

**ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ
ОДНОРОДНЫХ СИЛ И СРЕДСТВ СТОРОН
В КОНФЛИКТНОЙ СИТУАЦИИ
НА ПОЛНОЕ ИСТОЩЕНИЕ СИЛ И СРЕДСТВ ПРОТИВНИКА**

к.т.н. В.Б. Кононов
(представил д.т.н., проф. Б.Ф. Самойленко)

В статье рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств оперирующей стороны во время конфликтной ситуации при полном истощении сил и средств одной из сторон.

Постановка задачи. При решении задач оптимального планирования боевых действий в ходе конфликтных ситуаций необходимо определить законы оптимального управления распределением однородных сил и средств, имеющихся у оперирующей стороны, исходя при этом от поставленных целей, складывающейся ситуации и вероятных действий противника.

Оптимальное планирование и последующее управление распределением однородных сил и средств, а также управление распределением сил и средств резерва в условиях современного боя представляет собой важную военно-научную задачу, актуальность которой определяется необходимостью создания в Вооруженных Силах Украины автоматизированной системы управления войсками и оружием.

Анализ литературы. Задачи управления распределением сил и средств оперирующей стороны рассматривались в работах [1 – 7]. Так, в [1] описывается методика решения задач определения соотношения сил и средств сторон для случая однородных средств. В [2] были рассмотрены задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций. В [3] изложена методика распределения однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок. В [4] рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника за весь период конфликтной ситуации. В [5] рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума среднего суммарного количества сил и средств оперирующей стороны. В

[6] рассматривалось решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума разности оставшихся средств противоборствующих сторон к концу конфликтной ситуации. В [7] рассматривалось оптимальное управление распределением однородных сил и средств резерва сторон во время конфликтной ситуации при неизвестном времени окончания конфликтной ситуации. Однако в этих работах не рассматривалась ситуация, когда одна группировка в ходе конфликтной ситуации полностью уничтожается.

Цель статьи. Разработка оптимального управления распределением однородных сил и средств резерва сторон во время конфликтной ситуации при неизвестном времени окончания конфликтной ситуации, когда одна группировка полностью расходует свои силы и средства.

Основной материал. В [7] введены параметры p_1 и q_1 , от соотношений которых зависит исход боя. Рассмотрим вариант, когда $p_1 > q_1$, а группировка А в ходе боя расходует свои силы и средства резерва, т.е.

$$u_0 T^* > A_0, \quad (1)$$

в то время как группировка В использует свои силы резерва с максимальной интенсивностью $v(t) = v_0$, где $p_1 = \sqrt{b}(ax_0 - v_0)$; $q_1 = \sqrt{a}(by_0 - u_0)$; $x(t)$ и $y(t)$ – математические ожидания количества средств группировок А и В, сохранившихся к моменту времени t ; $a = \alpha P$ и $b = \beta Q$ – эффективные скорострельности группировок А и В; α и β – средние скорострельности средств, используемых группировками А и В; P и Q – вероятности поражения одним выстрелом боевых средств группировок А и В; $u(t)$ и $v(t)$ – интенсивности поступления средств резерва группировок А и В; c – максимальная интенсивность поступления резерва группировки А; A_0 – общее количество средств группировки А; u_0 и v_0 – максимальные интенсивности использования средств резерва группировок А и В; T^* – искомое время окончания боя.

Воспользуемся доказанным фактом, что оптимальное управление распределением средств резерва группировок по рассмотренным критериям [4 – 6]:

$$\frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt \rightarrow \min; \quad (2)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \rightarrow \max; \quad (3)$$

$$X(T) - Y(T) \rightarrow \max \quad (4)$$

с ограничениями: $\int_0^T u(t) dt - A_0 \leq 0; \int_0^T u(t) dt - A_0 \leq 0; \int_0^T u(t) dt - A_0 \leq 0$

в конфликтной ситуации, описываемой системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -by + u; \\ \dot{y} = -ax + v \end{cases} \quad (5)$$

при начальных условиях

$$\begin{aligned} x(0) = x_0; y(0) = y_0; \\ 0 \leq u(t) \leq c \end{aligned} \quad (6)$$

имеет вид:

$$u^*(t) = \begin{cases} u_0, & t \in [0, T^*], \quad u_0 T^* \leq A_0; \\ \frac{u_0}{2} - \frac{u_0}{2} \operatorname{sign}\left(t - \frac{A_0}{u_0}\right), & t \in [0, T^*], \quad u_0 T^* > A_0; \end{cases} \quad (7)$$

$$v^*(t) = \begin{cases} v_0, & t \in [0, T^*], \quad v_0 T^* \leq B_0; \\ \frac{v_0}{2} - \frac{v_0}{2} \operatorname{sign}\left(t - \frac{B_0}{v_0}\right), & t \in [0, T^*], \quad v_0 T^* > B_0. \end{cases} \quad (8)$$

Преобразуем зависимости времени боя на истощение [7]:

$$T_B^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \ln \frac{u_0 \sqrt{a} + \sqrt{au_0^2 + p_1^2 - q_1^2}}{p_1 - q_1}; \quad (9)$$

$$T_B' = \frac{1}{\sqrt{ab}} \ln \frac{u_0 \sqrt{a} + \sqrt{au_0^2 + p_1^2}}{p_1}, \quad (10)$$

в соответствии с соотношениями (7, 8) к исследуемой ситуации:

$$\begin{aligned}
x(T) &= x_0 \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - y_0 \sqrt{\frac{b}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} T + \int_0^{\frac{A_0}{u_0}} \operatorname{ch} \sqrt{ab} (T-t) u_0 dt - \int_0^T \sqrt{\frac{b}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} (T-t) v_0 dt = \\
&= x_0 \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - y_0 \sqrt{\frac{b}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} T + \frac{u_0}{\sqrt{ab}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} (t-T) \Big|_0^{\frac{A_0}{u_0}} + v_0 \sqrt{\frac{b}{a}} \frac{1}{\sqrt{ab}} \operatorname{ch} \sqrt{ab} (t-T) \Big|_0^T = \\
&= \frac{1}{a\sqrt{b}} \left[\left(\sqrt{b} (ax_0 - v_0) + u_0 \sqrt{a} \operatorname{sh} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0} \right) \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - \right. \\
&\quad \left. - \left(\sqrt{a} (by_0 - u_0) + u_0 \sqrt{a} \operatorname{sh} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0} \right) \operatorname{sh} \sqrt{ab} T + v_0 \sqrt{b} \right] = \\
&= \frac{1}{a\sqrt{b}} (p_2 \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - q_2 \operatorname{sh} \sqrt{ab} T + v_0 \sqrt{b});
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
y(T) &= y_0 \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - x_0 \sqrt{\frac{a}{b}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} T - \int_0^{\frac{A_0}{u_0}} \sqrt{\frac{a}{b}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} (T-t) u_0 dt + \\
&+ \int_0^T \operatorname{ch} \sqrt{ab} (T-t) v_0 dt = y_0 \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - x_0 \sqrt{\frac{a}{b}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} T + \sqrt{\frac{a}{b}} \frac{u_0}{\sqrt{ab}} \operatorname{ch} \sqrt{ab} (t-T) \Big|_0^{\frac{A_0}{u_0}} + \\
&+ \frac{v_0}{\sqrt{ab}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} (T-t) \Big|_0^T = \frac{1}{b\sqrt{a}} \left[\left(\sqrt{a} (by_0 - u_0) + u_0 \sqrt{a} \operatorname{ch} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0} \right) \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - \right. \\
&\quad \left. - \left(\sqrt{a} (ax_0 - v_0) + u_0 \sqrt{a} \operatorname{sh} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0} \right) \operatorname{sh} \sqrt{ab} T \right] = \frac{1}{b\sqrt{a}} (q_2 \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - p_2 \operatorname{sh} \sqrt{ab} T),
\end{aligned}$$

где принято, что $p_2 = p_1 + u_0 \sqrt{a} \operatorname{sh} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0}$; $q_2 = q_1 + u_0 \sqrt{a} \operatorname{ch} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0}$.

Если $p_2 > q_2$, то побеждает группировка А со временем окончания боя на истощение

$$T_B^{(2)} = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \frac{p_2 + q_2}{p_2 - q_2}. \tag{12}$$

Если $p_2 < q_2$, то побеждает группировка В со временем окончания боя на истощение

$$T_A^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \ln \frac{v_0 \sqrt{b} + \sqrt{bv_0^2 + q_2^2 - p_2^2}}{q_2 - p_2}. \quad (13)$$

Если $p_2 = q_2$, то побеждает группировка А, время окончания боя на истощение находится приближенно по формуле

$$\tilde{T}_B^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \ln \frac{2p_2}{b\sqrt{a}}. \quad (14)$$

Выводы. Установлены законы оптимального управления распределением однородных сил и средств резерва группировки А, при полном истощении сил и средств резерва во время конфликтной ситуации при неизвестном времени окончания конфликтной ситуации.

Рассмотренный метод решения задачи может быть использован при планировании распределения однородных средств резерва в варианте, когда время окончания боя неизвестно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И., Ольшевский И.П., Носик Ал.М. Разработка моделей динамических процессов конфликтных ситуаций // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2000. – Вып. 3(9). – С. 52 – 54.
2. Кононов В.Б., Евстрат Д.И., Рафальский Ю.И., Бабий И.Ф. Задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2001. – Вып. 1(11). – С. 129 – 133.
3. Кононов В.Б., Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И. Распределение однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вып. 4(20). – С. 96 – 101.
4. Кононов В.Б., Кушнерук Ю.И., Кононова Е.А. Задача оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вып. 1. – С. 196 – 199.
5. Кононов В.Б. Задача оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума среднего суммарного количества сил и средств оперирующей стороны // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вып. 2. – С. 146 – 149.
6. Кононов В.Б. Задача оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума разности оставшихся средств противоборствующих сторон к концу конфликтной ситуации // Системы

обработки інформації. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вип. 3. – С. 68 – 71.

7. *Кононов В.Б. Оптимальное управление распределением однородных сил и средств конфликтующих сторон // Системы обработки інформації. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вип. 4. – С. 100 – 103.*

Поступила 5.04.2004

КОНОНОВ Владимир Борисович, кандидат технических наук, доцент, зам. нач. факультета ХВУ. В 1987 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – исследование операций.
