

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОСРЕДНИЧЕСКОГО КРЕДИТОВАНИЯ

к.ф.-м.н. Л.Д. Филатова, О.Е. Илясова
(представил д.ф.-м.н., проф. Ю.Г. Машкаров)

В статье построена математическая модель функционирования рынка капитала в условиях осуществления мониторинга со стороны финансовых посредников, в роли которых выступают банки.

Постановка проблемы. Очень часто в отечественной и зарубежной литературе банковское кредитование и непосредственное финансирование рассматриваются как альтернативные варианты денежного обеспечения предпринимательской деятельности. Но особый интерес представляет более близкая к реальности ситуация, когда фирмы могут выбирать между прямыми займами и банковскими кредитами, но к банкам обращаются те, у кого нет доступа к прямым инвестициям. А основным препятствием для получения непосредственного финансирования является фактор морального ущерба (риска).

Анализ литературы. В [1] на основе модели Даймонда [2] сформулировано и доказано необходимое условие преимущества делегированного банку мониторинга по сравнению с прямым контролем со стороны инвестора.

Отправной точкой для описания проблем функционирования рынка капитала в условиях возможного морального ущерба является несложная модель, предложенная в работах Даймонда [3 – 4]. В ней предполагается, что некоторая экономическая система характеризуется наличием фирм, предлагающих свои проекты потенциальным инвесторам. Фирмы выбирают «технологии» реализации своих проектов из двух вариантов:

- «хорошая» технология, приносящая доход A с вероятностью P_a ;
- «плохая» технология, (более рискованная), приносящая доход B с вероятностью P_b .

Естественно можно сделать следующее предположение: $A > B$, а положительную настоящую чистую стоимость, которую обозначим как NVP ($NVP > 0$), имеют только «хорошие» проекты.

Из этих предположений получаем неравенство

$$P_a > P_b. \quad (1)$$

Если контроль (мониторинг) за действиями фирмы отсутствует, то фирма выберет «хорошую» технологию только тогда, когда она даст более высокий ожидаемый доход

$$P_a(A - R) > P_b(B - R), \quad (2)$$

где R – величина дохода, выплачиваемого инвестору.

Из неравенств (1) и (2) следует, что

$$R < \frac{P_a A - P_b B}{P_a - P_b} = R_c, \quad (3)$$

где R_c – критическое значение величины R , выше которого фирма будет выбирать «плохую» технологию.

С точки зрения инвесторов вероятность получения доходов по сделанным ими вложениям в зависимости от значения величины дохода R примет вид

$$p(R) = \begin{cases} p_a, & \text{если } R \leq R_c; \\ p_b, & \text{если } R > R_c. \end{cases} \quad (4)$$

Тогда условие конкурентного равновесия на рынке капитала в отсутствие мониторинга может быть записано как

$$p(R) \cdot R = 1. \quad (5)$$

Из равенства (5) может быть найдено значение дохода R , обеспечивающее равновесие.

Исходя из сделанных предположений, получаем, что равновесие возможно только в том случае, когда

$$p_a \cdot R_c > 1. \quad (6)$$

Соотношение (6) отражает тот факт, что у фирм нет серьезных побуждений к тому, чтобы выбирать поведение, наносящее ущерб инвесторам. Если же $p_a \cdot R_c > 1$, то в силу отсутствия торговли фирмы будут выбирать «плохие технологии» реализации проектов, у которых $NPV < 0$, что в конечном счете приведет рассматриваемый рынок капитала к коллапсу.

Цель статьи и основные идеи. Теперь несколько изменим модель, введя в нее предпосылку возможности мониторинга, осуществляемого финансовыми посредниками (банками). Другими словами, банки могут предотвратить использование «плохих» технологий предпринимателями,

затрачивая на это некоторую сумму C . Предполагая наличие между банками совершенной конкуренции, условие равновесия приобретет вид

$$p_a R_m = 1 + C, \quad (7)$$

где R_m – доход, получаемый банком от фирмы.

Смысл уравнения (7) достаточно прозрачен: ожидаемый доход должен по меньшей мере компенсировать затраты на мониторинг. В противном случае происходит разорение банка.

Для существования равновесия при наличии банковского кредитования должны выполняться следующие ниже условия.

Значение R_m должно быть меньше, чем доход, получаемый фирмой при применении «хорошей» технологии, из чего с учетом (7) следует неравенство

$$P_a A - 1 > C. \quad (8)$$

Условие (8) означает, что цена мониторинга C должна быть меньше, чем NPV «хорошего» проекта. Прямое кредитование, которое дешевле банковского, должно быть невозможно, т.е.

$$P_a R_c > 1. \quad (9)$$

Таким образом, в рассматриваемой модели в условиях равновесия банковское кредитование возможно в том случае, если значение вероятности успешного завершения проекта, для которого используется «хорошая» технология P_a , находится в интервале

$$\left[\frac{1+C}{A}, \frac{1}{R_c} \right]. \quad (10)$$

Выводы. Если допустить, что цена мониторинга C настолько мала, что

$$\frac{1}{R_c} > \frac{1+C}{A},$$

то существует три принципиальных режима существования рынка, которые перечислены ниже:

1) первый режим существования рынка рассматривается при выполнении следующего условия

$$P_a > \frac{1}{R_c},$$

которое определяет достаточно высокую вероятность успеха при осуществлении проекта по «хорошей» технологии, а фирмы будут использовать прямое финансирование, выпуская обязательства (облигации) со ставкой дохода, рассчитываемой как

$$R_1 = \frac{1}{P_a};$$

2) второй режим существования рынка рассматривается при выполнении условия

$$P_a \in \left[\frac{1+C}{A}, \frac{1}{R_c} \right],$$

определяющего среднюю вероятность успеха при реализации проекта, при этом фирмы будут предпочитать брать банковские кредиты по ставке

$$R_2 = \frac{1+C}{P_a};$$

3) третий режим существования рынка рассматривается при выполнении условия

$$P_a < \frac{1+C}{A},$$

соответствующего низкой вероятности успеха, соответственно, рынок капитала приходит к состоянию коллапса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Филатова Л.Д., Илясова О.Е. Математическая модель делегированного мониторинга // Системы обработки інформації. – Х.: ХВУ. – 2003. – Вип. 2. – С. 113 – 116.
2. Diamond D., Dybvig P. Bank runs, deposit insurance and liquidity // Journal of Political Economy. – 1983. – Vol. 91. P. 401 – 419.
3. Diamond D. Financial intermediation and delegated monitoring // Review of economic studies. – 1984. – Vol. 51. – P. 393 – 414.
4. Diamond D. Monitoring and reputation: The choice between bank loans and directly placed debt // Journal of Political Economy. – 1991. – Vol. 99. – P. 689 – 721.

Поступила 2.04.2004

ФИЛАТОВА Любовь Дмитриевна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент Харьковского филиала Украинской академии банковского дела. В 1984 году окончила Харьковский государственный университет им. А.М. Горького. Область научных интересов – математические методы исследования операций.

ИЛЯСОВА Ольга Евгеньевна, преподаватель Харьковского филиала Украинской академии банковского дела. В 1995 году окончила Харьковский государственный университет им. А.М. Горького. Область научных интересов – системы защиты информации.