

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ РЕАКТИВНОГО СНАРЯДА ТА ПУСКОВОЇ УСТАНОВКИ ПІСЛЯ СПРАЦЬОВУВАННЯ СТОПОРНО-ЗАМКОВОГО ПРИСТРОЮ НАПРЯМНОЇ

к.т.н. О.М. Шийко, В.О. Телухін  
(подав проф. В.О. Прокопов)

*Розглянута математична модель руху реактивного снаряда (РС) та пускової установки (ПУ) після спрацьовування стопорно-замкового пристрою (СЗП) напрямної.*

**Вступ.** При розробці нових або модернізації існуючих зразків реактивних снарядів виникає необхідність створення математичних моделей руху РС як на траєкторії руху, так і в межах ПУ, що враховують дію найбільш істотних факторів, що збурюють рух снаряда. Ці фактори можуть мати місце як траєкторії польоту, так і під час руху по ПУ, яка являє собою пружньо-інерційну коливальну систему.

**Актуальність проблеми** забезпечення заданих характеристик технічного розсіювання РС об'єктивно вимагає розробки інженерних методик оцінки динамічних якостей ПУ, під якими розуміють сукупність властивостей ПУ як механічної системи, що визначають її здатність забезпечувати необхідні характеристики розсіювання снарядів при заданих умовах стрільби. Актуальність даної роботи складається в розробці математичної моделі, що описує реальні фізичні процеси, які відбуваються при сході снаряда з напрямної, що дозволить шляхом чисельного аналізу цих моделей оцінювати динамічні якості ПУ.

**Метою статті** є розробка математичної моделі спільного руху податливої ПУ і снаряда, що може бути використана для наступного аналізу параметрів сходу РС із ПУ та оцінки динамічних якостей РСЗВ, які обладнані СЗП.

**Аналіз літератури** показав, що на відміну від існуючих математичних моделей руху реактивних снарядів, наведених в [1 – 5], запропонована модель розглядає рух системи РС – ПУ з урахуванням затримки снаряда СЗП в залежності від його сили затяжки. В зв'язку з цим доцільно розглянути три окремі ділянки руху снаряда по напрямній, а не дві як це зроблено у вказаних джерелах. Зокрема, математичні моделі руху системи снаряд – ПУ до моменту спрацьовування стопорно-замкового пристрою у наведених роботах не приводяться.

Рух РС по напрямній з СЗП починається після того, як сила тяги двигуна досягне значення сили форсування затяжки стопора. В свою чергу цей рух поділяється на дві ділянки: ділянку відносного поступального руху снаряда по напрямній та ділянку його відносного складного руху. В попередній статті [8] авторами розглядався рух системи РС – ПУ до моменту спрацьовування стопора. В даній статті розглядається математична модель руху РС та ПУ під час поступального руху РС по напрямній.

Ділянка відносного поступального руху снаряда починається з моменту спрацьовування стопорно-замкового пристрою і продовжується до моменту проходження центром ваги снаряда дульного зрізу. Математична модель руху для ПУ на шасі повинна включати в себе рівняння руху окремо РС, напрямної та шасі. Для складання рівнянь руху перших двох складових скористаємося рис. 1, на якому снаряд зображено відокремлено від напрямної разом з діючими на нього силами, а також сили, що діють на напрямну.

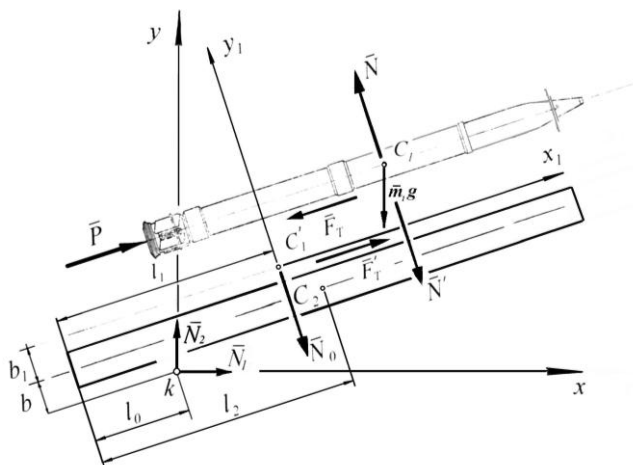


Рис. 1. Розрахункова модель при відносному поступальному русі РС по напрямній ПУ

Рівняння відносного поступального руху снаряда запишемо в проекціях на вісь  $X_1$  системи координат  $\{C'_1, X_1, Y_1\}$  з початком координат в точці  $C'_1$ , що співпадає з початковим положенням центра мас снаряда на напрямній. Так як ця система координат рухома, то при цьому треба враховувати сили інерції. Нехтуючи коріолісовими силами інерції, що перпендикулярні до напрямку відносного руху, та не беручи до уваги

головний момент переносних сил інерції як такий, що не визначає поступальний рух, зведемо сили інерції до головного вектора. Складові цього вектора визначимо на підставі складових переносного прискорення в системі координат  $\{C'_1, X_1, Y_1\}$  (рис. 2). Складові  $\bar{f}_3$  та  $\bar{f}'_3$  відповідають поступальному руху системи координат сумісно з точкою з'єднання К; складові  $\bar{f}_{\text{від}}$  та  $\bar{f}_{\text{дот}}$  – обертанню системи координат  $\{C'_1, X_1, Y_1\}$  навколо точки К. При цьому

$$\begin{cases} f_3 = m_1 \cdot \ddot{y}_3; & f'_3 = m_1 \cdot \ddot{\phi}_3 (l_{\text{зад}} - a_1); \\ f_{\text{від}} = m_1 \cdot (KC_1) \cdot \dot{\phi}^2; & f_{\text{дот}} = m_1 \cdot (KC_1) \cdot \ddot{\phi}, \end{cases} \quad (1)$$

де  $m_1$  – маса РС,  $y_3$  та  $\phi_3$  – переміщення центра мас та кут повороту шасі;  $l_{\text{зад}}$ ,  $a_1$  – геометричні характеристики шасі [8].

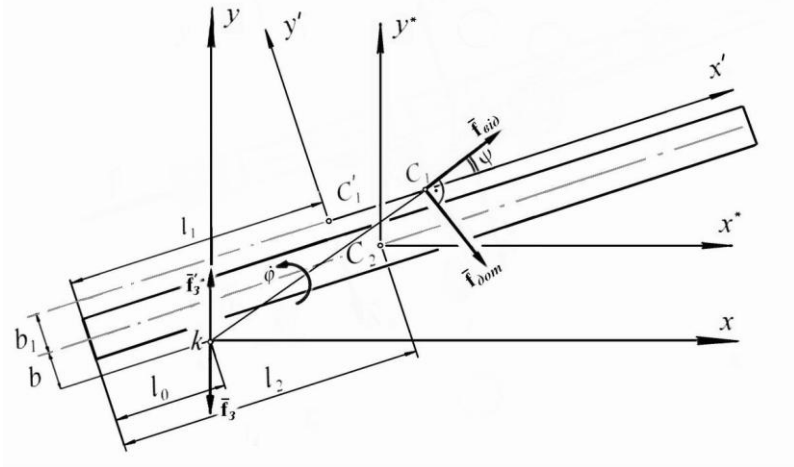


Рис. 2. Складові переносні сили інерції

Відстань від центра мас снаряда до осі обертання напрямної, що входить до виразів (1):

$$(KC_1) = \sqrt{(b + b_1)^2 + (l_1 + x_1 - l_0)^2}. \quad (2)$$

Додаючи проекції діючих сил (рис. 1) та сил інерцій (рис. 2) на вісь  $x_1$ , отримуємо рівняння руху снаряда по напрямній у вигляді

$$\begin{aligned} m_1 \cdot \ddot{x}'_1 = & -m_1 \cdot g \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) - F_T + P(t) + f_{\text{від}} \cdot \cos \psi + f_{\text{дот}} \cdot \sin \psi + \\ & + f'_3 \cdot \sin(\theta_0 - \varphi) - f_3 \cdot \cos(\theta_0 - \varphi), \end{aligned} \quad (3)$$

де  $P(t)$  – змінна за часом сила двигуна.

Рівняння відносного спокою в напрямку осі  $y_1$  дає

$$N - m_1 \cdot g \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + f_{\text{від}} \cdot \sin \psi - f_{\text{дот}} \cdot \cos \psi + (f'_3 - f_3) \cdot \cos(\theta_0 - \varphi) = 0,$$

звідки маємо

$$N = m_1 \cdot g \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) - f_{\text{від}} \cdot \sin \psi + f_{\text{дот}} \cdot \cos \psi - (f'_3 - f_3) \cdot \cos(\theta_0 - \varphi). \quad (4)$$

Підставляючи знайдену реакцію в рівняння руху (3), отримуємо

$$\begin{aligned} m_1 \cdot \ddot{x}'_1 = & -m_1 \cdot g \cdot [\sin(\theta_0 + \varphi) + \mu \cdot \cos(\theta_0 + \varphi)] + P(t) + \\ & + f_{\text{від}} \cdot [\cos \psi + \mu \cdot \sin \psi] + f_{\text{дот}} \cdot [\sin \psi - \mu \cdot \cos \psi] + \\ & + (f'_3 - f_3) \cdot \sin(\theta_0 - \varphi) + \mu \cdot (f'_3 - f_3) \cdot \cos(\theta_0 - \varphi), \end{aligned} \quad (5)$$

де  $\theta_0$  – кут прицілювання;  $\varphi$  – абсолютний кут повороту по відношенню до кута прицілювання, який залишається однаковим для напрямної і снаряда на даній ділянці руху;  $\mu$  – коефіцієнт тертя;

$$\sin \psi = \frac{b + b_1}{\sqrt{(b + b_1)^2 + (l_1 + x_1 - l_0)^2}}; \quad \cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi}.$$

Рівняння обертального руху напрямної залишимо у вигляді

$$I_{c_2} \cdot \ddot{\varphi} = \sum_i M_{i_{c_2}}, \quad (6)$$

де  $I_{c_2}$  – момент інерції напрямної відносно її центра мас; права частина рівняння – додаток моментів зовні сил, що діють на напрямну.

До числа зовнішніх сил відносяться реакції  $\bar{N}'$ ,  $\bar{N}_1$ ,  $\bar{N}_2$  та сила тертя  $F_T$ . Так як параметри руху мають відлік з положення статичної рівноваги, то силу тяжіння напрямної не враховуємо. Пружній зв'язок між напрямною та шасі враховуємо, ввівши пружний момент  $M$ . Величина цього момента пропорційна куту напрямної відносно шасі та визначається залежністю

$$M = C_K \cdot (\varphi - \varphi_3),$$

де  $C_K$  – коефіцієнт кутової жорсткості кінематичного з'єднання.

При складанні моментів використовуємо як прямий, так і координатний спосіб (для сил, прикладених в точці  $K$ ). Дію сили тяжіння снаряда враховуємо, віднявши момент статичної реакції снаряда  $\bar{N}_0$  в його початковому положенні на напрямній та додавши момент сили  $\bar{N}'$ . При цьому значення сили  $\bar{N}'$  визначається залежністю (4), а статична реакція має значення  $N_0 = m_1 \cdot g \cdot \cos \theta_0$ .

З урахуванням знайдених моментів рівняння (6) приймає вигляд

$$\begin{aligned} I_{c_2} \cdot \ddot{\varphi} = & -N \cdot (l_1 + x_1 - l_2) - m_1 \cdot g \cdot \cos \theta_0 \cdot (l_2 - l_1) - C_K (\varphi - \varphi_3) - \\ & - N \cdot \mu \cdot (b_1 - r_m) + x_*^{(k)} \cdot N_2 - y_*^{(k)} \cdot N_1, \end{aligned} \quad (7)$$

де  $x_*^{(k)} = -l_2 \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + b \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) + l_0 \cdot \cos(\theta_0 + \varphi)$ ;  $r_m$  – радіус міделя снаряда;  $y_*^{(k)} = -l_2 \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) - b \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + l_0 \cdot \sin(\theta_0 + \varphi)$ .

Для знаходження  $N_1$  та  $N_2$  запишемо рівняння руху центра мас напрямної. В напрямку осі  $x$  воно має вигляд (статичну реакцію  $\bar{N}_0$  – віднімаємо):

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 = N_1 + N \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) - N_0 \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) + F_T \cdot \cos(\theta_0 + \varphi),$$

або ж, враховуючи коефіцієнт тертя

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 = N_1 + N \cdot [\mu \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + \sin(\theta_0 + \varphi)] - N_0 \cdot \sin(\theta_0 + \varphi), \quad (8)$$

де  $m_2$  – маса напрямної.

Використовуючи (8) та записуючи рівняння горизонтального руху шасі [8], після незначних перетворень отримуємо

$$N_1 = m_1^* \cdot \left\{ N_0 \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) - N[\mu \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + \sin(\theta_0 + \varphi)] - \right. \\ \left. - m_2 \cdot D \cdot \ddot{\varphi} + m_2 \cdot C \cdot \dot{\varphi}^2 - \frac{m_2}{m_3} \cdot 6 \cdot C_T \cdot x_3 \right\}, \quad (9)$$

де  $C = b \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) - (l_2 - l_0) \cdot \cos(\theta_0 + \varphi)$ ;  $C_T$  – коефіцієнт горизонтальної жорсткості пневматики з ґрунтом;  $D = b \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + (l_2 - l_0) \cdot \sin(\theta_0 + \varphi)$ .

Диференційне рівняння руху центра мас напрямної в напрямку осі  $y$  (статичну реакцію  $\bar{N}_0$  віднімаємо) має вигляд

$$m_2 \cdot \ddot{y}_2 = N_2 - N \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + N_0 \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + F_T \cdot \sin(\theta_0 + \varphi),$$

або ж, враховуючи коефіцієнт тертя,

$$m_2 \cdot \ddot{y}_2 = N_2 + N_0 \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + N \cdot [\mu \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) + \cos(\theta_0 + \varphi)]. \quad (10)$$

Використовуючи (10) та записуючи рівняння вертикального руху шасі [8], після деяких перетворень, будемо мати

$$N_2 = -m_1^* \cdot \{ N_0 \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + N[\mu \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) + \cos(\theta_0 + \varphi)] + \\ + m_2[A_3 + (l_{\text{зад}} - a_1) \cdot \ddot{\varphi}_3] + m_2 \cdot C \cdot \ddot{\varphi} - m_2 \cdot D \cdot \dot{\varphi}^2 \}, \quad (11)$$

де  $m_1^* = m_3 / (m_2 + m_3)$ ;  $m_3$  – маса шасі;  $A_3$  – величина, що залежить від пружних та демпфіруючих властивостей шасі [8].

Утворимо систему диференціальних рівнянь руху, ввівши до її складу рівняння руху снаряда по напрямній (5), рівняння обертального руху напрямної (7), рівняння руху центра мас шасі [8] та рівняння обертального руху шасі. В результаті будемо мати наступну систему рівнянь першого порядку:

$$\left\{ \begin{array}{l}
1. \ m_1 \cdot \dot{q} = -m_1 \cdot g \cdot [\sin(\theta_0 + \varphi) + \mu \cdot \cos(\theta_0 + \varphi)] + P(t) + \\
\quad + f_{\text{вiд}} \cdot [\cos \psi + \mu \cdot \sin \psi] + f_{\text{дог}} \cdot [\sin \psi - \mu \cdot \cos \psi] + \\
\quad + (f'_3 - f_3) \cdot \sin(\theta_0 - \varphi) + \mu \cdot (f'_3 - f_3) \cdot \cos(\theta_0 - \varphi); \\
2. \ \dot{x}_1 = q; \\
3. \ I_2^* \cdot \dot{\varepsilon} = -(N)^* \cdot l - m_1 \cdot g \cdot \cos \theta_0 \cdot (l_2 - l_1) + x_*^{(k)} \cdot (N_2)^* - \\
\quad - y_*^{(k)} \cdot (N_1)^* - C_k(\varphi - \varphi_3); \\
4. \ \dot{\varphi} = \varepsilon; \\
5. \ m_3 \cdot \dot{Z} = -N_2 - C_1 \cdot y_3 - C_2 \cdot \varphi_3 - Q_1 \cdot \dot{y}_3 - Q_2 \cdot \dot{\varphi}_3; \\
6. \ \dot{y}_3 = Z; \\
7. \ I_3^* \cdot \dot{\eta} = N_1 \cdot a + N_4 \cdot l_{\text{пер}} - N_3^{(1)} \cdot l_{\text{сер}} - N_3^{(2)} \cdot l_{\text{зад}} + \\
\quad + (\tilde{N}_2)^* \cdot (l_{\text{зад}} - a_1) + C_k(\varphi - \varphi_3); \\
\dot{\varphi}_3 = \dot{\eta},
\end{array} \right.$$

де  $C_1, C_2, Q_1, Q_2$  – узагальнені коефіцієнти жорсткості та демпфірування шасі;  $\bar{l} = l_1 + x_1 - l_2 + \mu \cdot (b_1 - r_m)$ ;

$$(N)^* = m_1 \cdot g \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) - f_{\text{вiд}} \cdot \sin \psi - (f'_3 - f_3) \cdot \cos(\theta_0 + \varphi);$$

$$(N_1)^* = m_1^* \cdot \left\{ N_0 \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) - (N)^* \cdot [\mu \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + \sin(\theta_0 + \varphi)] + \right. \\
\left. + m_2 \cdot C \cdot \dot{\varphi}^2 - \frac{m_2}{m_3} \cdot 6 \cdot C_{\Gamma} \cdot x_3 \right\};$$

$$(N_2)^* = -m_1^* \cdot \{ N_0 \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + (N)^* \cdot [\mu \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) + \cos(\theta_0 + \varphi)] + \\
+ m_2 [A_3 + (l_{\text{зад}} - a_1) \cdot \dot{\varphi}_3] + m_2 \cdot D \cdot \dot{\varphi}^2 \};$$

$$I_2^* = I_{C_2} + m_1 \cdot (KC_1) \cdot \cos \psi \cdot \bar{l} + m_1^* \cdot m_2 \cdot (C \cdot x_*^{(k)} - D \cdot y_*^{(k)}) + \\
+ m_1^* \cdot m_1 \cdot (KC_1) \cdot \cos \psi \cdot [\sin(\theta_0 + \varphi) \cdot (\mu \cdot x_*^{(k)} - y_*^{(k)}) + \\
+ \cos(\theta_0 + \varphi) \cdot (x_*^{(k)} - \mu \cdot y_*^{(k)})];$$

$$I_3^* = I_3 + m_1^* \cdot (l_{\text{зад}} - a_1)^2 \cdot \{ m_2 - m_1 \cdot \cos(\theta_0 - \varphi) \cdot [\mu \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) + \cos(\theta_0 + \varphi)] \};$$

$$(\tilde{N})^* = m_1 \cdot g \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) - f_{\text{вiд}} \cdot \sin \psi + f_{\text{дог}} \cdot \cos \psi + f_3 \cdot \cos(\theta_0 + \varphi);$$

$$(\tilde{N}_2)^* = -m_1^* \cdot \{ N_0 \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + (\tilde{N})^* \cdot [\mu \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) + \cos(\theta_0 + \varphi)] + \\
+ m_2 (A_3 + C \cdot \dot{\varphi} + D \cdot \dot{\varphi}^2) \}.$$

**Висновок.** Розроблені математичні моделі руху НРС по напрямних ПУ відрізняються тим, що рівняння розглянуті з урахуванням динаміки руху податливої ПУ з урахуванням впливу СЗП. Це дає можливість оцінити по окремоті вагу усіх вихідних параметрів спуска, а також створити імітаційну модель ПУ для оцінки загальної картини початкових збурювань спуска снарядів. Можливості чисельного інтегрування при сучасному рівні розвитку обчислювальної техніки дозволяють відмовитися від знаходження аналітичних рішень, як правило, що носять спрощений характер і одержати необхідні параметри спуска снаряда з ПУ з необхідним ступенем точності.

Математичне моделювання динаміки спуска РС з прямої ПУ дозволяє значно зменшити обсяг відповідних натурних іспитів, вирішити такі проектні задачі, як аналіз функціонування елементів, дослідження параметричної стабільності характеристик спуска РС, оцінка факторів, що збурюють, при відтворенні різних умов їхньої експлуатації.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гантмахер Ф.Р., Левин Л.М. Теория полета неуправляемых ракет. – М.: Наука, 1959. – 360 с.
2. Дмитриевский А.А., Лысенко А.Н., Богодистов С.С. Внешняя баллистика. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1991. – 640 с.
3. Дэвис Л., Фоллин Дж., Блитцер Л. Внешняя баллистика ракет. – М.: Воениздат, 1961. – 520 с.
4. Проектирование ракетных и ствольных систем / Под ред. проф. Б.В. Орлова. – М.: Машиностроение, 1974. – 828 с.
5. Светлицкий В.А. Динамика старта летательных аппаратов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 280 с.
6. Виттенбург Й. Динамика систем твердых тел. – М.: Мир, 1980. – 294 с.
7. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики: В 2-х томах. Т. 2. Динамика. – М.: Наука, 1982. – 420 с.
8. Шийко О.М., Телухін В.О. Математична модель руху РС та ПУ до моменту спрацьовування стопорно-замкового пристрою прямої РСЗВ // Збірник наукових праць ЦНДІ ОВТ. – К.: ЦНДІ ОВТ. – 2003. – 12. – С. 56 – 63.

Надійшла 12.01.2004

**ШИЙКО Олександр Миколайович**, канд. техн. наук, доцент, старший науковий співробітник наукового центру артилерії при Сумському військовому інституті РВ і А. Закінчив ХАІ у 1975 р. Область наукових інтересів – зовнішня балістика артилерійських систем.

**ТЕЛУХІН Валерій Олександрович**, ад'юнкт очної ад'юнктури Сумського військового інституту РВ і А. Закінчив НАОУ в 2000 році. Область наукових інтересів – зовнішня балістика артилерійських систем.