УДК 629.391

ДВУСВЯЗНОЕ БИНОМИАЛЬНО-ПОЛИАДИЧЕСКОЕ КОДИРОВАНИЕ ВИДЕОДАННЫХ

к.т.н. В.В. Баранник
(представил д.т.н., проф. А.В. Королёв)

Излагается кодирование массивов видеоданных, основанное на формировании кода-номера для двусвязного биномиально-полиадического числа.

Введение. Решение большинства мировых и отраслевых задач требует использования систем телекоммуникаций. При этом возникает необходимость в доведении больших объемов видеоинформации в реальном времени и без потери качества. Одним из направлений обеспечения данного требования является компактное представление видеоданных. Основная проблема состоит в том, что большие степени сжатия достигаются для методов с потерей качества [1, 2], а для методов без потери качества характерны относительно небольшие степени сжатия и большое количество операций на обработку [3 – 5]. В связи с этим **цель статьи** состоит в разработке кодирования, обеспечивающего дополнительное увеличение степени сжатия без потери качества и снижение временных затрат на обработку.

Разработка двусвязного кодирования. Предлагается подход к уменьшению значения кода-номера, основанный на подсчете количества появления не отдельных сумм, а на количестве появления парных сумм. Причем для того, чтобы количество парных сумм было меньше, чем количество отдельных сумм, должны выполняться условия:

$$w_\gamma \le w_j ; \tag{1}$$

$$\begin{cases} a_{ij} = \mathrm{const} \text{ для } i = \overline{1, m},\ i \ne \gamma; \\ a_{\gamma j} = \mathrm{var}, \end{cases} \tag{2}$$

где w_j – сумма элементов j-го биномиально-полиадического (БП) числа w_γ – связывающая сумма по γ-му элементу БП числа; a_{ij} – ij-й элемент БП числа.

Для подсчета количества $V\ (W, \Lambda)_m$ допустимых пар $\{w_\gamma, w_j\}$, удовлетворяющих условиям (1) и (2), сформулируем и докажем теорему.

Теорема о количестве допустимых двусвязных сумм. Количество

$V(W,\Lambda)_m$ допустимых биномиально-полиадических чисел с учетом дополнительной связи значения суммы w_j с меньшей по значению суммой w_γ, удовлетворяющих условиям (1) и (2), в m-мерном БП прямоугольнике равно

$$V(W,\Lambda)_m = V(w_\gamma,\Lambda)_m - V(w_j-\lambda_\gamma,\Lambda)_m + V(w_\gamma-\lambda_\gamma,\Lambda)_m, \quad (3)$$

где $V(W_\gamma,\Lambda)_m$ – количество допустимых элементов, удовлетворяющих ограничениям на динамический диапазон Λ, сумма которых равна w_γ; $V(w_j-\lambda_\gamma,\Lambda)_m$ – количество пар последовательностей, предшествующих паре $\{w_\gamma, w_j\}$, т.е. $\{w_u, w_j\}$, где $w_u < w_j$, $u=\overline{0, w_j-\lambda_\gamma}$; $V(w_\gamma-\lambda_\gamma,\Lambda)_m$ – количество пар последовательностей, предшествующих паре $\{w_\gamma, w_j\}$, но не содержащих элемент с суммой w_γ; $w_{j,i}$ и $w_{\gamma,i}$ – суммы элементов соответственно для обрабатываемого и связывающего БП чисел, равные разности между суммой элементов w_j и значением γ-го элемента БП числа $w_{\gamma,i} = w_j - a_{\gamma j}$ на i-м шаге обработки; W – вектор, состоящий из двух сумм w_γ и w_j; Λ – вектор, состоящий из m максимальных значений строк обрабатываемого массива; λ_γ – максимальное значение γ-й строки массива видеоданных.

Доказательство. Пара сумм, выбранная относительно четного элемента БП числа, представляет собой строки, а относительно нечетного элемента БП числа – столбцы массива видеоданных. Поэтому задача пересчета количества раз появления заданной пары сводится к пересчету соответственно строк и столбцов массивов видеоданных. Пересчет появления пар $\{w_\gamma, w_j\}$ будем проводить относительно множества $V(w_\gamma,\Lambda)_m$, поскольку на его получение отводится меньшее количество операций. Тогда

$$V(W,\Lambda)_m = V(w_\gamma,\Lambda)_m - \sum_{w_u=w_\gamma}^{w_j-1} V(\overline{W_\gamma},\Lambda)_m . \quad (4)$$

По условию теоремы величина $\sum_{w_u=w_\gamma}^{w_j-1} V(\overline{W_\gamma},\Lambda)_m$ представляет собой количество строк (столбцов), содержащих элемент w_γ, но не содержащих элемент w_j, т.е. допустимы пары $\{w_\gamma, w_u\}$, где $w_u = \overline{w_\gamma, w_j-1}$. Тогда на основе свойств БП прямоугольников она может быть представлена разностью между количеством строк (столбцов), предшествующих элементу с суммой w_j и количеством строк (столбцов), предшествующих элементу с суммой w_γ. Исходя из свойств БП коэффициентов, количество строк (столбцов), предшествующих элементу с суммой w_j, равно количеству $V(w_1-\lambda_\gamma, \Lambda)_m$ БП чисел с суммой $(w_1 - \lambda_\gamma)$ и вектором ограничений на динамический диапазон Λ. Соответственно количество строк (столбцов), предшествующих элементу с суммой w_γ, равно количеству $V(w_2-\lambda_\gamma, \Lambda)_m$ БП чисел с суммой $(w_2-\lambda_\gamma)$ и вектором ограничений на динамический диапазон Λ. Тогда

$$\sum_{w_u=w_\gamma}^{w_j-1} V(\overline{W_\gamma}, \Lambda)_m = V(w_1-\lambda_\gamma, \Lambda)_m - V(w_2-\lambda_\gamma, \Lambda)_m. \qquad (5)$$

Подставив выражения (5) в формулу (4), получим соотношение (3). *Теорема доказана.*

Для формирования кода-номера двусвязного БП представления сформулируем и докажем теорему.

Теорема о нумерации двусвязных биномиально-полиадических чисел. Для пары БП чисел, состоящих из m элементов и связанных суммами $\{w_\gamma, w_j\}$, удовлетворяющих условиям (1) и (2), можно сформировать код-номер $N(W, \Lambda)_m$ по формуле

$$N(W, \Lambda)_m = \sum_{i=1}^{m-1} \left(V\left(w_{\gamma,i}, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1} - V\left(w_{j,i}-\lambda_\gamma, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1} + \right.$$
$$\left. +V\left(w_{\gamma,i}-\lambda_\gamma, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1} \right), \qquad (6)$$

где $V\left(W_i, a_i, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$ – количество допустимых пар $\{w_\gamma, w_j\}$ в a_i-м $(m-i+1)$-мерном БП сечении; $V\left(w_{\gamma,i}, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$ – количество допустимых БП чисел с суммой, равной w_γ в a_i-м $(m-i+1)$-мерном БП сечении; $V\left(w_{j,i}-\lambda_\gamma, a_{ij}, \Lambda^{(1)}\right)_{m-i+1}$ – суммарное количество строк (столбцов), содержащих сумму $0 \le w_u \le w_j - 1$ в a_i-м $(m-i+1)$-мерном БП сечении; $V\left(w_{\gamma,i}-\lambda_\gamma, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$ – суммарное количество строк (столбцов), содержащих сумму $0 \le w_u \le w_\gamma - 1$ в a_i-м $(m-i+1)$-мерном БП сечении; W_i – вектор, состоящий из двух сумм $w^{j,\,i}$ и $w^{\gamma,\,i}$ на i-м шаге обработки; $\Lambda^{(i+1)}$ – вектор ограничений на динамический диапазон строк массива, начиная с (i+1)-й строки и заканчивая m-й строкой.

Доказательство. Доказательство теоремы сводится к обоснованию того, что при формировании кода-номера $N(W, \Lambda)_m$ для двусвязного БП числа величина $V\left(W_i, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$ является количеством допустимых двусвязных БП чисел для каждого (m – i + 1)-мерного БП сечения ($i=\overline{1,m-1}$). В соответствии с теоремой о количестве допустимых двусвязных БП чисел, величина $V\left(W_i, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$ равна

$$V\left(W_i, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1} = V\left(w_{\gamma,i}, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1} - V\left(w_{j,i}-\lambda_\gamma, a_{ij}, \Lambda^{(1)}\right)_{m-i+1} + + V\left(w_{\gamma,i}-\lambda_\gamma, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}. \quad (7)$$

Формула (7) отличается от выражения (4) тем, что $\lambda_i = a_{ij}$, $w_\gamma = w_{\gamma,i}$, а $w_j = w_{j,i}$. Тогда каждое слагаемое в правой части выражения (7) представляет собой весовой коэффициент ij-го элемента БП числа с суммой элементов на i-м шаге обработки, соответственно равной: $w_{\gamma,i}$, $w_{j,i}-\lambda_\gamma$ и $w_{\gamma,i}-\lambda_\gamma$. Просуммировав левую и правую части выражения (7) по i от 1 до (m – 1), получим

$$\sum_{i=1}^{m-1} V\left(W_i, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1} = \sum_{i=1}^{m-1}\left(V\left(w_{\gamma,i}, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1} - V\left(w_{j,i}-\lambda_\gamma, a_{ij}, \Lambda^{(1)}\right)_{m-i+1} + + V\left(w_{\gamma,i}-\lambda_\gamma, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}\right). \quad (8)$$

Поскольку каждое слагаемое в правой части формулы (7) не зависит друг от друга, то выражение (8) примет вид

$$\sum_{i=1}^{m-1} V\left(W_i, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1} = \sum_{i=1}^{m-1} V\left(w_{\gamma,i}, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1} - \sum_{i=1}^{m-1} V\left(w_{j,i}-\lambda_\gamma, a_{ij}, \Lambda^{(1)}\right)_{m-i+1} + + \sum_{i=1}^{m-1} V\left(w_{\gamma,i}-\lambda_\gamma, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}. \quad (9)$$

При этом в соответствии с теоремой о БП нумерации [5], каждое слагаемое в правой части соотношения (9) представляет собой значение кода-номера для БП числа $A_j = \{a_{ij}\}_{i=\overline{1,m}}$ соответственно с суммой, равной, $w_{\gamma,i}$, $w_{j,i}-\lambda_\gamma$ и $w_{\gamma,i}-\lambda_\gamma$. Отсюда следует, что $\sum_{i=1}^{m-1} V\left(w_{\gamma,i}, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$ – количество допустимых БП чисел с суммой w_γ, предшествующих обрабатываемой последовательности A_j; $\sum_{i=1}^{m-1} V\left(w_{j,i}-\lambda_\gamma, a_{ij}, \Lambda^{(1)}\right)_{m-i+1}$ – суммарное количество строк (столбцов), содержащих сумму $0 \le w_u \le w_j - 1$, которые предшествуют обрабатываемой последовательности A_j; $\sum_{i=1}^{m-1} V\left(w_{\gamma,i} - \lambda_\gamma, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$ – суммарное количество строк (столбцов), содержащих сумму $0 \le w_u \le w_\gamma - 1$, которые предшествуют обрабатываемой последовательности A_j. Тогда в силу теоремы о количестве двусвязных БП чисел выражение в правой части соотношения (9) представляет собой суммарное количество пар $\{w_\gamma, w_j\}$, предшествующих обрабатываемой последовательности A_j. Следовательно, величина $V(W_i, a_{ij}, \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1}$ является количеством допустимых двусвязных БП чисел для a_{ij}-го (m–i+1)-мерного БП сечения. *Теорема о нумерации двусвязных БП чисел доказана*.

Таким образом, разработано двусвязное биномиально-полиадическое представление данных, основанное на нумерации не отдельных последовательностей с заданной суммой, а нумерации пары сумм.

Оценка эффективности двусвязного кодирования. Максимальное количество слагаемых, участвующих ***для нахождения значения дополнительного коэффициента*** сжатия $\Delta k_{сж}$, достигаемого за счет перехода от БП представления к двусвязному БП представлению, рассмотрим отношение суммы логарифмов, взятых от объемов $V(w_j, \Lambda)_m$ и $V(W, \Lambda)_m$ по всему обрабатываемому изображению размером $Z_г \times Z_в$:

$$\Delta k_{сж} = \sum_{j=1}^{Z_г \times Z_в / m} \left([\ell og_2 V(w_j, \Lambda)_m] + 1\right) \Big/ \sum_{j=1}^{Z_г \times Z_в / m} \left([\ell og_2 V(W, \Lambda)_m] + 1\right),$$

где $V(w_j, \Lambda)_m$ – максимальное количество допустимых последовательностей для БП представления при заданных m, w_j и $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m\}$.

Для определения количества операций, затрачиваемых на формирование кода-номера двусвязному БП числу, рассмотрим выражение (6). Откуда вытекает, что время T_k на БП обработку и T'_k на двусвязную БП обработку, находятся по формулам:

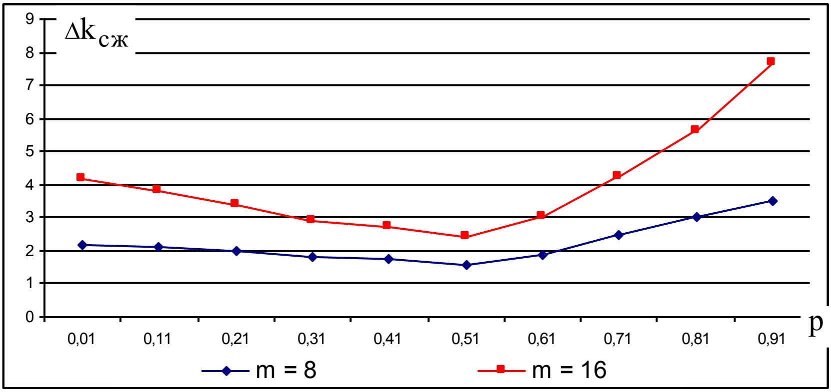
$$T_k = \sum_{j=1}^{Z_г \times Z_в / m} 2m + \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{\eta=0}^{m-i+1} H_{m,\eta,\Lambda,w_j} \times (m - i) \Big/ U_{обр};$$

$$T'_k = \sum_{j=1}^{Z_г \times Z_в / m} 2m + \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{\eta=0}^{m-i+1} H_{m,\eta,\Lambda',w'_j} \times (m-i) \Big/ U_{обр},$$

где $H_{m,\eta,\Lambda,w}$, H_{m,η,Λ',w'_j} – количество слагаемых с равным числом оснований λ_i для обычного БП и для двусвязного БП кодирования.

Результаты расчетов значений $\Delta k_{сж}$, T_k и T'_k, для различных классов изображений размером 800 × 600 элементов для m = 8, m = 16 и скорости выполнения машинных операций $U_{обр} = 10^8$ (м.о./с) представлены в виде графиков соответственно на рис. 1, а, б.

а



б

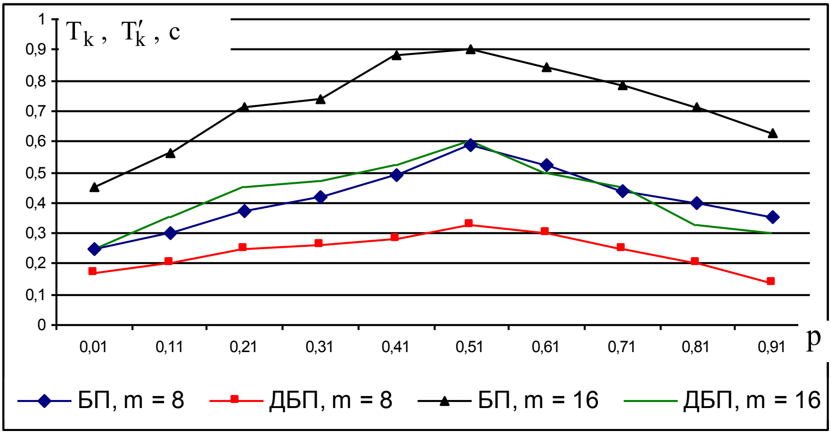


Рис. 1. Зависимости от степени насыщенности изображений для m = 8 и m = 16: а – величины $\Delta k_{сж}$; б – значений T_k и T'_k

Из анализа графиков на рис. 1 вытекает, что за счет перехода от обычного БП к двусвязному БП представлению достигается:

1. Дополнительное увеличение степени сжатия в среднем от 2,2 до 3,5 раз для $m = 8$ и от 4,1 до 7,7 раз для $m = 16$.

2. Выигрыш по времени кодирования за счет перехода от БП представления к двусвязному БП представлению находится в интервале от 1,47 до 2,4 раз в зависимости от степени насыщенности изображений.

3. Наибольшее сокращение времени T'_k кодирования видеоданных до 2,4 раз в результате перехода к двусвязному БП представлению достигается для сильнонасыщенных изображений. Это вызвано уменьшением значений величин H_{m,η,Λ',w'_j} за счет увеличения количества раз выполнения неравенства $w' < g$.

Заключение. Таким образом, разработано двусвязное биномиально-полиадическое представление данных, основанное на нумерации не отдельных последовательностей с заданной суммой, а нумерации пары сумм. В этом случае за счет перехода от обычного БП к двусвязному БП представлению обеспечивается:

1. Дополнительное увеличение степени сжатия в среднем от 2,2 до 3,5 раз для $m = 8$ и от 4,1 до 7,7 раз для $m = 16$.

2. Выигрыш по времени кодирования от 1,47 до 2,4 раз в зависимости от степени насыщенности изображений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зубарев Ю.В., Дворкович В.П. Цифровая обработка телевизионных и компьютерных изображений. – М.: Международный центр научной и технической информации, 1997. – 212 с.*
2. *Ватолин В.И., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. – М.: ДИАЛОГ – МИФИ, 2002. – 384 с.*
3. *Королёв А.В. Версификационная избыточность изображений // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2002. – № 2. – С. 26 – 30.*
4. *Королёв А.В., Баранник В.В., Гиневский А.М. Метод компактного представления цветовых координат и длин серий // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 1(17). – С. 3 – 12.*
5. *Баранник В.В. Метод одномерного биномиально-полиадического кодирования // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2003. – № 2. – С. 61 – 66.*

Поступила 5.04.2004

***БАРАННИК Владимир Викторович**, канд. техн. наук, с.н.с., старший научный сотрудник информационно-вычислительного центра ХВУ. В 1994 году окончил ХВУ. Область научных интересов – обработка и передача информации.*