

УДК 621.396.67

О.О. Лаврут, О.Ю. Стрюк, К.О. Польщиков

*Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації НТУУ “КПІ”, Полтава***ТЕНЗОР – МОЖЛИВА МОДЕЛЬ ОПИСУ СИСТЕМИ СУПУТНИКОВОГО ЗВ’ЯЗКУ ЯК СКЛАДНОГО ДИНАМІЧНОГО ОБ’ЄКТУ**

Показана можливість використання тензорного апарату для опису системи супутникового зв’язку, як складного динамічного об’єкту. Застосовуючи ідею тензорного аналізу, можливо одночасно враховувати суперечливі параметри системи і фактори, які на неї впливають, в умовах, що змінюються, зберігаючи цілісність її розгляду.

Ключові слова: супутниковий зв’язок, алгоритм функціонування, тензорний аналіз.

Вступ

У відповідності до нормативно-законодавчої бази України одними із пріоритетних напрямків є:

впровадження космічної діяльності в інтересах національної безпеки та оборони України, а також інших центральних органів виконавчої влади, підприємств всіх форм власності, які входять до Єдиної загальнодержавної системи зв’язку України;

військово-теоретичні наукові дослідження з питань використання космічних систем в інтересах національної безпеки і оборони, розробки нормативно-технічного забезпечення використання космічних систем і засобів військового та подвійного призначення; дослідно-конструкторських робіт із створення космічних систем і засобів подвійного призначення [1 – 4].

Система супутникового зв’язку (ССЗ) є складною системою, на ефективність роботи якої впливає множина як зовнішніх, так і внутрішніх параметрів.

Враховати множину параметрів системи, які одночасно впливають один на одного з урахуванням різноманітних завад, використовуючи «тривимірний» математичний апарат практично не можливо.

Таким чином, метою статті є розгляд можливості використання тензорного аналізу для опису функціонування ССЗ, як складного динамічного об’єкта.

1. Варіант побудови системи супутникового зв’язку

Апаратура і ємності комерційних систем зв’язку становляться невід’ємною частиною сучасних військових систем зв’язку, забезпечуючи низькі витрати, високу пропускну здатність та нові види обслуговування військових абонентів.

Створення перспективної ССЗ потребує оптимального сполучення військового і комерційного сегментів [1 – 4].

Оптимальна архітектура сучасних ССЗ повинна включати як спеціалізовані супутники військового зв’язку, так і канали, які орендуються у цивільних системах.

З одного боку, така ССЗ повинна забезпечувати високу пропускну здатність, швидкість передачі інформації, ефективне використання ресурсу бортового ретранслятора, а з другого боку, повинна бути завадозахищеною і прихованою (що тягне за собою великі витрати на побудову таких систем). Очевидно, що ці фактори є взаємовиключними. Виникає протиріччя між вимогами, які висуваються до системи в мирний час і тими вимогами, які необхідно забезпечити в умовах впливу сильних навмисних завад. Врахувати ці протиріччя можливо тільки шляхом комплексного використання як організаційних, так і технічних мір, тобто врахування основних факторів що впливають. Це передбачає можливість використання маневру частотами, стволами, бортами для передачі інформації під керівництвом центральної станції, що в свою чергу потребує створення і постійного оновлення бази даних центральної станції, в якій повинна міститись уся інформація про мережу і можливих джерел завад.

Також це передбачає собою необхідність використання сигнально-кодових конструкцій різного типу в залежності від обстановки (використання тих чи інших завад), яка склалася на даний час в мережі.

Проектування систем відбувається математичними методами і потребує математичного опису системи, розробки математичної моделі. Встановити взаємозв’язок між основними факторами, що впливають, можливо тільки в рамках моделі, яка містить внутрішні і зовнішні параметри системи супутникового зв’язку, які найбільш адекватно відображають реальні характеристики системи і алгоритми її функціонування в різних умовах обстановки.

Система зв’язку характеризується зовнішніми та внутрішніми параметрами y_i і x_i відповідно [5]. Зовнішні параметри описують систему з точки зору замовника або користувача, а внутрішні параметри – розробника, проектувальника.

Суворої межі між внутрішніми і зовнішніми параметрами не існує.

Зокрема, деякі параметри системи можуть бути одночасно як внутрішніми, так і зовнішніми.

З математичної точки зору внутрішні параметри грають роль «незалежних змінних» в задачі проектування і однозначно визначають значення зовнішніх, які, в свою чергу, визначають ефективність системи.

Частіше всього внутрішні параметри рідко бувають повністю незалежними: вибір одного з них впливає на значення інших [5].

Зовнішні і внутрішні параметри кожної системи пов'язані певними залежностями.

Як зазначено у [5], кожен зовнішній параметр системи можна подати у вигляді функції її внутрішніх параметрів:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ y_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ &\dots\dots\dots \\ y_m &= f_m(x_1, x_2, \dots, x_n). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Рівняння вигляду (1) можна назвати рівнянням зв'язку $F(x, y)$ між зовнішніми та внутрішніми параметрами.

Рівняння зв'язку $F(x, y)$ відображають структуру системи, алгоритми її функціонування, статистичні характеристики каналу зв'язку і т.д. та є математичною моделлю системи зв'язку, яка проектується. Така модель є основою дослідження системи математичними методами.

Для повного опису внутрішніх параметрів моделі проведено її декомпозицію. В результаті система була представлена у вигляді чотирьох основних компонентів: бортового ретранслятора, середі розповсюдження, земного сегменту, який включає абонентські станції і центральну керуючу станцію, а також постановників завад. Кожен з компонентів системи можна виразити функціональною залежністю, яка описує взаємодію внутрішніх параметрів і алгоритмів функціонування [4]:

$$\left. \begin{aligned} &\Omega_{бр} \quad \Omega_{ср}, \Omega_{сист.х}, \Omega_{пз} \quad , \\ &\Omega_{цзс} \quad \Omega_{ср}, \Omega_{сист.х}, \Omega_{пз}, \Omega_{зс.прд}, \Omega_{зс.прм}, \Omega_{ппз}, A_{аф}, A_{ав} \quad , \\ &\Omega_{зс.прд} \quad \Omega_{ср}, \Omega_{пз}, \Omega_{бр}, \Omega_{цзс}, A_{аф}, A_{ав} \quad , \\ &\Omega_{зс.прм} \quad \Omega_{ср}, \Omega_{сист.х}, \Omega_{пз}, \Omega_{ппз}, \Omega_{бр}, \Omega_{зс.прд}, \Omega_{цзс}, A_{аф}, A_{ав}, A_{аа} \quad , \\ &A_{аф} \quad \left\{ \Omega_{ср}, \Omega_{сист.х}, \Omega_{пз}, \Omega_{зс.прд}, \Omega_{зс.прм}, \Omega_{ппз}, \Omega_{цзс} \right\} \\ &A_{ав} \quad \left\{ \Omega_{ср}, \Omega_{сист.х}, \Omega_{пз}, \Omega_{зс.прд}, \Omega_{зс.прм}, \Omega_{ппз}, \Omega_{цзс} \right\} \\ &A_{аа} \quad \left\{ \Omega_{ср}, \Omega_{пз}, \Omega_{зс.прд}, \Omega_{зс.прм}, \Omega_{ппз} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

- де $\Omega_{бр}$ – характеристики бортового ретранслятора;
- $\Omega_{зс.прд}$ – характеристики земної станції передаючої;
- $\Omega_{зс.прм}$ – характеристики земної станції приймальної;
- $\Omega_{цзс}$ – характеристики центральної земної станції;
- $\Omega_{пз}$ – характеристики наземного постановника завад;
- $\Omega_{ппз}$ – характеристики повітряного постановника завад;
- $\Omega_{ср}$ – характеристики середі розповсюдження;
- $\Omega_{сист.х}$ – системні характеристики;
- $A_{аф}$ – алгоритм функціонування;
- $A_{аа}$ – алгоритм адаптації;
- $A_{ав}$ – алгоритм встановлення з'єднання.

Стан мережі в кожний конкретний момент визначається взаємопов'язаними і одночасно впливаючими один на одного складовими: різними характеристиками компонентів ССЗ, її алгоритмами функціонування і зовнішніми факторами що впливають. Відомо, що вирішення подібної задачі в загальному вигляді поки не знайдено і отримати необхідний результат можливо тільки на множині припустимих (тобто тих, що можна фізично реалізувати) параметрів компонентів і алгоритмів функціонування сис-

теми. Вирішити подібну задачу переборним методом не є можливим внаслідок її великої розмірності.

Пропонується вирішити поставлену задачу за допомогою використання тензорного апарату.

2. Застосування тензорного аналізу для опису системи супутникового зв'язку як складного динамічного об'єкту

Тензорне обчислення (ТО) – математична теорія, яка вивчає величини особливого роду — тензори, їх властивості і правила дій над ними. ТО є розвитком і узагальненням векторного обчислення та теорії матриць. ТО широко використовується в диференціальній геометрії, теорії ріманових просторів, теорії відносності, механіці, електродинаміці та інших галузях науки [6 – 10].

Для опису багатьох фізичних і геометричних фактів звичайно вводиться та чи інша система координат, що дозволяє описувати різні об'єкти за допомогою одного чи декількох чисел, а співвідношення між об'єктами — рівняннями, які пов'язують ці числа або системи чисел. Ці величини, які називаються тензорними, описуються в кожній системі координат декількома числами (компонентами тензора).

Тензор — об'єкт лінійної алгебри. Частковими випадками тензорів є скаляри, вектори і білінійні форми.

Термін «тензор» також служить скороченням для терміну «тензорне поле», вивченням яких займається тензорне обчислення.

Часто тензор подають як багатовимірну таблицю

$$d \times d \times \dots \times d,$$

де d – розмірність векторного простору, над яким задано тензор, а число співмножників співпадає з «валентністю тензора», заповнену числами (компонентами тензора).

Таке подання (за виключенням тензорів валентності нуль – скалярів) можна тільки після вибору базису (або системи координат), при зміні базису компоненти тензора змінюються відповідним чином.

При цьому сам тензор як «геометрична сутність» від вибору базису не залежить.

Тензорний опис дозволяє отримати цілісне уявлення про систему, її характеристики і властивості в тій чи іншій координатній системі розгляду.

Згідно з властивостям тензора за його відомими проєкціями в одній системі координат (СК) можна отримати проєкції в інших системах координат, якщо відомі закони переходу від однієї системи координат до другої.

Зміна системи координат може означати зміну аспекту розгляду системи, яка досліджується. В нашому випадку зміна системи координат – це розгляд системи супутникового зв'язку в різних режимах функціонування, в залежності від обстановки, яка склалася в умовах впливу сильних навмисних завад.

Проєкції тензора можуть відображати величини показників, які характеризують основні її властивості в прийнятому для розгляду аспекті [11, 12].

Єдиний підхід до вивчення системи супутникового зв'язку як складної системи дозволяють отримати тензорні моделі і методи аналізу.

Тензорний аналіз – це узагальнення векторного аналізу і розділ тензорного обчислення.

Тензорний аналіз, завдяки своїм можливостям, є логічним способом опису реальних об'єктів в їх багатоаспектності і протиріччі.

Тензорне подання має максимальну цілісність, дозволяючи сконцентрувати основну увагу на самій системі незалежно від можливих координатних систем її розгляду [11, 12].

Стан системи, описаний виразом (2), можна подати у вигляді матриці стану системи супутникового зв'язку у визначений момент її функціонування, де враховані всі вищезгадані фактори. Очевидно, що при зміні стану ССЗ змінюються (або повинні змінюватись) і значення компонентів, які входять до матриці.

Для побудови тензорної математичної моделі необхідно ввести будь-яку систему відліку. Наприклад, припускаючи, що характеристики і алгоритми, що враховано у виразі (2), є основними складовими, можна уподібнити їх координатним осям деякої узагальненої системи координат.

Визначимо вісі системи наступним чином:

- характеристики бортового ретранслятора – 1,
 - характеристики передаючої і приймальної земних станцій – 2 і 3 відповідно,
 - характеристики центральної земної станції – 4,
- і так далі згідно з виразом (2).

Тоді можна записати тензор, який містить компоненти всіх векторів вищевказаної системи:

$$A_{ik} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ik} \end{pmatrix}.$$

У цьому тензорі, наприклад, a_{31} – є перший компонент третього вектора, компонент середі розповсюдження у векторі характеристик передаючої земної станції, або a_{72} – є другий компонент сьомого вектора, компонент постановника завад у векторі алгоритму адаптації.

Введений, таким чином, тензор буде характеризувати деякий постійний (інваріантний) стан системи. Тензорний характер вищевказаного об'єкту полягає у тому, що при різних змінах його компонент тензор залишається цілісним (при будь-яких сполученнях характеристик і алгоритмів система залишається завжди).

Наприклад, при зміні характеристик середі розповсюдження (погіршенні погодних умов) змінюються і компоненти тензора:

- зміна довжини пакету,
- перехід в ширококутовий режим,
- збільшення потужності ретранслятора,
- перехід на використання інших сигнально-кодових конструкцій,
- зміна алгоритму надання каналу зв'язку і так далі.

Використовувати введений тензор можна двома:

- при конкретизації компонент він буде характеризувати певний стан системи;
- моделювати різні процеси взаємодії системи і середі при необхідності динамічно керувати режимом функціонування ССЗ.

Наприклад, рівняння

$$S_i = A_{ik} V^k$$

геометрично буде означати перетворення вектору V під впливом тензора A у вектор S , а фактично відгук (вектор S) системи у відповідь на якийсь зовнішній або внутрішній вплив (вектор V).

Отже, знаючи значення компонентів тензора (параметрів стану системи супутникового зв'язку) в одній системі координат (в даний момент функціонування) можливо визначити її параметри і характеристики в наступний момент, тобто в умовах, які змінилися.

Висновки

Таким чином, використовуючи ідею тензорного аналізу для системи супутникового зв'язку, як складного об'єкту, можливо одночасно враховувати суперечні параметри системи і всі фактори, які на неї впливають в різних умовах функціонування, зберігаючи цілісність її розгляду.

Це в свою чергу надасть можливість реалізувати динамічну зміну режиму функціонування системи супутникового зв'язку, адаптуючись до обстановки, яка склалася в умовах впливу сильних навмисних завад.

Подана модель потребує подальшої розробки, конкретизації і багатьох уточнень для можливості її використання в практичній діяльності.

Список літератури

1. Про затвердження Загальнодержавної цільової науково-технічної космічної програми України на 2008 - 2012 роки: Закон України від 30.09.2008 р. // Відом. Верхов. Ради України. – 2009. – № 12.
2. Про космічну діяльність: Закон України від 15.11.1996 р. // Відом. Верхов. Ради України. – 1997. – № 1.
3. Концепція розвитку зв'язи в Україні до 2010 г. // Відом. Верхов. Ради України. – 1995. – № 20.
4. Лаврут О.О. Возможность реализации динамического изменения режима функционирования системы спутниковой связи при помощи использования тензорного анализа / О.О. Лаврут // Системи обробки інформації. – Х., 2009. – Вып. 6(80). – С. 67-71.

5. Батицев Д.И. Методы оптимального проектирования / Д.И. Батицев. – М.: Радио и связь, 1984. – 248 с.
6. Акивис М.А. Тензорное исчисление / М.А. Акивис, В.В. Гольдберг. – М.: Наука, 1969. – 320 с.
7. Номидзу К. Группы Ли и дифференциальная геометрия / К. Номидзу. – М.: ИЛ, 1960. – 248 с.
8. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу / Б.Е. Победря. – М.: Изд-во МГУ, 1986. – 386 с.
9. Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления (9-е издание) / Н.Е. Кочин. – М.: Наука, 1965. – 420 с.
10. Мак-Коннел А.Дж. Введение в тензорный анализ с приложениями к геометрии, механике и физике / А.Дж. Мак-Коннел. – М.: Физматлит, 1963. – 522 с.
11. Поповський В.В. Математичні основи теорії телекомунікаційних систем / В.В. Поповський, С.О. Сабурова, В.Ф. Олійник, Ю.І. Лосев, Д.В. Агєєв та ін.: За загальною редакцією В.В. Поповського. – Х.: ТОВ "Компанія СМІТ", 2006. – 564 с.
12. Лемешко А.В., Евсеева О.Ю., Чечуй А.В. Категориально-тензорное представление телекоммуникационной системы // Научные записки УНДІЗ. – 2008. – № 2 (4). – С. 3-15.

Надійшла до редколегії 19.10.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Краснобаєв, Харківський державний технічний університет сільського господарства, Харків.

ТЕНЗОР – ВОЗМОЖНАЯ МОДЕЛЬ ОПИСАНИЯ СИСТЕМЫ СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ КАК СЛОЖНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА

О.О. Лаврут, О.Ю. Стрюк, К.А. Польщиков

Показана возможность применения тензорного аппарата для описания системы спутниковой связи как сложного динамического объекта. Применяя идею тензорного анализа, можно одновременно учитывать противоречивые параметры системы и воздействующие на нее факторы в изменяющихся условиях, сохраняя целостность ее рассмотрения.

Ключевые слова: спутниковая связь, алгоритм функционирования, тензорный анализ.

Tensor is possible model of description of satellite communication network as complicated dynamic object

A.A. Lavrut, O.J. Strjuk, K.O. Polschikov

Possibility of application of tensor vehicle for description of satellite communication network as complicated dynamic object is shown. Applying the idea of tensor analysis it is possible simultaneously to take into account contradictory parameters systems and factors affecting her in changing terms, saving integrity of its consideration.

Keywords: satellite communication, algorithm of functioning, tensor analysis.