

КРИТЕРИЙ ИНФОРМАТИВНОСТИ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ НАБЛЮДЕНИЯМИ ПРИ СОПРОВОЖДЕНИИ НЕСКОЛЬКИХ ЦЕЛЕЙ

к.т.н. В.Ш. Хисматулин, И.А. Кулинич

Осуществляется постановка задачи управления наблюдениями в режиме сопровождения. Рассматривается возможность применения критерия информативности получаемых наблюдений для синтеза алгоритма управления наблюдениями при сопровождении нескольких целей.

Постановка задачи. Задача управления наблюдениями в режиме сопровождения заключается в принятии решения о необходимости радиолокационного контакта с одним из сопровождаемых объектов в очередной момент времени. В результате решения этой задачи необходимо найти такой вектор управления, при котором последовательность соответствующих наблюдений M целей доставляет минимум выбранному функционалу качества управления.

Анализ литературы. Вопросы управления и обработки поступающей информации при сопровождении представляют собой часть теории управления – управление наблюдениями в процессе фильтрации [1 – 3]. Одной из основных проблем, возникающих при постановке задачи поиска оптимального управления наблюдениями, является выбор и обоснование критериев качества управления, с помощью которых можно оценить эффективность полученного решения данной задачи. Данная проблема рассматривалась в работах [3 – 6], где в качестве критерия управления рассматриваются: средний риск за все время наблюдения, минимум средней точности оценки координат, платежная функция, учитывающая стоимости наблюдения и переключения, критерии, основанные на постоянстве ошибок экстраполяции, постоянстве размеров стробов сопровождения и т.д.

Цель статьи. Рассмотрим возможность использования в качестве критерия управления наблюдениями информативность проводимых наблюдений (количество получаемой информации). В этом случае задача управления будет заключаться в максимизации принятого критерия, т.е. количества получаемой информации о сопровождаемых целях.

Сформулируем задачу оптимального распределения усилий для со-

проведения нескольких целей. Имеется множество из M целей с векторами состояния $x_i(t)$. Каждая из целей движется по случайной траектории, т.е. может совершать непредвиденные для наблюдателя отклонения от прямолинейного равномерного движения. В общем случае уравнение динамики i -й воздушной цели описывается стохастическим дифференциальным уравнением вида [7]:

$$\frac{d}{dt} x_i(t) = f(x_i; t) + B_i \xi_i(t), \quad (1)$$

где $x_i(t)$ – 9-мерный вектор-столбец состояния, включающий составляющие векторов ускорения, скорости и радиус-вектора цели в той или иной системе координат; $f(x_i; t)$ – нелинейная в общем случае вектор-функция связи компонентов вектора состояния; $\xi_i(t)$ – 3-мерный вектор-столбец "белых" шумов; B_i – матрица коэффициентов передачи шумов (предполагается, что $\xi_i(t)$ некоррелированы и имеют единичную матрицу спектральных плотностей).

В некоторых случаях уравнение движения цели может быть и линейным

$$\frac{d}{dt} x_i(t) = F_i x_i(t) + B_i \xi_i(t). \quad (2)$$

За целями осуществляется наблюдение таким образом, что в момент времени t_j или принимается сигнал только от одной, например i -й цели, или РЛС решает другие задачи (поиск и обнаружение целей). Алгоритм организации наблюдений в этом случае может быть описан с помощью функции $u_i(t_j)$, для которых:

$$u_i(t_j) = \begin{cases} 0, & \text{если за } i\text{-й целью в момент времени } t = t_j \text{ нет наблюдения;} \\ 1, & \text{если в момент времени } t = t_j \text{ наблюдается } i\text{-я цель;} \end{cases} \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^M u_i(t_j) = \begin{cases} 0, & \text{если РЛС в момент времени } t = t_j \text{ решает другие задачи;} \\ 1, & \text{если в момент времени } t = t_j \text{ производится обращение к } i\text{-й цели.} \end{cases}$$

В предположении аддитивности шумов на выходах дискриминаторов, уравнение наблюдений координат i -й цели имеет вид

$$r_i(t_j) = u_i(t_j) [S(x_i, t_j) + \xi_i(t_j)], \quad (4)$$

где $S(x_i, t_j)$ – нелинейная вектор-функция наблюдений, определяемая видом дискриминаторов, отношением сигнал/шум и др.; $\xi_i(t_j)$ – вектор-столбец аддитивных шумов наблюдений координат цели.

В дальнейшем будем считать, что промежуток времени между из-

мерениями настолько велик, что шумы $\xi_i(t_j)$ для разных моментов времени некоррелированы. Кроме того, положим, что ошибки измерения разных координат независимы между собой. Тогда матрица дисперсии шумов наблюдений координат i -й цели равна

$$M[\xi_i(t_i)\xi_i^T(t_k)] = N_i(t_j)\delta_{kj}, \quad (5)$$

где δ_{kj} – символ Кронекера (1 при $k = j$, 0 при $k \neq j$); $(\dots)^T$ – знак транспонирования; $M[\dots]$ – математическое ожидание (по множеству).

Конкретный вид функции $S(x)$ и состав наблюдений определяется принятым методом локации и типами используемых дискриминаторов.

Приступим далее к обоснованию критерия информативности (качества) радиолокационного наблюдения. Рассмотрим прежде всего такую характеристику как количество информации, получаемой в процессе сопровождения цели.

Согласно шенноновской теории [8, 9], количество информации о векторе состояния $x(t)$ по результатам наблюдений $r(t)$ равно разности средней априорной неопределенности (энтропии) оцениваемого вектора $x(t)$ и средней условной энтропии оценки этого вектора, получаемой по результатам наблюдений $r(t)$. Используя априорную $p(x;t)$ и условную апостериорную $p(x/r;t)$ плотности вероятностей, имеем для количества информации, выражаемой в натуральных единицах (нат)[^]

$$I(x, r, t) = H(x;t) - H(x/r;t) = - \int_{x \in \Omega} p(x, t) \ln p(x, t) dx + \int_{x \in \Omega} p(x/r, t) \ln p(x/r, t) dx, \quad (6)$$

где Ω – область существования x .

Приращение информации за интервал времени $[t; t + dt]$ равно

$$\begin{aligned} dI(x, r, t) &= I(x, r, t + dt) - I(x, r, t) = \\ &= - \int_{x \in \Omega} p(x, t + dt) \ln p(x, t + dt) dt + \int_{x \in \Omega} p(x, t) \ln p(x, t) dt + \\ &+ \int_{x \in \Omega} p(x/r, t + dt) \ln p(x/r, t + dt) dt + \int_{x \in \Omega} p(x/r, t) \ln p(x/r, t) dt. \end{aligned} \quad (7)$$

Для получения качественных результатов ограничимся случаем стационарного случайного процесса $x(t)$, описываемого линейным стохастическим дифференциальным уравнением вида (2). В этом случае, как правило, размерность векторов $x(t)$ и $r(t)$ одинакова. Пусть, кроме того, входящая в (4) вектор-функция $S(x)$ удовлетворяет условиям регу-

лярности:

$$\begin{aligned} |S(x)| &\leq C_1 \sqrt{1+|x|^2}; \\ |S(x) - S(x+dx)| &\leq C_2 |dx|; \\ C_1, C_2 &> 2. \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда количество информации при оценивании вектора $x(t)$ по минимуму дисперсии ошибки

$$\hat{x}(t) = \int_{x \in \Omega} x(t) p(x/r) dx, \quad (9)$$

($\hat{x}(t)$ – оценка вектора x) удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} I(x, r, t) &= \sum_{i,j=1}^m f_{ij} - \frac{|P(t)|^2}{2} \sum_{i,j,n,\ell=1}^m [BB^T]_{ij} P_{ij}(t) \pi_{in}(t) \pi_{j\ell}(t) + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i,j,n,\ell=1}^m \frac{d}{d\hat{x}_n} S_i(\hat{x}, t) \frac{d}{d\hat{x}_\ell} S_j(\hat{x}, t) p_{n\ell}(t) n_{ii}^{-1}, \end{aligned} \quad (10)$$

где f_{ij} – элементы матрицы F ; $P(t)$ – симметричная положительно определенная матрица дисперсий ошибок оценки с элементами p_{ij} ; $\pi_{in}(t)$ – алгебраическое дополнение p_{in} ; n_{ii} – диагональные элементы матрицы спектральных плотностей ошибок единичных измерений.

Текущее количество информации может быть найдено из (10) путем интегрирования, если известен закон изменения матрицы $P(t)$.

Для уяснения особенностей изменения количества информации при оценке марковского случайного процесса рассмотрим простой пример. Пусть уравнение (2) имеет вид ($x(t)$ – скалярная функция):

$$\frac{d}{dt} x(t) = -\alpha x(t) + \alpha \sqrt{n_x} \xi(t), \quad (11)$$

а в уравнении наблюдений (3) положим:

$$\frac{d}{d\hat{x}} S(\hat{x}) \equiv 1; \quad M [\xi^2(t)] = n_0 \delta(t).$$

Оптимальное оценивание согласно (9) начинается в момент времени $t = 0$. Уравнение (10) для количества информации имеет вид

$$\frac{d}{dt} I(x, r, t) = -\alpha - \frac{\alpha^2 n_x}{2\sigma^2(t)} + \frac{\sigma^2(t)}{2n_0}, \quad (12)$$

где $\sigma^2(t)$ – дисперсия ошибки оценки, равная

$$\sigma^2(t) = n_0 \lambda_1 \frac{1 + k \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \exp(\lambda_2 - \lambda_1) t}{1 + k \exp(\lambda_2 - \lambda_1) t},$$

где $k = \frac{\lambda_1 - \frac{1}{2} \alpha \gamma}{\frac{1}{2} \alpha \gamma - \lambda_2}$, $\lambda_{1,2} = -\alpha \pm \alpha \sqrt{1 + \gamma}$, $\gamma = \frac{n_x}{n_0}$.

После интегрирования (12) с учетом начальных условий для $I(x, r, t)$ получим

$$I(x, r, t) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\alpha n_x}{2 \sigma^2(t)} \right). \quad (12, a)$$

В установившемся режиме

$$\sigma^2(\infty) = n_0 \lambda_1 = n_0 \alpha (\sqrt{1 + \gamma} - 1),$$

тогда

$$I(x, r, \infty) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\gamma}{2(\sqrt{1 + \gamma} - 1)} \right). \quad (12, б)$$

Выводы. Из анализа выражений (11), (12) для количества информации можно прийти к следующим выводам.

Во-первых, количество информации связано обратной зависимостью с дисперсией ошибки оценки $\sigma^2(t)$. Следовательно, фильтр (алгоритм), производящий оценку параметра по критерию минимума дисперсии ошибки, одновременно обеспечивает выделение максимальной информации о параметре. Это означает, что такие критерии качества, как максимум информации и минимум дисперсии ошибки, эквивалентным в смысле структуры и конечного результата при синтезе алгоритма сопровождения одной цели.

Во-вторых, для различных условий сопровождения наибольшая информация будет выделяться по тем целям, для которых коэффициент $\gamma = \frac{n_x}{n_0}$ наибольший, т.е. которые имеют большие маневренные характеристики (n_x), а прием сигнала происходит при меньшем уровне помех (n_0). В частности, при $n_0 \gg n_x$ $I(x, r, t) \Rightarrow 0$, т.е. информацию извлечь не удастся. Этот результат показывает, что при решении задачи оптимизации управления при сопровождении нескольких целей по критерию по-

лучения максимума информации

$$J \approx \sum_{i=1}^M I(x_i, r_i, t_j) \quad (13)$$

предпочтение будет отдаваться тем целям, которые более интенсивно маневрируют, а прием сигналов происходит при низком уровне помех (большем отношении сигнал/шум).

Необходимо отметить, что в ряде практических задач наибольший интерес для потребителя представляют цели, прикрытые помехами. В этом случае применение критерия получения максимума информации следует признать нецелесообразным. Более приемлемым в этом случае будет критерий, основанный на поддержании ошибок сопровождения на некотором заданном уровне.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карлов В.И., Красильщиков М.Н., Малышев В.В. Управление процессом наблюдения в стохастических системах. Обзор, ч. 1. – Изв. АН СССР. – Техническая кибернетика. – № 1. – 1989. – С. 22 – 28.
2. Карлов В.И., Красильщиков М.Н., Малышев В.В. Управление процессом наблюдения в условиях статистической неопределенности. Обзор, ч. 2. – Изв. АН СССР. – Техническая кибернетика. – № 2. – 1989. – С. 19 – 26.
3. Григорьев Ф.Н., Кузнецов Н.А., Серебровский А.П. Управление наблюдениями в автоматических системах. – М.: Наука, 1986. – 228 с.
4. Бакут П.А., Жулина Ю.В., Иванчук Н.А. Обнаружение движущихся объектов. – Сов. радио, 1960. – 292 с.
5. Риккер Дж. Дж., Уильямс Дж.Р. Адаптивный фильтр сопровождения маневрирующей цели // IEEE Trans., AES -14. – 1978. – № 1. – Р. 185 – 193.
6. Симаранов С.Ю. Адаптивное управление параметрами режима сопровождения в многоканальных информационных системах // Изв. АН СССР. – Техническая кибернетика. – 1989. – № 2. – С. 33 – 38.
7. Кузьмин С.З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации. – М.: Радио и связь, 1986. – 384 с.
8. Стратонович Р.Л. Теория информации. – М.: Сов. радио, 1975. – 340 с.
9. Грицик В.В., Михайловский В.Н. Оценка качества передачи информации. – К.: 1973. – 188 с.

Поступила 20.02.2004

ХИСМАТУЛИН Владимир Шайдулович, канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры радиолокации и автоматики Харьковского военного университета. В 1969 году окончил ВИРТА ПВО им. Говорова. Область научных интересов – теория автоматического управления.

КУЛИНИЧ Игорь Анатольевич, адъюнкт кафедры радиолокации и автоматики Харьковского военного университета. В 2000 году окончил Харьковский военный универ-

сигнет. Область научных интересов – синтез и анализ следящих систем.