

УДК 621.391

Ю.Г. Степаненко¹, С.І. Приходько¹, В.П. Лисечко²¹Українська державна академія залізничного транспорту, Харків²Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків**МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРІОДУ ПРОХОДЖЕННЯ КОРОТКИХ ВІДЕОІМПУЛЬСІВ В КОДОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЯХ НА ОСНОВІ АПРОКСИМАЦІЇ ФУНКЦІЇ ХЕВІСАЙДА**

У статті вирішується задача визначення періодів проходження коротких відеоімпульсів в послідовностях відеоімпульсів з покращеними взаємкореляційними властивостями з використанням прямокутної функції, функції Хевісайда та їх властивостей. Використання запропонованого методу формування послідовностей дозволяє мінімізувати взаємодію між сигналами в часовій області, і, як наслідок, істотно зменшити рівень внутрішньосистемних завад. Запропонований математичний апарат дозволяє спростити формування ансамблів послідовностей із коротких відеоімпульсів з покращеними взаємкореляційними властивостями.

Ключові слова: відеоімпульс, прямокутна функція, функція Хевісайда, внутрішньосистемна завада.

Вступ

Постановка проблеми. Підвищення допустимого числа активних користувачів в радіосистемах із кодовим розділенням каналів призводить до підвищення рівня інтерференції, або внутрішньосистемних завад, які виникають за рахунок неідеальності взаємкореляційних властивостей сигналів, що використовуються.

Вирішення задачі підвищення числа користувачів в цих системах можливе шляхом простого підйому порогу інтерференції, але якість зв'язку при цьому погіршується. Тому основними напрямками вирішення цієї задачі при збереженні якості зв'язку є формування сигналів з поліпшеними взаємкореляційними властивостями і використання кодування з корекцією похибок.

Аналіз літератури. В сучасній технічній літературі вітчизняних і зарубіжних авторів розглянуто наступні методи боротьби з внутрішньосистемними завадами: частотне розділення сигналів [3 – 6], розділення сигналів за часом [5, 6], просторова селекція сигналів, що використовує антени з вузькими діаграмами спрямованості [4 – 6]. Проте, застосування частотного і розділення сигналів за часом обмежено частотно-часовим ресурсом при великій кількості одночасно працюючих радіозасобів [2, 6], а застосування антен з вузькими діаграмами спрямованості приводить до ускладнення їх конструкції і не завжди прийнятне при побудові повнодоступних мереж радіозв'язку [4, 6].

В роботах [1, 2] розглянуто метод формування ансамблів послідовностей коротких відеоімпульсів з покращеними взаємкореляційними властивостями, які задовольняють вимогам рівням внутрішньосистемних завад [3] для систем радіозв'язку з кодовим розділенням каналів. Однак, даний метод не має докладного і чіткого математичного обґрунтування.

Метою статті є розробка методу визначення періодів проходження коротких відеоімпульсів в послідовностях з покращеними взаємкореляційними властивостями з використанням математичних методів аналізу на основі прямокутної функції, функції Хевісайда та їх властивостей.

Основний матеріал

Послідовність коротких відеоімпульсів представимо у вигляді [1, 3]

$$u_i(t) = \sum_{k=1}^{n_i} U_{k_i} \Pi[t - k \cdot Q_i - 1 \cdot \tau_i], \quad (1)$$

де $k=1, \dots, n_i$ – кількість імпульсів в i -й послідовності, $i=1, \dots, L$; $\Pi[t - (k \cdot Q_i - 1) \cdot \tau_i]$ – прямокутна функція; U_{k_i} – амплітуда n -го імпульсу i -ї кодової послідовності, дорівнює $[-1, 1]$; τ_i – тривалість імпульсу; $Q_i = T_i / \tau_i$ – шпаруватість i -ї послідовності імпульсів; T_i – період проходження імпульсів в i -й послідовності.

Функція $\Pi[t - k \cdot Q_i - 1 \cdot \tau_i]$ у виразі (1), має вигляд [1]

$$\Pi[t - k \cdot Q_i - 1 \cdot \tau_i] = \begin{cases} 1, & \text{при } kQ_i - 1 \cdot \tau_i \leq t \leq kQ_i \tau_i; \\ 0, & \text{при } kQ_i - 1 \cdot \tau_i > t > kQ_i \tau_i. \end{cases} \quad (2)$$

Стикова функція взаємної кореляції (ФВК) послідовностей визначається виразом [4]:

$$R_{ij}(\tau) = \frac{1}{2\sqrt{E_i E_j}} \int_{-T}^T u_i(t) u_j(t - \tau) dt, \quad (3)$$

де $u_i(t)$, $u_j(t)$ – i -а й j -а кодові послідовності відеоімпульсів, при цьому $i \neq j$; E_i і E_j – значення енергій відповідно i -ї і j -ї послідовностей; T – інтервал, на якому визначені функції $u_i(t)$ і $u_j(t)$.

Мінімальна подоба двох послідовностей [2], полягає в тому, що незалежно від часового зсуву можливий збіг не більш ніж по одному імпульсу в кожній послідовності.

Для виконання цієї умови ФВК i -ї і j -ї послідовностей не повинна перевищувати значення [3]:

$$R_{ij} \tau \leq \frac{1}{n_i}, \quad (4)$$

де $n_i \geq n_j$ – кількість імпульсів у послідовностях.

Якщо послідовності мають однакову тривалість, але різну кількість елементів ($n_i \neq n_j$), то для визначення ФВК будемо використовувати наступний вираз [4, 5]

$$R_{ij} \tau \leq \frac{1}{\sqrt{n_i n_j}}. \quad (5)$$

Кодові послідовності коротких відеоімпульсів, що задовольняють умові мінімальної подоби було названо послідовностями з покращеними взаємокореляційними властивостями.

Для виконання умов (4), (5) пропонується використовувати послідовності відеоімпульсів, які задовольняють таким вимогам [2]:

- кількість коротких імпульсів (n_i, n_j) у послідовностях $u_j(t)$ повинне бути неоднаковим ($n_i > n_j$);
- тривалості імпульсів у кожній послідовності рівні ($\tau_{in} = \tau_{ij}$);
- періоди проходження імпульсів (T_i, T_j) у кожній послідовності підібрані таким чином, що $n_i T_i \approx n_j T_j \approx T$, причому шпаруватості кожної послідовності $Q_i > Q_j \gg 1$, при $n_i > n_j$.

На підставі вищезазначених обмежень було складено їх систему (6), до складу якої ввійшли вирази (1), (3), (5) при нульовому зсуві двох сигналів у часі відносно один одного ($R_{ij}(0)$, тобто $\tau=0$).

З системи обмежень (6) випливає необхідність визначення періодів проходження імпульсів (T_i, T_j) у кожній послідовності, при цьому повинні виконуватися зазначені вимоги (3), (4), (5).

Щоб розв'язати дану систему (6) відносно періоду проходження імпульсів в j -й послідовності T_j необхідно представити прямокутну функцію

$$\Pi[t - (k \cdot Q_j - 1) \cdot \tau_{in}]$$

таким чином, щоб було можливе виконання розв'язання відомими способами.

Прямокутну функцію зображено на рис. 1.

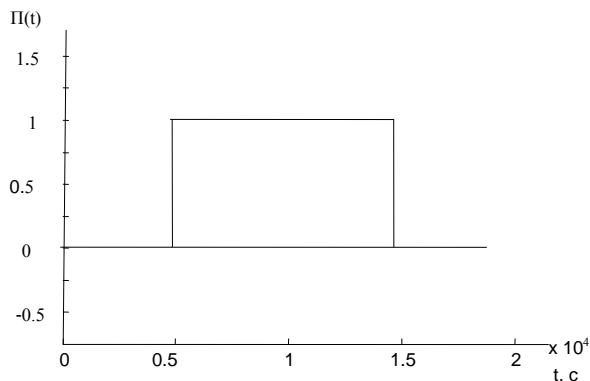


Рис. 1. Прямокутна функція

$$\left\{ \begin{aligned} u_i \tau &= \sum_{k=1}^{n_i} U_{k_i} \Pi[t - k \cdot Q_i - 1 \cdot \tau_{in}]; \\ u_j \tau &= \sum_{k=1}^{n_j} U_{k_j} \Pi[t - k \cdot Q_j - 1 \cdot \tau_{in}]; \\ Q_i &= \frac{T_i}{\tau_{in}}; \\ Q_j &= \frac{T_j}{\tau_{in}}; \\ R_{ij} \tau &= \frac{1}{2\sqrt{E_i E_j}} \int_{-T}^T u_i \tau u_j \tau dt; \\ R_{ij} \tau &\leq \frac{1}{\sqrt{n_i n_j}}. \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Апроксимуємо цю функцію за допомогою функції Хевісайда [7, 8]

$$\Pi\left[\frac{t}{\tau_{in}} - (k \cdot Q_j - 1)\right] = H\left(\left[\frac{t}{\tau_{in}} - (k \cdot Q_j - 1) \cdot \tau_{in}\right] + \frac{\tau_{in}}{2}\right) - H\left(\left[\frac{t}{\tau_{in}} - (k \cdot Q_j - 1) \cdot \tau_{in}\right] - \frac{\tau_{in}}{2}\right); \quad (7)$$

$$\begin{aligned} &\Pi\left[\frac{t}{\tau_{in}} - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1\right)\right] = \\ &= H\left(\left[\frac{t}{\tau_{in}} - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1\right) \cdot \tau_{in}\right] + \frac{\tau_{in}}{2}\right) - \\ &- H\left(\left[\frac{t}{\tau_{in}} - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1\right) \cdot \tau_{in}\right] - \frac{\tau_{in}}{2}\right). \end{aligned} \quad (8)$$

Аналітична форма апроксимації функції Хевісайда має вигляд [8]

$$H(x) \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \text{th}(kx) = \frac{1}{1 + e^{-2kx}}. \quad (9)$$

Перетворимо прямокутну функцію, використовуючи вирази (8) та (9). Тоді її можна записати наступним чином [8]

$$\begin{aligned} \Pi\left[\frac{t}{\tau_{in}} - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1\right)\right] &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \text{th}\left(\left[\frac{t}{\tau_{in}} - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1\right) \cdot \tau_{in}\right] - \frac{\tau_{in}}{2}\right) + \\ &+ \frac{\tau_{in}}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \text{th}\left(\left[\frac{t}{\tau_{in}} - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1\right) \cdot \tau_{in}\right] + \frac{\tau_{in}}{2}\right); \\ \Pi\left[\frac{t}{\tau_{in}} - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1\right)\right] &= \\ &= \frac{1}{2} \cdot \text{th}\left(\left[\frac{t}{\tau_{in}} - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1\right) \cdot \tau_{in}\right] + \frac{\tau_{in}}{2}\right) - \\ &- \text{th}\left(\left[\frac{t}{\tau_{in}} - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1\right) \cdot \tau_{in}\right] - \frac{\tau_{in}}{2}\right), \end{aligned} \quad (10)$$

або у експоненціальній формі [8]

$$\begin{aligned} &\Pi\left[\frac{t}{\tau_{in}} - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1\right)\right] = \\ &= \frac{1}{1 + e^{-2k\left(\left[\frac{t}{\tau_{in}} - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1\right) \cdot \tau_{in}\right] + \frac{\tau_{in}}{2}\right)}} - \frac{1}{1 + e^{-2k\left(\left[\frac{t}{\tau_{in}} - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1\right) \cdot \tau_{in}\right] - \frac{\tau_{in}}{2}\right)}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Підставимо отримане значення прямокутної функції у вираз, що описує послідовність коротких відеоімпульсів u_j :

$$u_i = \sum_{i=1}^{n_i} \Pi \left[\frac{t}{\tau_{и}} - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1 \right) \right] = \sum_{j=1}^{n_j} \frac{1}{2} \text{th} \left(\left[t - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1 \right) \cdot \tau_{и} \right] + \frac{\tau_{и}}{2} \right) - \text{th} \left(\left[t - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1 \right) \cdot \tau_{и} \right] - \frac{\tau_{и}}{2} \right), \quad (12)$$

або

$$u_i = \sum_{i=1}^{n_i} \Pi \left[\frac{t}{\tau_{и}} - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1 \right) \right] = \sum_{j=1}^{n_j} \frac{1}{1 + e^{-2k \left(\left[t - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1 \right) \cdot \tau_{и} \right] + \frac{\tau_{и}}{2} \right)}} - \frac{1}{1 + e^{-2k \left(\left[t - \left(k \cdot \frac{n_j}{n_i} \cdot T_i - 1 \right) \cdot \tau_{и} \right] - \frac{\tau_{и}}{2} \right)}}. \quad (13)$$

У i -й та j -й послідовностях максимальне значення приймається рівним одиниці, а мінімальне нулю, і при цьому у виразах (12), (13) $U_k=1$ у певний момент часу для кожної послідовності імпульсів.

З іншої сторони необхідно забезпечити дотримання умови (5). Для чого зіставимо (5) і (3):

$$\frac{1}{2\sqrt{E_i E_j}} \int_{-T}^T u_i(t) u_j(t - \tau) dt \leq \frac{1}{\sqrt{n_i n_j}}.$$

Підставляючи вирази (12) або (13) у (3) можна остаточно визначити період проходження коротких відеоімпульсів у послідовностях T . В результаті інтегрування з використанням модуля символьних перетворень MathCad, було отримано результуюче значення періоду проходження коротких відеоімпульсів у послідовностях з покращеними взаємкореляційними властивостями у j -й послідовності:

$$T_j = \frac{T_i n_i}{n_j} = \frac{n_i \tau_{и} Q_i}{T}, \quad (14)$$

де T – тривалість послідовностей ансамблю;

n_i – кількість елементів у послідовності $i=1 \dots L, (n_i \neq n_j, i \neq j)$;

$$Q_{\max} = \frac{T}{\tau_{и} \cdot n_{\min}}, \text{ де } Q_{\max} - \text{шпаруватість імпульсів у послідовності з мінімальною кількістю елементів } n_{\min} [1, 3].$$

Таким чином, було розроблено математичний апарат формування ансамблів кодових послідовностей з малою енергетичною взаємодією, що дозволяє синтезувати послідовності коротких відеоімпульсів.

В основі методу лежить вираз (14), що дає можливість визначити період проходження імпульсів у кожній послідовності синтезованого ансамблю. Всі послідовності з таких ансамблів мають низький рівень внутрішньосистемних завад, що визначається значеннями максимальних викидів бічних пелюстків взаємкореляційних функцій сигналів, що взаємодіють [2].

Працездатність виразу ілюструється прикладом, в якому використано чотири послідовності $s_1(t), s_2(t), s_3(t), s_4(t)$ з кількістю елементів $n_1=19, n_2=20, n_3=21, n_4=23$, тривалості сигналів $T \approx 230$ мкс, тривалостями імпульсів $\tau_{и} = 10$ нс. Періоди проходження імпульсів в кожній послідовності були вибрані відповідно: $T_1=12.2$ мкс, $T_2=11.5$ мкс, $T_3=10.94$ мкс і $T_4=10$ мкс. Вигляд послідовностей $s_1(t)$ і $s_2(t)$ представлений на рисунку 2.

Задавши рівні значення амплітуди імпульсів, визначимо енергію кожної послідовності

$$E_i = n_i \cdot U_i^2 \cdot \tau_{и}, \quad (15)$$

де n_i – кількість імпульсів в i -й послідовності;

τ – тривалість імпульсу.

Вочевидь, енергії сигналів розрізняються, унаслідок неоднакової кількості імпульсів в кожній послідовності. Оскільки послідовності мають різні енергії, то, для оцінки ФВК по виразу (3) їх необхідно нормувати [2]

$$s_{i\text{норм}}(t) = \frac{s_i(t)}{\sqrt{E_i}}. \quad (16)$$

Максимальні значення функцій взаємної кореляції послідовностей, розраховані по формулі (3), із врахуванням виразу (14) представлено в табл. 1.

Таблиця 1

Максимальні значення ВКФ

	$s_1(t)$	$s_2(t)$	$s_3(t)$	$s_4(t)$
$s_1(t)$	1	0,0513	0,0501	0,0488
$s_2(t)$	0,0513	1	0,0478	0,0466
$s_3(t)$	0,0501	0,0478	1	0,0455
$s_4(t)$	0,0488	0,0466	0,0455	1

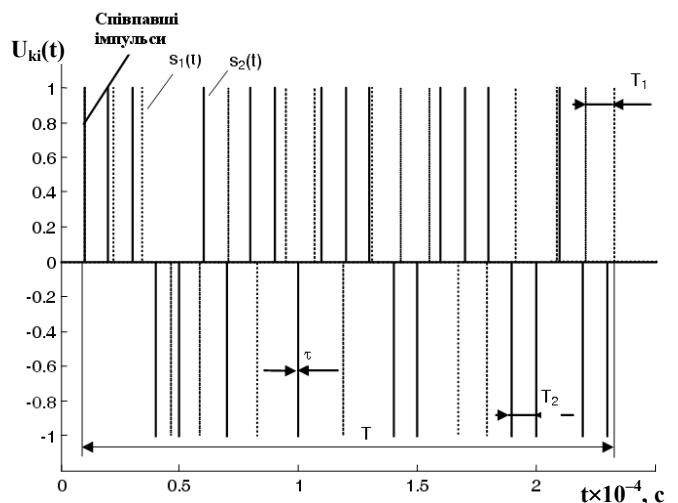


Рис. 3. Вигляд послідовностей $s_1(t)$ і $s_2(t)$ залежності від кількості елементів

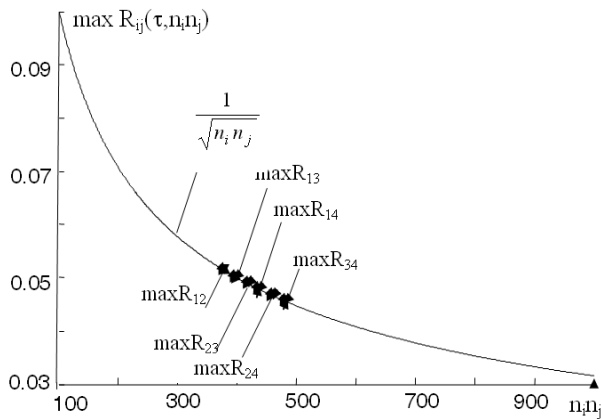


Рис. 4. Зміна коефіцієнта взаємної кореляції послідовностей в залежності від кількості елементів

На рис. 4 співставляються результати розрахунків максимумів ВКФ для синтезованих послідовностей з малим рівнем взаємної кореляції з умовою мінімальної подоби (5). Очевидно, що отримані послідовності забезпечують виконання умови мінімальної подоби.

Висновки

Використання запропонованого методу формування послідовностей з покращеними взаємнокореляційними властивостями дозволяє мінімізувати взаємодію між сигналами в часовій області, і, як наслідок, істотно зменшити рівень внутрішньосистемних завад. Запропонований математичний апарат дозволяє спростити формування ансамблів послідовностей із коротких відеоімпульсів з покращеними взаємнокореляційними властивостями. Випромінювання й прийом коротких відеоімпульсів є окремим науковим завданням [8], що у даній статті не розглядалася. У той же час, є підстава вважати, що

використання синхронної перестановки часових інтервалів у послідовностях послідовностей з покращеними взаємнокореляційними властивостями за певних умов незначно погіршить взаємні кореляційні властивості сигналів, однак значно підвищить об'єм ансамблів сигналів, що забезпечить можливість їхнього використання в існуючих системах радіозв'язку. Результати таких досліджень передбачається опублікувати в наступних статтях.

Список літератури

1. Лысечко В.П. Метод борьбы с внутрисистемными радиопомехами / В.П. Лысечко, В.Н. Харченко // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ, 2004. – Вып. 2. – С. 232-237.
2. Лысечко В.П. Метод определения параметров сложных сигналов / В.П. Лысечко // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ, 2004. – Вып. 7. – С. 131-136.
3. Помехозащищенность радиосистем со сложными сигналами / под ред. Г.И. Тузова. – М.: Радио и связь, 1985. – 284 с.
4. Оганов Т.А. Помехоустойчивость инвариантного приема импульсных сигналов / Т.А. Оганов. – М.: Радио и связь, 1984. – 176 с.
5. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Л.Е. Варакин. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.
6. Бернард Скляр. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. – М. Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
7. Болотовский Б.М. Оливер Хевисайд / Б.М. Болотовский. – М. Наука, 1985. – 240 с.
8. Glover, I.; Grant, P. (2004). *Digital Communications* (2nd ed.). Pearson Education Ltd.

Надійшла до редколегії 6.11.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.О. Кузнецов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРИОДОВ СЛЕДОВАНИЯ КОРОТКИХ ВИДЕОИМПУЛЬСОВ В КОДОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ НА ОСНОВЕ АППРОКСИМАЦИИ ФУНКЦИИ ХЕВИСАЙДА

Ю.Г. Степаненко, С.И. Приходько, В.П. Лысечко

В статье решается задача определения периодов следования коротких видеоимпульсов в последовательностях видеоимпульсов с улучшенными взаимокорреляционными свойствами с использованием прямоугольной функции, функции Хевисайда и их свойств. Использование предложенного метода формирования последовательностей позволяет минимизировать взаимодействие между сигналами во временной области, и, как следствие, существенным образом уменьшить уровень внутрисистемных помех. Предложенный математический аппарат раздает возможность упростить процесс формирования ансамблей последовательностей коротких видеоимпульсов с улучшенными взаимокорреляционными свойствами.

Ключевые слова: видеоимпульс, прямоугольная функция, функция Хевисайда, внутрисистемная помеха.

THE METHOD OF PERIODS DEFINITION FOLLOWING OF SHORT VIDEO IMPULSES IN CODE SEQUENCES ON THE BASIS OF APPROXIMATION OF HEAVISIDE FUNCTION

J.G. Stepanenko, S.I. Prihodko, V.P. Lysechko

In article the problem of definition of the periods following of short video impulses in sequences of video impulses with improved cross correlation properties with use of rectangular function, Heaviside function and their properties dares. Use of the offered method of formation of sequences allows to minimise interaction between signals in time area, and, as consequence, essentially to reduce level of intersystem hindrances. The offered mathematical apparatus distributes possibility to simplify process of formation of ensembles of sequences of short video impulses with improved cross correlation properties.

Keywords: a video impulse, rectangular function, Heaviside function, an intersystem hindrance.