка; k_{01} – продолжение испытаний (переход к $(j+1)$ -му интервалу). Принятию решения K соответствует выполнение следующих условий:

$$K = \begin{cases} k_0, & \text{если } (\hat{t}_{(j)} = t_s^0 \in T_0) \cup (r_j \leq s); \\ k_1, & \text{если } (\hat{t}_{(j)} = t_i^1 \in T_1) \cup (r_j \geq i); \\ k_{01}, & \text{в противном случае (т.е. если } (K \neq k_1) \cup (K \neq k_0)). \end{cases} \quad (5)$$

Каждая реализация вероятностного моделирования завершается по принятию одного из альтернативных решений $K = k_1$ или $K = k_0$. Искомые оценки α' и β' наблюдаемых рисков определяются отдельно при условии $R = R_\alpha$ или $R = R_\beta$ на основе полученных при вероятностном моделировании исходов испытаний во всех N_0 реализациях.

Для проведения вероятностного моделирования необходимо для каждого из интервалов (4) рассчитать вероятности возникновения в них различного числа отказов при соответствующих значениях приемочного R_α и браковочного R_β уровнях надежности изделий:

$$P_{jk}^{(\alpha)} = P\{v_j = k \mid \Delta t_j, R_\alpha\}; \quad P_{jk}^{(\beta)} = P\{v_j = k \mid \Delta t_j, R_\beta\}, \quad (6)$$

$$k = \overline{0, d_1}, \quad j = \overline{1, d_0 + d_1 + 1}.$$

Вероятности $P_{jk}^{(\alpha)}$, $P_{jk}^{(\beta)}$ в (6) вычисляются в предположении извест-

ного типа показателя надежности и вида функции распределения наработки до отказа.

Так, при контроле вероятности безотказной работы:

$$P_{jk}^{(\alpha)} = C_{\Delta t_j}^k P_{\alpha}^{(\Delta t_j - k)} (1 - P_{\alpha})^k; \quad P_{jk}^{(\beta)} = C_{\Delta t_j}^k P_{\beta}^{(\Delta t_j - k)} (1 - P_{\beta})^k, \quad (7)$$

где P_{α} и P_{β} – приемочный и браковочный уровни вероятности безотказной работы.

При контроле средней наработки на отказ в случае экспоненциальной функции распределения наработки между отказами:

$$P_{jk}^{(\alpha)} = \left[\left(\frac{\Delta t_j}{T_{\alpha}} \right)^k / k! \right] \exp \left(- \frac{\Delta t_j}{T_{\alpha}} \right); \quad P_{jk}^{(\beta)} = \left[\left(\frac{\Delta t_j}{T_{\beta}} \right)^k / k! \right] \exp \left(- \frac{\Delta t_j}{T_{\beta}} \right), \quad (8)$$

где T_{α} и T_{β} – приемочный и браковочный уровни средней наработки на отказ.

Имитационное моделирование по определению оценок α' и β' завершается по достижении запланированного числа реализаций $N_0^{(\alpha)}$ и $N_0^{(\beta)}$.

Точечные оценки наблюдаемых рисков поставщика и потребителя определяются по формулам:

$$\tilde{\alpha}' = a / N_0^{(\alpha)}; \quad \tilde{\beta}' = b / N_0^{(\beta)}, \quad (9)$$

где a и b – количество реализаций имитационного моделирования, проведенного на основе параметров $P_{jk}^{(\alpha)}$ и $P_{jk}^{(\beta)}$, в которых зафиксирована браковка или приемка соответственно.

Планирование необходимого числа реализаций $N^{(\alpha)}$ и $N^{(\beta)}$ проводится, исходя из требуемой точности δ оценки α' , β' и ожидаемой величины риска \mathcal{G}' , $\mathcal{G}' \in \{\alpha', \beta'\}$. Так как величины $N^{(\alpha)}$ и $N^{(\beta)}$ достаточно большие, такие, что $N^{(\alpha)} / \mathcal{G}' \gg 1$ и $N^{(\beta)} / \mathcal{G}' \gg 1$, то распределения оценок $\tilde{\alpha}'$ и $\tilde{\beta}'$ могут быть аппроксимированы нормальным распределением с параметрами:

$$E(\tilde{\mathcal{G}}') = \mathcal{G}'; \quad \sigma(\tilde{\mathcal{G}}') = \left[\frac{\mathcal{G}'(1 - \mathcal{G}')}{N^{(\mathcal{G}')}} \right]^{1/2}, \quad (10)$$

относительная погрешность оценки \mathcal{G}' с доверительной вероятностью γ не превышает величины

$$\delta_{\gamma} = \frac{u_{(1+\gamma)/2} \cdot \sigma(\tilde{\mathcal{G}}')}{\mathcal{G}'}, \quad (11)$$

где u_{φ} – φ -квантиль стандартного нормального распределения.

Коэффициент вариации оценки ϑ' рассчитывается по формуле

$$v(\tilde{\vartheta}') = \sigma(\tilde{\vartheta}')/\vartheta'. \quad (12)$$

При первоначальном назначении необходимого числа реализаций $N_0^{(\vartheta)}$ предполагается равенство $\vartheta = \vartheta$, $\vartheta \in \{\alpha, \beta\}$. При планировании числа реализаций по коэффициенту вариации, исходя из условия $\delta_\gamma \leq v(\tilde{\vartheta}')$ и соотношений (10), (12), получим

$$N_{0\sigma}^{(\vartheta)} \geq \frac{1 - \vartheta}{\vartheta \delta_\gamma^2}, \quad \vartheta \in \{\alpha, \beta\}. \quad (13)$$

При этом вероятность γ , определяемая из соотношения $u_{(1+\gamma)/2} = 1$, составляет $\gamma = 0,68$. Для любой заданной доверительной вероятности γ необходимое число реализаций, планируемое в соответствии с условием $\delta \leq \delta_\gamma$ с учетом соотношений (10), (11), рассчитывается по формуле

$$N_{0\sigma}^{(\vartheta)} \geq \frac{1 - \vartheta}{\vartheta \delta_\gamma^2} (u_{(1+\gamma)/2})^2, \quad \vartheta \in \{\alpha, \beta\}. \quad (14)$$

По результатам моделирования и получения по $N_0^{(\alpha)}$, $N_0^{(\beta)}$ реализациям оценок наблюдаемых рисков (соотношение (9)) проводится уточнение первоначально запланированного числа реализаций. Для этого по формуле (13) или (при заданной γ) по формуле (14) вычисляется уточненное число реализаций $N^{(\alpha)}$, $N^{(\beta)}$ подстановкой вместо величины ϑ , $\vartheta \in \{\alpha, \beta\}$ полученной оценки $\tilde{\vartheta}'$, $\tilde{\vartheta}' = \{\tilde{\alpha}', \tilde{\beta}'\}$.

При $N^{(\alpha)} > N_0^{(\alpha)}$ или $N^{(\beta)} > N_0^{(\beta)}$ число реализаций должно быть увеличено соответственно до $N^{(\alpha)}$ или $N^{(\beta)}$. Уточненные оценки величин α' , β' находят в соответствии с (9) с учетом результатов моделирования к.и. по всем $N^{(\alpha)}$ или $N^{(\beta)}$ реализациям.

Разработана программа, обеспечивающая пользователю возможность проверки α' , β' на ПЭВМ. Этапами выполнения этой программы являются: задание для проверяемого плана исходных значений элементов подмножеств (1), группировка их в единый массив исходных данных (2), упорядочение в порядке возрастания и определение количества интервалов (3); первоначальное определение необходимого числа реализаций моделирования ((13), (14)); определение для каждого j -го интервала его длины (4), приемочного и браковочного числа отказов; моделирование числа отказов v_j на

j -м интервале (6) для фиксированного R_α (или R_β); определение суммарного числа отказов к моменту окончания j -го интервала; принятие решения K (5); определение точечных оценок наблюдаемых рисков $\tilde{\alpha}'$ (или $\tilde{\beta}'$) (9) по всем реализациям; уточнение запланированного первоначально числа реализаций и определение уточненных точечных оценок наблюдаемых рисков $\tilde{\alpha}'$ (или $\tilde{\beta}'$) по уточненному количеству реализаций.

Ниже в табл. 1 для одноступенчатых планов к.и. показателя типа “вероятность” с параметрами P_α (P_β) – приемочный (браковочный) уровень показателя надежности типа “вероятность”, $\alpha = \beta = 0,2$, C_α (приемочное число), N (объем испытаний) приведены величины наблюдаемых рисков [1, табл. 35] и рассчитанные оценки наблюдаемых рисков по результатам моделирования. Зададим относительную погрешность $\delta_\gamma = 0,01$ при доверительной вероятности $\gamma = 0,9$.

Таблица 1

Величины наблюдаемых рисков при одноступенчатом плане к.и.

Параметры плана испытаний				Наблюдаемый риск [1]		Оценка наблюдаемого риска по результатам моделирования	
P_β	P_α	C_α	N	α'	β'	$\tilde{\alpha}'$	$\tilde{\beta}'$
0,95	0,99	0	32	0,275	0,194	0,274	0,192
	0,98	3	109	0,175	0,2	0,175	0,199
0,9	0,98	0	16	0,28	0,185	0,277	0,184
	0,97	1	29	0,216	0,2	0,216	0,199
	0,96	2	42	0,236	0,2	0,235	0,195

Из табл. 1 видно, что вероятностное моделирование дает оценки наблюдаемых рисков $\tilde{\alpha}'$, $\tilde{\beta}'$ близкие к приведенным в [1]. Расхождение объясняется выбором соответствующих значений относительной погрешности δ_γ оценки наблюдаемых рисков α' , β' и доверительной вероятности γ .

В табл. 2 для планов последовательных испытаний по методу Ярлыкова (приведенных в [1]) с параметрами P_α (P_β) – приемочный (браковочный) уровень показателя надежности типа “вероятность”, $\alpha = \beta$, d – число отказов, $N_{пр}$ ($N_{бр}$) – объем испытаний, необходимый для принятия решения о соответствии (несоответствии) при d отказах, приведены рассчитанные оценки наблюдаемых рисков α' , β' для тех же значений относительной погрешности оценки δ_γ наблюдаемых рисков и доверительной вероятности γ , что и в предыдущем случае.

Таблица 2

Величины наблюдаемых рисков для последовательных к.и. по методу Ярлыкова

Параметры плана испытаний					Рассчитанное значение оценки наблюдаемого риска		Номер табл. в [1]	
P_β	P_α	d	N_{np}	$N_{бр}$	$\alpha = \beta$	$\tilde{\alpha}'$		$\tilde{\beta}'$
0,92	0,98	0	29	—	0,15	0,146	0,153	60
		1	49	—				
		2	67	27				
		3	84	57				
		4	—	84				
0,85	0,95	0	13	—	0,2	0,192	0,203	79
		1	23	—				
		2	32	13				
		3	41	26				
		4	49	40				
		5	—	49				

Как видно из табл. 2, рассчитанные оценки наблюдаемых рисков незначительно отличаются от планируемых, что подтверждает адекватность приведенных планов к.и. на надежность.

Выводы. Предложенный метод вероятностного моделирования процессов к.и. изделий на надежность (одноступенчатых, многоступенчатых, последовательных и др.) позволяет: оценивать величины наблюдаемых рисков поставщика и потребителя, проверять адекватность планов к.и. на надежность как приведенных в нормативных документах, так и вновь разрабатываемых; планировать к.и. на надежность по наблюдаемым рискам.

ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 27.410-87. Надежность в технике. Методы контроля показателей надежности и планы контрольных испытаний на надежность. – М.: Из-во стандартов, 1988. – 110 с.
2. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем. – М.: Высш. шк., 1985. – 271 с.
3. Раскин Л.Г. Математические методы исследования операций и анализа сложных систем вооружения ПВО. – Х.: ВИРТА ПВО, 1988. – 178 с.
4. Шалыгин А.С., Палагин Ю.И. Прикладные методы статистического моделирования. – Л.: Машиностроение, 1986. – 320 с.

Поступила 22.01.2004

ЛАНЕЦКИЙ Борис Николаевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры ХВУ. Область научных интересов — эксплуатация, надежность и эффективность в технике.

КОБЗЕВ Владислав Владимирович, адъюнкт очной адъюнктуры при ХВУ. В 1997 году окончил Харьковский военный университет. Область научных интересов — эксплуатация, надежность и эффективность в технике.