УДК 621.39

ОЦІНКА ВТРАТ У СИСТЕМАХ З ОБМЕЖЕНИМ ОЧІКУВАННЯМ

к.т.н. Г.А. Кучук
(подав д.т.н., проф. А.В. Корольов)

Розглянута задача визначення ймовірності втрат у повнодоступній системі масового обслуговування, яка має обмежену чергу та обмежений час перебування завдань у черзі.

Вступ. Зараз швидкими темпами розвиваються нові інформаційні та телекомунікаційні технології, які направлені на підвищення пропускної спроможності існуючих мереж передачі даних. Забезпечення високошвидкісних фізичних з'єднань між вузлами розподіленої обчислювальної мережі підтримує ATM-технологія (*Mode Asynchronous Transfer*). ATM-обладнання забезпечує обмін даними із швидкістю до 155 Мбіт/с в мідному кабелі і до 622 Мбіт/с в оптоволоконному кабелі, на стадії тестування знаходиться обладнання, що допускає роботу із швидкістю до 2,4 Гбіт/с [1].

Основні відмінності ATM-технології від традиційних полягають в тому, що вона "орієнтована на з'єднання", тобто процеси, що запущено на двох робочих станціях мережі, забезпечуються даними через спеціально встановлений віртуальний канал, який створено спеціально для них та який ніким більше не використовується. В результаті проходить скорочення мережного трафіку у порівнянні з традиційними технологіями, в яких всі робочі станції ділять загальне середовище передачі даних, створюючи надлишковий мережний трафік [2 – 4].

При проектуванні використання ATM-технології в розподілених обчислювальних мережах необхідно провести аналіз найбільш важливих характеристик базової мережі, таких як продуктивність мережі, середня затримка пакетів і середня затримка між виділеною парою, що використовує свій, тимчасово створений, віртуальний канал.

Метою даної статі є побудова відповідної моделі, яка описує функціонування базової обчислювальної мережі (БОМ), що включає N каналів передачі даних між M ATM-вузлами. Введемо ряд припущень. Припущення про незалежність часу обслуговування в різних каналах полягає в тому, що довжина пакету, який надходить в БОМ, розподілена зі щільністю ймовірності $f(x) = l e^{-lx}$, де $1/l$ – середня довжина пакету.

Якщо k – номер віртуального каналу (ВК) між вузлом – джерелом i_0 та вузлом – адресою j_0 ($k = \overline{1, K}$), то процес подання на нього пакетів (назвемо їх пакетами класу k) будемо вважати пуасонівськими з параметром $\lambda_k^{(B)}$, причому реальний маршрут пакету даного класу визначимо булевою матрицею $\left\| a_{ij}^{(k)} \right\|_{N \times N}$, де $a_{ij}(k) = 1$ тоді і тільки тоді, коли маршрут (i, j) входить до віртуального каналу k. Крім того, для спрощення моделі припустимо, що об'єми буферних накопичувачів необмежені, а підтвердження про успішну доставку пакету передається миттєво.

Процес обслуговування пакетів в середовищі БОМ визначимо матрицею $\left\| P_{k_1 k_2} \right\|_{K \times K}$, де $P_{k_1 k_2}$ – ймовірність того, що пакет k_1-го класу після обслуговування ВК з номером k_1 надходить до ВК з номером k_2. З врахуванням висловлених вище пропозицій модель БОМ визначає розімкнену неоднорідну мережу масового обслуговування (МО), в яку надходить k класів пуасонівських потоків пакетів з інтенсивностями λ_k. Функція розподілення тривалості обслуговування пакетів k-го класу в n-му АТМ-вузлі буде експоненціальною з параметром $\mu_{nk} = b_n l_k$, де b_n – пропускна спроможність n-го каналу, а $1/l_k$ – середня довжина пакету k-го класу.

Інтенсивність потоків класу k, що надходять до n-го каналу, вдовольняє рівнянню балансу потоків неоднорідної мережі МО [2]

$$\lambda_{nk} = \lambda_k^{(B)} \cdot \delta_{nk} + \sum_{k'=1}^{K} \sum_{j=1}^{N} \lambda_{jk} \cdot a_{nj}^{(k)} \cdot P_{kk'} ,$$

де δ_{nk} – булева функція, яка означає надходження пакета класу k до n-го каналу, а λ_{jk} – інтенсивність надходження пакетів класу k до каналу j .

Сумарний потік пакетів, що проходять через канал n, дорівнює $\lambda_n = \sum_{k=1}^{K} \lambda_{nk}$, а іззовні до всієї БОМ – $\lambda^{(B)} = \sum_{k=1}^{K} \lambda_k^{(B)}$.

Завантаженість n-го каналу пакетами класу k (ψ_{nk}) та загальна завантаженість каналу n (ψ_n) розраховуються як $\psi_{nk} = \dfrac{\lambda_{nk}}{l_k \cdot b_k}$; $\psi_n = \sum_{k=1}^{K} \psi_{nk}$.

Тоді середнє число пакетів, що знаходяться в n-му каналі (R_n), та середнє число пакетів, які знаходяться в БОМ (R), в стаціонарному режимі можуть бути розраховані за наступними формулами [3]:

$$R_n = \frac{\psi_n}{1-\psi_n}; \quad R = \sum_{n=1}^{N} \frac{\psi_n}{1-\psi_n}.$$

Згідно з теоремою Літтла [3] $R = \lambda^{(B)} \cdot t^{(з)}$, де $t^{(з)}$ – затримка пакету в БОМ. Тому середня затримка пакету дорівнює

$$t^{(з)} = \frac{1}{\lambda^{(B)}} \cdot \sum_{n=1}^{N} \frac{\lambda_n}{\boldsymbol{l} \cdot b_n - \lambda_n}. \tag{1}$$

Аналогічно розраховується середнє число пакетів класу k в каналі n, а застосування теореми Літтла дозволяє визначити середню затримку пакетів цього класу в розглядаємому каналі: $t_{nk}^{(з)} = \dfrac{1}{\boldsymbol{l} \cdot b_n (1-\psi_n)}$, тобто $t_{nk}^{(з)}$ залежить тільки від загальної завантаженості каналу та залишається постійною величиною для пакетів різних класів, що проходять через цей канал. Тоді, якщо β_k – віртуальний маршрут пакету, то затримка пакету на маршруті дорівнює

$$t_k^{(з)} = \sum_{n \in \beta_л} \frac{1}{\boldsymbol{l} b_n (1-\psi_n)}. \tag{2}$$

Легко перевірити, що вирази (1) та (2) несуперечні, тобто $\sum_{k=1}^{N} t_k^{(з)} = t^{(з)}$.

Аналітичні вирази (1) та (2), що оцінюють часові затримки пакетів в БОМ, дозволяють вирішити задачу оптимізації пропускної спроможності мережі при використанні АТМ-технології з динамічною віртуальною маршрутизацією, при якій вибір маршруту відбувається адаптивно у відповідності до поточних змін потоку та стану мережі. При заданій топологічній структурі мережі і відомих потоках $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_N$ припустимо, що вартість каналу – лінійна функція від його пропускної спроможності, тобто $C_n = \alpha_n b_n$. Тоді задача вибору пропускних спроможностей зводиться до знаходження вектора $\vec{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_N)$, мінімізуючого середній час затримки при обмеженнях на сумарну вартість каналів:

$$T_3 \to \min, \text{ якщо } \sum_{n=1}^{N} \alpha_n b_n = D_\Sigma. \tag{3}$$

Для вирішення задачі (3) складемо функцію Лагранжа

$$F = t_3 + \beta \sum_{n=1}^{N} \alpha_n b_n - D_\Sigma.$$

Диференціюючи F_n по b_n, одержимо систему N рівнянь:

$$\frac{\partial F}{\partial b_n}=\frac{\lambda_n}{\lambda^{(B)}}\cdot\frac{\boldsymbol{l}}{(\boldsymbol{l}b_n-\lambda_n)^2}-\beta\alpha_n=0,\quad n=\overline{1,N},$$

з яких знаходимо b_n в наступному вигляді:

$$b_n=\frac{\lambda_n}{\boldsymbol{l}}+\sqrt{\frac{\lambda_n}{\alpha_т}}\bigg/\sqrt{\beta\cdot\boldsymbol{l}\cdot\alpha^{(B)}},\quad n=\overline{1,N}. \tag{4}$$

Відповідні залежності ймовірності від характеристик БОМ наведені на рис. 1.

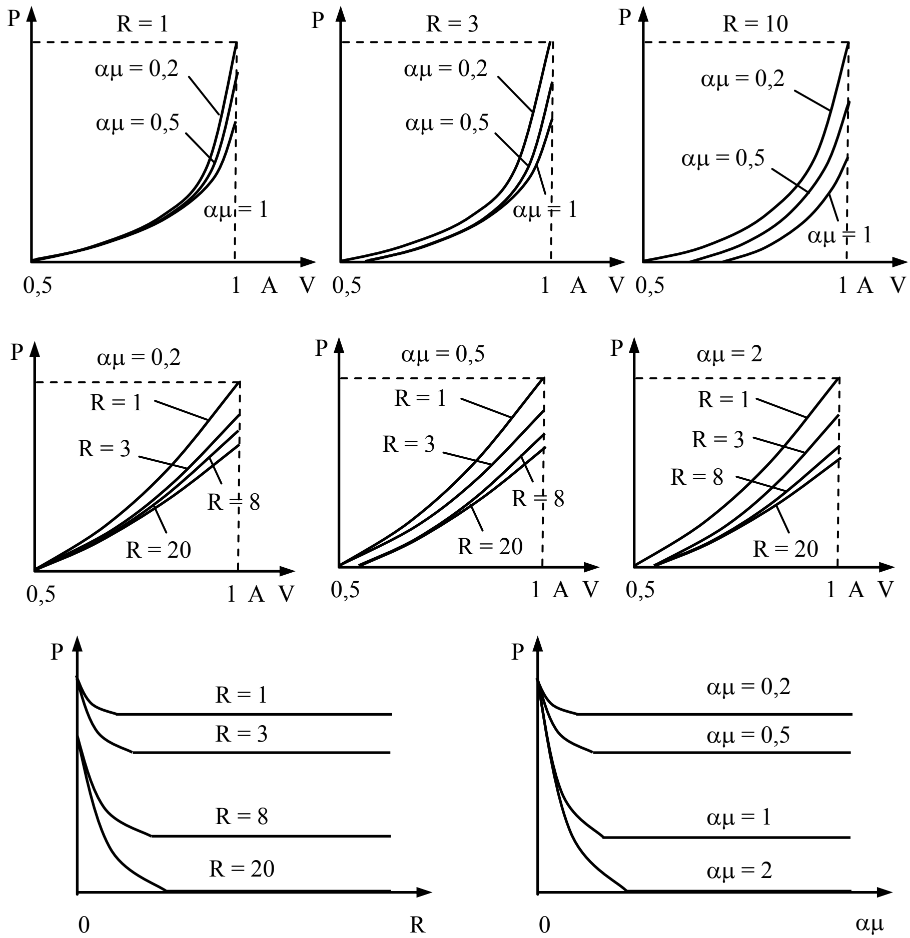

Рис. 1. Залежність ймовірності втрати від характеристик мережі

Для знаходження параметра β в (3) підставляємо значення b_n з (4). Після перетворень отримаємо $\vec{b}^{(опт)}$ з координатами

$$b_n^{(опт)} = \frac{\lambda_n}{\boldsymbol{l}} + \frac{\left(D_\Sigma - \sum_{i=1}^{N} \left(\alpha_i \lambda_i / \boldsymbol{l} \right) \right) \cdot \sqrt{\lambda_n \alpha_n}}{\sqrt{\boldsymbol{l}\lambda^{(B)}} \cdot \sum_{j=1}^{M} \sqrt{\lambda_j \alpha_j}}, \quad n = \overline{1, N}. \qquad (5)$$

Мінімальну середню затримку пакетів в мережі розрахуємо підстановкою (5) до (2):

$$b_n^{(опт)} = \frac{1}{\lambda^{(B)} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \left(D_\Sigma - \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \alpha_i \Big/ \boldsymbol{l} \right)} \cdot \left(\sum_{n=1}^{M} \sqrt{\lambda_n \alpha_n} \right)^2, \qquad (6)$$

що дасть приблизну оцінку при розрахунку можливих втрат у черзі БОМ.

Висновок. Одержані вирази (5) і (6) дозволяють провести аналіз відповідних характеристик БОМ при використанні АТМ-технології, враховують втрати при обмеженому очікуванні і можуть бути використані як при синтезі топологічної структури мережі, так і при проектуванні її розширення, що і є напрямком подальших досліджень.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Beran J. Statistics for Long-Memory Processes. – N.-Y. : Chapman & Hall, 1994. – 386 p.*
2. *Кучук Г.А. Моделирование обобщенного фрактального броуновского движения // Зб. наук. праць ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова. – К.: НАНУ, ІПМЕ. – 2003. – Вип. 22. – С. 79 – 82.*
3. *Королёв А.В., Кучук Г.А., Пашнев А.А. Адаптивная маршрутизация в корпоративных сетях. – Х.: ХВУ, 2003. – 224 с.*
4. *Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.*
5. *Paxson V. Fast Approximation on Self-similar Network Traffic. Tech. Rep. LBL-36750. – Berkeley: University of California, 1995. – 67 p.*

Надійшла 1.03.2004

***КУЧУК Георгій Анатолійович**, канд. техн. наук, ст. наук. співр., нач. НДВ ІВЦ ХВУ. У 1977 році закінчив мехмат Московського держуніверситету. Область наукових інтересів – оптимізація інформаційних систем.*