

УДК 629.017

К.Г. Яценко<sup>1</sup>, М.А. Подригало<sup>2</sup>, Д.М. Клец<sup>1</sup><sup>1</sup> Харківський університет Воздушних Сил імені Івана Кожедуба, Харків<sup>2</sup> Харківський національний автомобільно-дорожній університет, Харків

## ВЕРОЯТНОСТНЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ МНОГООСНЫХ АВТОМОБИЛЕЙ

*Предложен вероятностный метод определения показателей устойчивости многоосных автомобилей, построенный на модели нормального распределения коэффициента устойчивости. На примере МА3-543 определены усеченные нормальные законы распределения значений коэффициента устойчивости при различных скоростях движения и величинах коэффициента сцепления.*

**Ключевые слова:** многоосный автомобиль, устойчивость движения, вероятностный метод оценки, коэффициент устойчивости.

### Введение

**Постановка задачи.** Устойчивость движения является одним из наиболее важных эксплуатационных свойств автомобиля, определяющих безопасность движения. Несмотря на технический прогресс последних десятилетий, на сегодняшний день достаточно часто встречаются непредвиденные дорожные ситуации, когда водитель средства подвижности (СП) вынужден маневрировать в стесненных дорожных условиях. Указанная проблема особенно актуальна для военной техники, что связано с необходимостью повышения маневренности и живучести большегрузных СП.

Многоосные автомобили представляют собой многоопорную статистически неопределимую балку, в связи с чем определение нормальных реакций дороги на осях вызывает определенные сложности. Поскольку распределение нормальных реакций дороги между осями определяет устойчивость автомобиля, то в настоящей статье предложен вероятностный метод определения показателей устойчивости многоосных автомобилей, построенный на модели нормального распределения значений коэффициента устойчивости.

**Анализ публикаций.** Физическую модель многоосного автомобиля можно представить как многоопорную балку. Решение задачи устойчивости автомобиля связано с определением распределения нормальных реакций между осями. Для оценки устойчивости автомобиля в работах [1 – 3] предложен коэффициент устойчивости  $K_{уст}$  представляющий собой отношение момента стабилизирующего  $M_{стаб}$  к моменту, возмущающему занос  $M_{возм}$ , т.е.

$$K_{уст} = \frac{M_{стаб}}{M_{возм}}. \quad (1)$$

При  $K_{уст} \geq 1$  движение устойчиво, а при  $K_{уст} \leq 1$  неустойчиво.

Для двухосного автомобиля [1 – 3]

$$M_{стаб} = bR_{y2max}; \quad (2)$$

$$M_{стаб} = aR_{y1max} \quad (3)$$

и уравнение (1) примет вид

$$K_{уст} = \frac{bR_{y2max}}{aR_{y1max}}, \quad (4)$$

где  $R_{y2max}; R_{y1max}$  предельные по сцеплению с дорогой суммарные боковые реакции на передних и задних колесах соответственно;  $a; b$  – расстояния от передней и задней осей до проекции центра масс автомобиля на горизонтальную плоскость, проходящую через эти оси.

Предельные по сцеплению с дорогой суммарные боковые реакции дороги могут быть определены как

$$R_{y1max} = \sqrt{\varphi_x^2 R_{z1}^2 - \beta_{k1}^2 P_k^2}; \quad (5)$$

$$R_{y1max} = \sqrt{\varphi_x^2 R_{z2}^2 - \beta_{k2}^2 P_k^2}, \quad (6)$$

где  $\varphi_x$  – продольный коэффициент сцепления колес с дорогой;  $R_{z1}; R_{z2}$  – суммарные нормальные реакции дороги на передней и задней осях автомобиля;  $P_k$  – тяговая сила автомобиля;  $\beta_{k1}; \beta_{k2}$  – доли тяговой силы, приходящиеся на колеса передней и задней осей автомобиля, соответственно

$$\beta_{k1} + \beta_{k2} = 1. \quad (7)$$

Уравнение (1) с учетом (2), (3), (5), (6) примет вид

$$K_{уст} = \frac{b}{a} \sqrt{\frac{\varphi_x^2 R_{z2}^2 - \beta_{k2}^2 P_k^2}{\varphi_x^2 R_{z1}^2 - \beta_{k1}^2 P_k^2}}. \quad (8)$$

Как показывает анализ уравнения (8) для определения  $K_{уст}$  необходимо знать  $R_{z1}, R_{z2}$ . Для двухосного автомобиля

$$R_{z_1} = G_a \left( \frac{b}{L} - \frac{\dot{V}_a}{g} \frac{h - r_d}{L} \right); \quad (9)$$

$$R_{z_2} = G_a \left( \frac{a}{L} - \frac{\dot{V}_a}{g} \frac{h - r_d}{L} \right), \quad (10)$$

где  $G_a$  – вес автомобиля;  $g$  – ускорение силы тяжести,  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ;  $h$  – высота центра масс автомобиля;  $L$  – продольная колесная база автомобиля;  $\dot{V}_a$  – продольное линейное ускорение автомобиля;  $r_d$  – динамический радиус ведущих колес.

Для многоосного автомобиля определение динамических нормальных реакций дороги на осях возможно после раскрытия статистической неопределенности физической модели машины, представляющей собой многоопорную балку.

В работе [4] предложен вероятностный метод определения суммарных нормальных реакций на осях многоосного (четырёхосного) автомобиля и использовано правило «трёх сигм» для определения параметров при условии их нормального распределения. Однако в работе [4] не проводилась оценка устойчивости многоосных автомобилей против заноса.

**Целью исследования** является повышение безопасности движения путем разработки вероятностного метода оценки курсовой устойчивости многоосных автомобилей.

Для достижения поставленной цели необходимо решить задачи:

– определить доверительную вероятность сохранения многоосным автомобилем устойчивости движения;

– провести оценку устойчивости на примере четырехосного автомобиля.

## Основной раздел

### Доверительная вероятность сохранения многоосным автомобилем устойчивости движения

Решение указанной задачи предусматривает использование правила «трех сигм». Нужно определить максимальное и минимальное значения коэффициента устойчивости автомобиля. Максимально возможное значение коэффициента устойчивости реализуется при наиболее благоприятном распределении суммарных нормальных реакций дороги между осями, обеспечивающем максимальное значение  $M_{\text{стаб}}$  и минимальное значение  $M_{\text{возм}}$ . Минимально возможное значение  $K_{\text{уст}}$  реализуется при наиболее неблагоприятном распределении суммарных нормальных реакций дороги между осями, обеспечивающем минимальное значение  $M_{\text{стаб}}$  и максимальное значение  $M_{\text{возм}}$ .

Таким образом,

$$(K_{\text{уст}})_{\text{max}} = \frac{(M_{\text{стаб}})_{\text{max}}}{(M_{\text{возм}})_{\text{min}}}; \quad (11)$$

$$(K_{\text{уст}})_{\text{min}} = \frac{(M_{\text{стаб}})_{\text{min}}}{(M_{\text{возм}})_{\text{max}}}. \quad (12)$$

Среднее значение коэффициента устойчивости принимаем равным математическому ожиданию  $\bar{K}_{\text{уст}}$

$$\bar{K}_{\text{уст}} = 0,5 \left[ (K_{\text{уст}})_{\text{max}} + (K_{\text{уст}})_{\text{min}} \right]. \quad (13)$$

Применяя правило «трех сигм», определим для усеченного нормального распределения среднее квадратическое отклонение коэффициента устойчивости от своего среднего значения

$$\tau_K = \frac{1}{6} \left[ (K_{\text{уст}})_{\text{max}} - (K_{\text{уст}})_{\text{min}} \right]. \quad (14)$$

Таким образом, усеченный нормальный закон распределения значений  $K_{\text{уст}}$  имеет следующий вид

$$f(K_{\text{уст}}) = \frac{C}{\tau_K \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(K_{\text{уст}} - \bar{K}_{\text{уст}})^2}{2\tau_K^2}}, \quad (15)$$

где  $C$  – постоянный для усеченного нормального распределения коэффициент,

$$C = \tau_K \sqrt{2\pi} / \left[ \int_{(K_{\text{уст}})_{\text{min}}}^{(K_{\text{уст}})_{\text{max}}} e^{-\frac{(K_{\text{уст}} - \bar{K}_{\text{уст}})^2}{2\tau_K^2}} dK_{\text{уст}} \right]. \quad (16)$$

На следующем этапе мы можем определить доверительную вероятность сохраненной автомобилем устойчивости, то есть получения  $K_{\text{уст}} \geq 1$ .

На рис. 1 представлен график зависимости (15), иллюстрирующий усеченный нормальный закон. Доверительная односторонняя вероятность получения  $K_{\text{уст}} \geq 1$  определяется на рис. 1 заштрихованной площадью под кривой  $f(K_{\text{уст}})$ , которая слева ограничена минимальными значениями случайной величины  $K_{\text{уст}} = 1$ . Доверительная односторонняя вероятность  $P_H$  получения  $K_{\text{уст}} \geq 1$  может быть определена путем численного интегрирования функции

$$\begin{aligned} P_H &= 1 - \int_{(K_{\text{уст}})_{\text{min}}}^1 f(K_{\text{уст}}) dK_{\text{уст}} = \\ &= 1 - \frac{C}{\tau_K \sqrt{2\pi}} \int_{(K_{\text{уст}})_{\text{min}}}^1 e^{-\frac{(K_{\text{уст}} - \bar{K}_{\text{уст}})^2}{2\tau_K^2}} dK_{\text{уст}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнение (17) с учетом выражения (16) примет вид

$$P_H = 1 - \frac{\int_{(K_{уст})_{\min}}^1 e^{-\frac{(K_{уст} - \bar{K}_{уст})^2}{2\tau_K^2}} dK_{уст}}{\int_{(K_{уст})_{\min}}^{(K_{уст})_{\max}} e^{-\frac{(K_{уст} - \bar{K}_{уст})^2}{2\tau_K^2}} dK_{уст}} \quad (18)$$

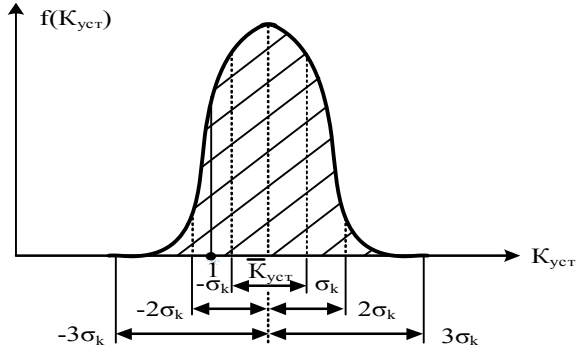


Рис. 1. Усеченный нормальный закон распределения  $K_{уст}$  многоосного автомобиля и определение доверительной вероятности получения  $K_{уст} \geq 1$

Зависимость коэффициента устойчивости от времени является случайной функцией. Предложенный алгоритм расчета  $P_H$  относится к сечению случайной функции  $P_H(t)$  в момент времени  $t$ .

Влияние времени на величину  $K_{уст}$  и  $P_H$  происходит вследствие изменения параметров движения автомобиля, таких как  $\varphi_x, \tau_K, \dot{V}_a$ , линейная скорость автомобиля  $V_a$  и определение  $K_{уст}$  в различных сечениях случайной функции позволяет определить зависимость  $P_H$  от указанных параметров  $\varphi_x, \tau_K, \dot{V}_a, V_a$ .

### Оценка устойчивости четырехосного автомобиля

На рис. 2 приведена расчетная схема четырехосного автомобиля.

Коэффициент устойчивости автомобиля

$$K_{уст} = \frac{R_{y4max}b + R_{y3max}b_3}{R_{y1max}a_1 + R_{y2max}a_2} \quad (19)$$

или

$$K_{уст} = \frac{b_4 \sqrt{\varphi_x^2 R_{z4}^2 - \beta_{k4}^2 P_k^2} + b_3 \sqrt{\varphi_x^2 R_{z3}^2 - \beta_{k3}^2 P_k^2}}{a_1 \sqrt{\varphi_x^2 R_{z1}^2 - \beta_{k1}^2 P_k^2} + a_2 \sqrt{\varphi_x^2 R_{z2}^2 - \beta_{k2}^2 P_k^2}} \quad (20)$$

Суммарная тяговая сила автомобиля  $P_K$  определяется суммарным сопротивлением движению и необходимым запасом для разгона машины

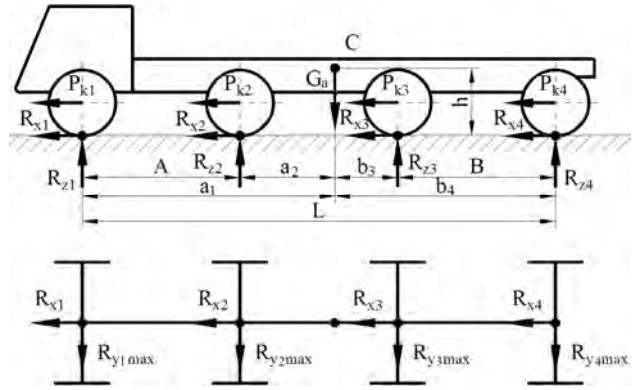


Рис. 2. Расчетная схема четырехосного автомобиля для определения коэффициента устойчивости (принимается, что динамические радиусы  $r_d$  одинаковы у всех колес)

$$P_K = \sum_{i=1}^{n=4} P_{K_i} = m_a g \psi + \frac{C_x}{2} \rho F V_a^2 + m_a \dot{V}_a \quad (21)$$

где  $m_a$  – общая масса автомобиля;  $\rho$  – плотность воздуха;  $n$  – число ведущих осей автомобиля,  $n = 4$ ;  $\Psi$  – суммарный коэффициент дорожного сопротивления;

$$\psi = f \pm i, \quad (22)$$

где  $i$  – величина продольного уклона дороги;  $C_x$  – коэффициент аэродинамического сопротивления движению автомобиля;  $F$  – лобовая площадь (мидель) автомобиля;  $V_a$  – линейная скорость автомобиля.

Из уравнения (14) видно, что для определения  $K_{уст}$  нужно знать  $R_{z1}, R_{z2}, R_{z3}, R_{z4}$ .

Рассмотрим предельные случаи нагружения осей нормальными нагрузками при которых справа и слева от вертикальной плоскости (рис. 2), проходящей через центр масс  $C$  будут нагружены по одной оси. На остальных осях суммарные нормальные реакции будут равными нулю (табл. 1).

На рис. 3 показаны усеченные нормальные законы распределения значений  $K_{уст}$  при различных скоростях движения и величинах коэффициента сцепления на примере СП МАЗ-543.

В табл. 1 приведены также формулы для расчета предельных по сцеплению суммарных боковых реакций дороги и коэффициента устойчивости для различных вариантов нагружения осей нормальными нагрузками. Доверительная вероятность  $P_H$  получения  $K_{уст} \geq 1$  в данном случае составляет 0,998. Анализ рис. 3 показывает, что изменение коэффициента сцепления оказывает большее влияние на плотность распределения коэффициента устойчивости, чем изменение скорости движения исследуемого СП. Снижение скорости движения и повышение коэффициента сцепления колес с дорогой повышает коэффициент устойчивости многоосного автомобиля.

Плотность распределения коэффициента устойчивости исследуемого многоосного автомобиля снижается на 7,7 % при снижении коэффициента сцепления колес с дорогой от 0,8 до 0,4.

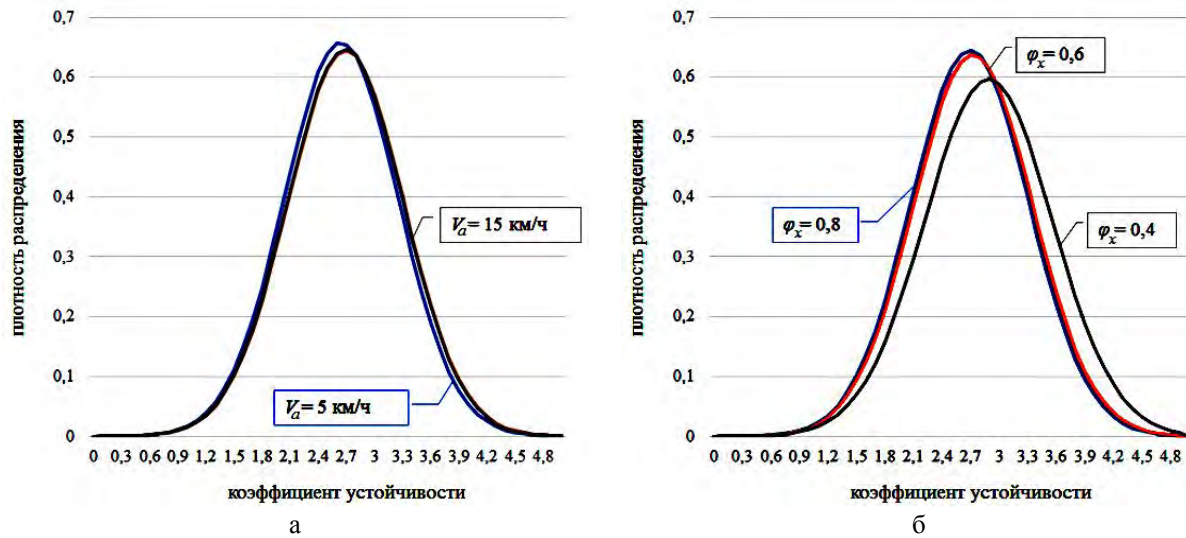


Рис. 3. Усеченные нормальные законы распределения значений  $K_{уст}$ :  
а – при различных скоростях движения;  
б – при различных величинах коэффициента сцепления

## Выводы

1. Разработанный вероятностный метод позволяет повысить точность оценки устойчивости движения многоосных средств подвижности, в том числе военной техники. Снижение скорости движения и повышение коэффициента сцепления колес с дорогой повышает коэффициент устойчивости многоосного автомобиля.

2. Плотность распределения коэффициента устойчивости многоосного автомобиля МАЗ-543 снижается на 7,7 % при снижении коэффициента сцепления колес с дорогой от 0,8 до 0,4. Рост скорости движения МАЗ-543 от 5 до 15 км/ч снижает плотность распределения коэффициента устойчивости на 3 %.

## Список литературы

1. Динамика автомобиля / [М.А. Подригало, В.П. Волков, А.А. Бобошко, В.А. Павленко, В.Л. Файст,

Рост скорости движения МАЗ-543 от 5 до 15 км/ч снижает плотность распределения коэффициента устойчивости на 3 %.

Д.М. Клец, В.В. Редько]; под ред. М.А. Подригало. – Х.: Изд-во ХНАДУ, 2008. – 424 с.

2. Байцур М. В. Оценка устойчивости автомобиля против заноса в процессе торможения / М.В. Байцур // Автомобіле- та тракторобудування. – Вісник НТУ «ХПУ», 2006. – № 6. – С. 119-124.

3. Подригало М.А. Новое в теории эксплуатационных свойств автомобилей и тракторов / М.А. Подригало. – Х.: Академия ВВ Украины, 2013. – 222 с.

4. Стабильность эксплуатационных свойств колесных машин / [М.А. Подригало, В.П. Волков, В.А. Карпенко, Е.М. Гецович, А.А. Бобошко, В.М. Ефимчук, А.Н. Матырин]; под ред. М.А. Подригало. – Х.: Изд-во ХНАДУ, 2003. – 614 с.

Поступила в редколлегию 28.08.2015

Рецензент д-р техн. наук, проф. А.С. Полянский, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, Харьков.

## ІМОВІРНІСНИЙ МЕТОД ОЦІНКИ СТІЙКОСТІ РУХУ БАГАТОВІСНИХ АВТОМОБІЛІВ

К.Г. Яценко, М.А. Подригало, Д.М. Клец

Запропоновано імовірнісний метод визначення показників стійкості багатовісних автомобілів, побудований на моделі нормального розподілу коефіцієнта стійкості. На прикладі МАЗ-543 визначені усічені нормальні закони розподілу значень коефіцієнта стійкості при різних швидкостях руху і величинах коефіцієнта зчеплення.

**Ключові слова:** багатовісний автомобіль, стійкість руху, імовірнісний метод оцінки, коефіцієнт стійкості.

## THE PROBABILISTIC METHOD OF MULTI-AXLE VEHICLES STABILITY ESTIMATING

K.G. Yatsenko, M.A. Podrigalo, D.M. Klets

We propose a probabilistic method for determining the stability parameters of multi-axle vehicles, built on the model of normal distribution of stability coefficient. For example on MAZ-543 there are identified truncated normal distribution of stability coefficient values at different movement speed and magnitude of the grip coefficient.

**Keywords:** multi-axle vehicles, motion stability, probabilistic method for estimating, stability coefficient.