

**ОПЕРАТИВНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОМАХА  
ПРИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОМ ТРАЕКТОРНОМ УПРАВЛЕНИИ  
АЭРОБАЛЛИСТИЧЕСКИМ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ  
В УСЛОВИЯХ ЦЕЛЕВОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ**

к.т.н. А.А. Журавлёв  
(представил д.т.н., проф. О.Н. Фоменко)

*Рассматривается методика прогнозирования промаха в реальном масштабе времени полета аэробаллистического летательного аппарата (АБ ЛА) на основе разбиения универсального пространства состояний на локальные подобласти с «размытыми» границами, определении принадлежности текущего участка траектории локальной подобласти и аппроксимации соответствующих участков траектории аналитическими выражениями.*

**Постановка проблемы.** При интеллектуальном траекторном управлении на борту многоцелевого АБ ЛА в масштабе реального времени полета необходимо оптимизировать стратегию управления при неопределенностях текущих условий и пространственно-временной целевой обстановки. Это обеспечивается бортовой и внешними информационно-вычислительными системами, формирующими текущую информацию о целях и об условиях полета в приземном аэрокосмическом пространстве.

На этапах полета, когда отсутствует информационно-энергетический контакт АБ ЛА с целью, выход в заданную область приземного пространства с требуемой точностью обеспечивается автономным наведением по информации от бортовой инерциально-спутниковой навигационной системы. Заданную точность канала автономного наведения АБ ЛА возможно достичь на основе специального введения в процесс наведения отрицательной обратной связи по текущему прогнозируемому промаху. Прогнозируемый промах вычисляется в бортовой цифровой управляющей вычислительной системе (БЦУВС) путем многократного решения задачи прогноза траектории с использованием оценок значений текущих кинематических параметров и априорной информации о местонахождении цели.

Возникает противоречие между требованием обеспечить заданную точность достижения цели при априорной неопределенности условий полета и ограниченным бортовым ресурсом времени формирования сигналов траекторного управления для скоротечного автономного наведе-

ния высокоскоростного АБ ЛА на цель в аэрокосмическом пространстве.

**Анализ литературы.** Вычисление прогнозируемого промаха  $\Delta r_{\Pi}^*$  на основе интегрирования в БЦУ ВС с увеличенным шагом в ускоренном масштабе времени [1] системы дифуравнений, описывающих движения центра масс АБ ЛА в аэрогравитационном поле Земли, занимает время  $t_B$  вычислений, соизмеримое с тактом  $T_1$  формирования сигналов траекторного управления. Поэтому этот подход неприемлем для скоротечного автономного наведения высокоскоростного АБ ЛА. Используемые при баллистических расчетах методики [2, 3], основанные на описании траектории неуправляемого движения материальной точки в центральном (или плоскопараллельном) гравитационном поле Земли эллиптической (или параболической) зависимостью, не учитывают априорную неопределенность влияния атмосферы и траекторного управления, и поэтому приводят к значительным методическим погрешностям прогноза и непригодны для бортовых алгоритмов.

**Цель статьи.** Изложить методику многократного периодического прогнозирования промаха в БЦУ ВС на основе аналитических выражений, обеспечивающих допустимые методическую погрешность прогноза и время проведения вычислений.

**Основная часть.** Для универсализации моделей движения АБ ЛА в различных системах координат вводится вектор  $\mathbf{q}(t')$  обобщенных координат  $q_i$ :

$$\mathbf{q}(t') = (q_1(t'), \dots, q_6(t')); \quad t' = t - t_l; \quad l = 1, 2, \dots, s,$$

где  $t$  – текущее время полета, отсчитываемое от момента старта  $t_0$ ;  $t_l$  – момент мгновенного перехода в  $\mathbf{q}(t')$  систему координат.

При описании движения центра масс АБ ЛА обобщенным координатам  $q_i$  присваиваются кинематические параметры движения материальной точки в стартовой системе координат (ССК)  $\mathbf{X} = \{O; X, Y, Z\}$

$$\{q_1(t) := x(t); q_2(t) := y(t); q_3(t) := z(t); q_4(t) := V(t); q_5(t) := \theta(t); q_6(t) := \Psi(t)\},$$

где  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  – декартовы координаты ССК;  $V(t)$  – модуль вектора скорости;  $\theta(t)$  – угол наклона вектора скорости и  $\Psi(t)$  – угол курса.

Движение многоцелевого АБ ЛА описывается векторными дифференциальными уравнениями с непрерывным и дискретным временем

$$d\mathbf{q}(t) / dt = \mathbf{f}(\mathbf{q}(t), \mathbf{u}(t_n), \mathbf{k}_x, \mathbf{k}_e, \xi(t), t, t_n); \quad (1)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}(t) \in \Omega_{\mathbf{q}} \subset \Omega_{\mathbf{q}}; \mathbf{u} = \mathbf{u}(t) \in \Omega_{\mathbf{u}} \subset \Omega_{\mathbf{u}}; \mathbf{k}_x \in \Omega_{\mathbf{k}_x}; \mathbf{k}_e \in \Omega_{\mathbf{k}_e}; \xi = \xi(t) \in \Omega_{\xi} \subset \Omega_{\xi};$$

$$\mathbf{q}(t_0) = \mathbf{q}_0; \quad t \in [t_0, t_K]; \quad t_n - t_{n-1} = T; \quad n = 1, 2, \dots,$$

где  $\mathbf{q}(t)$  – вектор состояния размерности  $\dim(\mathbf{q}) = n_q$ ;  $\mathbf{f}$  – нелинейная вектор функция;  $t_K$  – заранее нефиксированный момент окончания полета;  $t_n$  – дискретное время;  $T$  – такт выдачи управляющих сигналов;  $\mathbf{u}(t)$  – вектор управлений размерности  $\dim(\mathbf{u}) = n_u$ ;  $\mathbf{k}_x$  – вектор конструктивных параметров объекта размерности  $\dim(\mathbf{k}_x) = n_{kx}$ ;  $\mathbf{k}_e$  – вектор параметров моделей гео-

физических условий полета размерности  $\dim(\mathbf{k}_c) = n_{kc}$ ;  $\xi(t)$  – вектор случайных процессов;  $\Omega_{q^*}, \Omega_{U^*}, \Omega_{\xi^*}$  – эксплуатационные области состояний, управлений и возмущений;  $\Omega_q, \Omega_U, \Omega_{\xi}$  – области состояний, управлений и возмущений;  $\Omega_k, \Omega_c$  – область вектора параметров объекта и геофизических условий.

Наблюдаемый процесс  $\mathbf{z}(t)$  является результатом нелинейного преобразования  $\mathbf{q}(t)$  при шуме  $\eta(t)$ :

$$\mathbf{z}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{h}(\mathbf{q}(t), \mathbf{u}(t_n), \mathbf{k}_z, \eta(t), t); \quad (2)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}(\mathbf{q}, t) \in \Omega_{Z^*} \subset \Omega_Z; \quad \mathbf{k}_z \in \Omega_k; \quad \eta = \eta(t) \in \Omega_{\eta^*} \subset \Omega_{\eta},$$

где  $\mathbf{h}$  – известная функция указанных аргументов;  $\mathbf{k}_z$  – вектор конструктивных параметров наблюдателя размерности  $\dim(\mathbf{k}_z) = n_{kz}$ ;  $\eta(t)$  – случайная функция с известными статистическими характеристиками;  $\Omega_{Z^*}, \Omega_{\eta^*}$  – эксплуатационные области наблюдений и возмущений;  $\Omega_Z, \Omega_{\eta}$  – области наблюдений и возмущений.

Граничные условия на правом конце траектории определяются как

$$S_K(\mathbf{q}(t_K), \mathbf{k}_S, t) = 0, \quad (3)$$

где  $\mathbf{k}_S$  – вектор параметров, доставляющих семейству траекторий требуемые свойства.

В течение такта  $T$  формирования управляющего сигнала в БЦУВС на основе проведения серии текущих измерений, занимающих интервал времени  $\Delta t_{из}$ , получают множества дискретных значений наблюдателя, (сигналы измерителей квантуются в дискретные моменты времени  $[nT_1]$  с номером  $n$ ):  $\mathbf{z}^n[nT_1] \in \Omega_{Z^*} \subset \Omega_Z$ ;  $\mathbf{u}^n[nT_1] \in \Omega_{U^*} \subset \Omega_U$ ;  $n = 1, 2, \dots, N$ ;  $NT_1 \leq \Delta t_{из} < T$ , (4) где  $T_1$  – такт квантования по времени наблюдаемых процессов;  $N$  – количество моментов квантования по времени. Управление  $\mathbf{u}(t_n)$  считается точно измеряемым процессом.

Учитывая, что функции  $\mathbf{f}$  и  $\mathbf{h}$  известны с точностью до вектора параметров  $\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_c, \mathbf{k}_z$  и мгновенных значений случайных функций  $\xi(t)$  и  $\eta(t)$ , осуществляется идентификация в классе моделей

$$d\mathbf{q}^*/dt = \mathbf{f}(\mathbf{q}^*, \mathbf{u}, \mathbf{k}_x^*, \mathbf{k}_c^*, t, \xi^*); \quad \mathbf{z}^* = \mathbf{h}(\mathbf{q}^*, \mathbf{u}, \mathbf{k}_z^*, t, \eta^*). \quad (5)$$

На основе множеств (4), полученных путем измерений, определяется значение вектора параметров  $\mathbf{k}_x^*$  в (5), при котором норма разности  $\Delta \mathbf{k}_x = |\mathbf{k}_x^* - \mathbf{k}_x| \leq \delta_k$  обеспечивает достаточную величину нормы разности  $|\mathbf{z}^*(t) - \mathbf{z}(t)| \leq \delta_z$  для всех реализаций из функциональных пространств  $\Omega_{q^*}, \Omega_{U^*}, \Omega_{\xi^*}$ . Цель управления задается функционалом в форме

$$I_0 = V_T(\mathbf{q}, t_K) + \int_{t_0}^{t_K} Q(\mathbf{q}, \mathbf{u}, t) dt, \quad (6)$$

где  $V_T(\mathbf{q}, t_2)$  – терминальная и  $Q(\mathbf{q}, \mathbf{u}, t)$  – текущая целевые функции.

Управление будет оптимальным, если оно минимизирует величину

функционала (6) при наличии ограничений на управления и вектор состояния. Формирование оптимальных управлений производится в реальном масштабе времени на основе измерений  $\mathbf{z}(\mathbf{x}, t)$ . Задается желаемая пространственная траектория (в виде линии пересечения двух поверхностей), удовлетворяющая начальным и заданным граничным условиям:

$$F(q_1, q_2, q_3, \boldsymbol{\lambda}(t_0)) = 0; \quad G(q_1, q_2, q_3, \boldsymbol{\lambda}(t_0)) = 0,$$

где  $\boldsymbol{\lambda}(t_0)$  – вектор параметров модели программной траектории, обеспечивающий желаемые динамические свойства АБ ЛА в процессе оптимизации.

Определяется вектор требуемого действительного ускорения  $\mathbf{a}^*(t)$ , обеспечивающий невозмущенный полет АБ ЛА по желаемой траектории

$$\mathbf{a}^*(t) = f(q_1^*(t), q_2^*(t), q_3^*(t), \boldsymbol{\lambda}(t_0), t).$$

Вводится понятие  $\delta_q$  – окрестность желаемой траектории, при которой норма разности  $\Delta \mathbf{q}(t) = |\mathbf{q}^*(t) - \mathbf{q}(t)| \leq \delta_q$  обеспечивает достаточную величину нормы разности  $|\mathbf{V}_{T \text{ доп}} - \mathbf{V}_T^*(\mathbf{q}, t_k)| \leq \delta_{VT}$  для всех реализаций из функциональных пространств  $\Omega_{q_3}, \Omega_{U_3}, \Omega_{\xi_3}$ , где  $\mathbf{V}_{T \text{ доп}}$ ,  $\mathbf{V}_T^*(\mathbf{q}, t_k)$  – допустимое и прогнозируемое значения терминальной функции соответственно.

Затем определяется управление  $\mathbf{u}(t_n)$ , обеспечивающее близость векторов действующего  $\mathbf{a}(t_n)$  и требуемого  $\mathbf{a}^*(t_n)$  действительных ускорений

$$\mathbf{u}(t_n) = \begin{cases} U(\mathbf{a}^*(\boldsymbol{\lambda}(t_0), t_n), \mathbf{a}(t_n), t_n); & \Delta \mathbf{q}(t) \leq \delta_q; \mathbf{u}(t_n) \in \Omega_{U_3}; \\ U(\mathbf{a}^*(\boldsymbol{\lambda}(t_1), t_n), \mathbf{a}(t_n), t_n); & \Delta \mathbf{q}(t) > \delta_q; \mathbf{u}(t_n) \notin \Omega_{U_3}. \end{cases} \quad (7)$$

Если текущие внешние возмущения  $\xi(t)$  приводят к значительному отклонению  $\Delta \mathbf{q}(t) > \delta_q$  текущей траектории от желаемой, и для возвращения в  $\delta_q$ -окрестность желаемой траектории требуется управление, выходящее за ограничения  $\mathbf{u}(t_n) \notin \Omega_{U_3}$ , то проводится определение новой желаемой траектории, определяемой параметрами  $\boldsymbol{\lambda}(t_1)$ , и соответствующего новой желаемой траектории вектора  $\mathbf{a}^*(\boldsymbol{\lambda}(t_1), t_n)$  требуемого ускорения.

Для определения величины  $\delta_q$ -окрестности желаемой траектории необходимо в реальном масштабе времени прогнозировать значение  $\mathbf{V}_T^*(\mathbf{q}, t_k)$ .

Физическое пространство универсального пространства состояний  $\Pi$ , в котором располагаются возможные аэробаллистические траектории различного целевого назначения многоцелевого АБ ЛА, квантуется на локальные физические подобласти [5]  $\Pi_{ij}$ ;  $i = 1, \dots, I$ ;  $j = 0, 1, \dots, J$  по диапазонам дальности и высоты с «размытыми» границами.

В зависимости от возможного значения  $q_{4k}$  модуля вектора скорости центра масс АБ ЛА, в конце активного участка траектории при полете на заданную дальность  $L_{Ц} \in [0, L_{\max}]$ , диапазон максимальной дальности полета АБ ЛА дополнительно квантуется на  $I$  поддиапазонов с «размытыми» границами:

$$L_i = L_{Ц} \text{ при } C_{q4 i} - \delta q_4 \leq q_{4k} / q_{4k \min}^{L_{Ц}} < C_{q4 i} + \delta q_4; \quad (8) \\ i = 1, \dots, I; \quad C_{q4 i} > 0; \quad \delta q_4 > 0; \quad C_{q4 i} > \delta q_4,$$

где  $q_{4k \min}^{L_{ц}}$  – значение модуля вектора скорости центра масс АБ ЛА в конце активного участка траектории (при оптимальном угле бросания), которое минимально необходимо для полета по баллистической траектории на заданную дальность до цели  $L_{ц}$ ;  $C_{q4}$ ,  $\delta q_4$  – заданные числа.

«Размытость» границ поддиапазонов по дальности обусловлена неопределенностью будущих (в процессе модернизации) конструкторских решений и технических возможностей по использованию избытка кинетической энергии для повышения качества достижения цели управления.

В зависимости от соотношения между прогнозируемыми значениями модулей сил  $|\bar{X}_a(M, \alpha, \beta)|$  лобового сопротивления и  $|\bar{G}(h)|$  Земного притяжения, которые будут действовать на АБ ЛА в полете с выключенным двигателем, физическое пространство квантуется на  $J$  поддиапазонов высот с «размытыми» границами

$$H_j = h(t), \quad \text{при } C_{hj} - \delta_h \leq |\bar{X}_a(M, \alpha, \beta)| / |\bar{G}(h)| \leq C_{hj} + \delta_h; \quad (9)$$

$$C_{hj} > 0; \quad \delta_h > 0; \quad C_{hj} > \delta_h; \quad j = 0, 1, \dots, J,$$

где  $C_{hj}$  – заданные числа; количество диапазонов высот  $J$  выбирается из допустимой методической погрешности прогнозирования траектории.

«Размытость» границ по высотам  $H_j$  между локальными подобластями  $\Pi_{ij}$  обусловлена априорной неопределенностью состояния воздуха на высотах  $H_j$ , от чего будет зависеть текущее значение силы лобового сопротивления.

Дополнительно в универсальном пространстве состояний  $\Pi$  выделяются характерные участки движения АБ ЛА по специальным признакам.

1. В зависимости от характера зависимости коэффициента  $c_{x0}(M)$  силы лобового сопротивления от числа Маха  $M$ , выделяются участки траектории (с «размытыми» границами), на которых: 1)  $\partial c_{x0} / \partial M \approx 0$ ; 2)  $\partial c_{x0} / \partial M > 0$ ; 3)  $\partial c_{x0} / \partial M < 0$ . «Размытость» границ между введенными участками обусловлена неопределенностью параметров зависимости  $c_{x0}(M)$ , которые оцениваются на основе аэродинамических расчетов, продувкой в аэродинамических трубах и после летно-конструкторских испытаний.

2. В зависимости от режима функционирования двигателя АБ ЛА выделяются участки полета 1) с работающим двигателем, создающим силу тяги  $P(h, t)$  и 2) с выключенным двигателем,  $P(h, t) = 0$ . Для АБ ЛА, снабженного твердотопливным двигателем, выключающимся после выгорания топлива, временная граница между активным участком и участком полета с выключенным двигателем является также «размытой». Это обусловлено неопределенностью процесса горения топлива в камере сгорания двигателя.

3. В зависимости от физического состояния АБ ЛА выделяются участки полета 1) в штатном режиме; 2) в аварийном режиме, вызван-

ным естественными причинами или организованным противодействием.

Граница между этими состояниями также является «размытой», особенно при целенаправленном воздействии на бортовую систему управления АБ ЛА имитационных помех. Это связано с неопределенностью момента начала и механизма воздействия имитационной помехи.

При оперативных траекторных прогнозах в БЦУВС внутри локальной подобласти  $\Pi_{ij}$  полагается, что параметры  $g_{cj}$ ,  $\rho_{cj}$ , описывающие локальное аэрогравитационное поле, принимают постоянные значения и вычисляются по выражениям:

$$\rho_{cj} = C_p [ \exp(-\beta H_j) - \exp(-\beta H_{j+1}) ] / (H_{j+1} - H_j);$$

$$C_p = \rho_0 / \beta; \quad \rho_{c3} = 0; \quad g_{cj} = g_0 / (1 + H_j/R)(1 + H_{j+1}/R).$$

Рассматривается класс многоцелевых АБ ЛА, у которого максимальная дальность баллистической траектории ограничена несколькими сотнями километров, а короткий активный участок траектории заканчивается в плотных слоях атмосферы и располагается в локальной подобласти  $\Pi_{11}$ . Траектории различного целевого назначения и возможное квантование физического пространства на подобласти представлены на рис. 1.

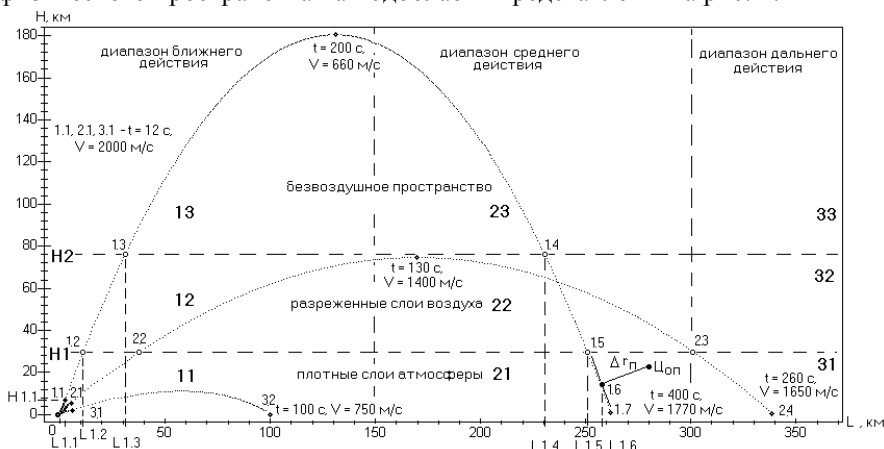


Рис. 1. Универсальное пространство возможных аэробаллистических траекторий АБ ЛА различного целевого назначения: 1) траектория минимального рассеивания; 2) максимальной дальности; 3) минимального времени полета к цели

Пересечение «размытой» условной границы между двумя соседними подобластями  $\Pi_{ij}$  и  $\Pi_{i(j+1)}$  на борту АБ ЛА может определяться по изменению величины силы лобового сопротивления. Так как непосредственно значение силы лобового сопротивления в полете измерить не удастся, то в качестве показателя используется модуль вектора кажущегося ускорения  $\dot{W}$ , который может быть вычислен по результатам изме-

рений бортовых ньютонеров.

Интеллектуализация тракторного управления связана с обеспечением возможности по текущей информации на борту АБ ЛА в реальном масштабе времени полета распознавать текущую локальную подобласть универсального пространства состояний и формировать оптимальное управление в конкретных условиях для достижения конкретной цели.

В информационно-вычислительном канале БИНС вычисляется значение показателя  $\Lambda_W(\dot{W}_n)$ , определяющего факт пересечения «размытой» границы и принадлежность движения АБ ЛА с выключенным двигателем локальной подобласти  $\Pi_{ij}$  пространства  $\Pi$

$$\Lambda_W(\dot{W}_n) = \begin{cases} 1, & \dot{W}_n \in [\delta_{Wk}, \delta_{Wk+1}] \\ 0, & \dot{W}_n \notin [\delta_{Wk}, \delta_{Wk+1}] \end{cases} \quad k = 1, 2, 3, 4, 5, \quad (10)$$

где  $\dot{W}_n$  – дискретное значение модуля вектора кажущегося ускорения, вычисляется в дискретный момент  $t_n$  на основе измеренных ньютонеров значений составляющих вектора кажущегося ускорения;  $\delta_{Wk}$  – заданное значение порогового уровня;  $k$  – номер участка траектории АБ ЛА. Вводится критерий  $P_k$  принадлежности текущего участка  $k$  траектории локальной подобласти  $\Pi_{ij}$ :

$$P_k = \begin{cases} 0, & N_\Lambda \leq N_\Lambda^* \\ 1, & N_\Lambda > N_\Lambda^* \end{cases}; \quad N_\Lambda := \begin{cases} 0, & \Lambda_W(\dot{W}_n) = 0; \\ N_\Lambda + 1, & \Lambda_W(\dot{W}_n) = 1, \end{cases} \quad (11)$$

где  $N_\Lambda$  – счетчик;  $N_\Lambda^*$  – заданное число. Переполнение счетчика  $N_\Lambda$  и момент формирования признака  $P_k = 1$ , сигнализирует о том, что материальная точка в процессе тракторного движения пересекла «размытую» условную границу очередной подобласти.

Прогноз траектории управляемого полета АБ ЛА с выключенным двигателем осуществляется в течение  $k$  итераций, а прогнозируемая траектория дополнительно разбивается на  $k$  участков.

На каждом интервале прогнозируемая траектория управляемого полета описывается полиномом третьей степени. Коэффициенты полинома полностью определяются кинематическими параметрами движения  $q_i$ , складывающимися на левой границе интервала, и параметрами  $g_{cj}$ ,  $\rho_{cj}$  локального аэрогравитационного поля соответствующей локальной подобласти  $\Pi_{ij}$ . Это позволяет по аналитическим соотношениям оценить значения кинематических параметров движения, которые сформируются на правой границе интервала, и оценить время движения на этом интервале. Конечные кинематические параметры полета предыдущего интервала являются начальными условиями для следующего интервала (условие

непрерывности траектории).

После момента  $\sigma_k$  выключения двигателя, в некоторый дискретный момент времени  $t_n > \sigma_k$  осуществляется прогнозирование текущего промаха  $\Delta r_n^*$  относительно точки  $\Pi (x_{ц}, y_{ц}, z_{ц})$  с заданными координатами в пространстве. Применяются гипотезы, что дальнейшее управляемое движение АБ ЛА на интервале времени  $t \in [t_n, t_k]$  будет происходить: 1) с выключенным двигателем  $P(h, t) = 0$ ; 2) в вертикальной плоскости, проходящей через вектор скорости  $\bar{V}(t_n)$  центра масс АБ ЛА; 3) в невозмущенной атмосфере сферической Земли; 4) с нулевыми значениями углов атаки  $\alpha(t) = 0$  и скольжения  $\beta(t) = 0$ . Эти гипотезы позволяют применить для прогнозирования итерационную процедуру на основе матмодели аэробаллистической траектории, представленной в [4]:

$$\begin{aligned} q_{2k}^* &= d_{k3} (q_{1k})^3 + d_{k2} (q_{1k})^2 + d_{k1} q_{1k} + d_{k0}; & (12) \\ d_{k0} &= q_{20k}^*; & d_{k1} &= \text{tg } q_{50k}^*; & d_{k2} &= -g_{cj} / [2(q_{40k}^*)^2 \cos^2 q_{50k}^*]; \\ d_{k3} &= 2 d_{k2} b_k / 3; & b_k &= \rho_{cj} S_M c_k / m; & k &= 1, \dots, K; & K &= \{1, 3, 5\}, \end{aligned}$$

где  $k$  – номер последовательной итерации прогнозирования и соответствующий интервалу траектории;  $K$  – общее количество итераций; верхним индексом  $(^*)$  – обозначены прогнозируемые значения;  $S_M$  – площадь мишеля;  $c_k$  – коэффициент;  $m$  – масса АБ ЛА.

На первом шаге итерации  $k = 1$  кинематические параметры движения  $q_i$  АБ ЛА в момент  $t = \sigma_k$  принимаются в качестве начальных условий  $q_{ik0}^* = q_i(\sigma_k)$  для прогнозирования значений кинематических параметров движения  $q_{ik1}^*$  на правой границе  $k$ -го интервала прогнозируемой траектории. Прогнозируемое значение  $q_{ik1}^*$  в момент пересечения прогнозируемой траекторией условной границы  $q_{2k}^*(q_{1k}) = H_1$  (участки 1.1 – 1.2 и 2.1 – 2.2 на рис. 1), вычисляется как наименьший (из трех возможных) положительный корень кубического уравнения

$$d_{k3} (q_{1k})^3 + d_{k2} (q_{1k})^2 + d_{k1} q_{1k} + d_{k0} = H_j.$$

Если положительный корень отсутствует, это означает, что прогнозируемая траектория не пересекает условную границу  $H_1$ , (траектория 3.1 – 3.2 на рис. 1) и тогда значение  $q_{ik1}^*$  вычисляется как наименьший (из трех возможных) положительный корень кубического уравнения

$$d_{k3} (q_{1k})^3 + d_{k2} (q_{1k})^2 + d_{k1} q_{1k} + d_{k0} = 0.$$

Прогнозируемое значение координаты  $q_{1k}^*$  вычисляется по выражению

$$q_{1k}^* = q_{1k0}^* + q_{1k1}^*. \quad (13)$$

Прогнозируемые значения  $q_{5k1}^*$  угла наклона вектора скорости и  $q_{4k1}^*$  модуля вектора скорости на правой границе  $k$ -го интервала прогнозируемой траектории вычисляются по соответствующим соотношениям:



$$q_{5 k 1}^* = \operatorname{arctg}(F_k); \quad q_{4 k 1}^* = q_{40 k}^* \sqrt{\frac{(F_k)^2 + 1}{d_{k1}^2 + 1}} \exp\left(- (q_{1 k 1}^*) b_k \sqrt{d_{k1}^2 + 1}\right), \quad (14)$$

где  $F_k = 3 d_{k3} (q_{1 k 1}^*)^2 + 2 d_{k2} q_{1 k 1}^* + d_{k1}$ .

Прогнозируемое значение  $T_k^*$  времени движения АБ ЛА на  $k$ -м интервале прогнозируемой траектории оценивается по соотношению

$$T_k^* = \left[ 1 + 2f_k - \exp\left(- (q_{1 k 1}^*) b_k / f_k\right) \left( 1 + 2f_k + 2b_k (q_{1 k 1}^*) \right) \right] / b_k q_{4 k 0}^*, \quad (15)$$

где  $f_k = (F_k^2 + 1)^{-1/2}$ .

Полученные прогнозируемые значения  $q_{i k 1}^*$  ( $i = 1, 2, 4, 5$ ) правой границы  $k$ -го интервала прогнозируемой траектории являются начальными условиями для прогнозирования на следующей ( $k + 1$ )-й итерации для ( $k + 1$ )-го интервала прогноза траектории  $q_{i (k+1) 0}^* = q_{i k 1}^*$ ;  $q_{2 0 k+1}^* = H_j$ ;  $i = 1, 4, 5$ .

Итерационный процесс завершается, когда правая граница очередного интервала прогнозируемой траектории располагается на поверхности сферической Земли  $q_{2 k 1}^* = H_0$ .

После проведения  $K$  итераций, формируется сплайн функциональная прогнозируемая траектория, состоящая из  $K$  интервалов, в виде

$$q_2^*(q_1) = \sum_{k=1}^K \Lambda_k(q_1) \left( \sum_{n=0}^3 d_{kn} \Delta q_1^n \right); \quad \Lambda_k(q_1) = \begin{cases} 1, & q_1 \in [q_{1 k}^*; q_{1 k+1}^*]; \\ 0, & q_1 \notin [q_{1 k}^*; q_{1 k+1}^*]; \end{cases} \quad (16)$$

$$\Delta q_1 = q_1 - q_{1 k}^*; \quad q_{i 0}^* = q_i(\sigma_k); \quad K = 1, 3, 5.$$

Полное прогнозируемое время полета  $T^*$  вычисляется по выражению

$$T^* = \sum_{k=1}^K T_k^*. \quad (17)$$

Прогнозируемый промах  $\Delta r_n^*$  (рис. 2) вычисляется по выражению

$$\Delta r_n^* = [ (\Delta r_{xy n}^*)^2 + (z_n^*)^2 ]^{1/2}, \quad (18)$$

$$\Delta r_{xy n}^* = (x_{112} - x_n^*)^2 + (y_{112} - y_n^*)^2; \quad z_n^* = z(t_n) \cos^{-1} \Psi(t_n) + x_n^* \operatorname{tg} \Psi(t_n),$$

где  $x_{112}$ ,  $y_{112}$  – координаты точки 2 в мгновенной плоскости  $O_n X_n Y_n$ ;  $x(t_n)$ ,  $y(t_n)$ ,  $z(t_n)$  – координаты АБ ЛА в системе координат  $OXY$  в момент  $t_n$  начала проведения прогноза;  $\Psi(t_n)$  – угол курса;  $x_n^*$ ,  $y_n^*$  – прогнозируемые координаты точки 1 в  $O_n X_n Y_n$ .

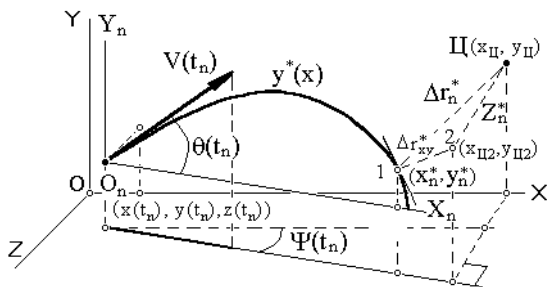


Рис. 2. Схема определения текущего прогнозируемого промаха

Ордината  $x_n^*$  вычисляется как минимальный из пяти возможных положительный корень полинома 5-й степени

$$a_5 (q_{1k})^5 + a_4 (q_{1k})^4 + a_3 (q_{1k})^3 + a_2 (q_{1k})^2 + a_1 q_{1k} + a_0 = 0, \quad (19)$$

$$a_5 = 3d_{k3}^2; \quad a_4 = 5d_{k2} d_{k3}; \quad a_3 = 2(2d_{k1} d_{k3} + d_{k2}^2); \quad a_2 = 3(d_{k1} d_{k2} - d_{k3} (d_{k0} + y_{on}));$$

$$a_1 = 2d_{k2} (d_{k0} - y_{on}) + d_{k1}^2 + 1; \quad a_0 = d_{k1} (d_{k0} - y_{on}) - x_{on};$$

абсцисса  $y_n^*$  вычисляется по выражению

$$y_n^* = d_{k3} (x_n^*)^3 + d_{k2} (x_n^*)^2 + d_{k1} x_n^* + d_{k0}.$$

Таким образом, при постоянных значениях  $S_M$  и  $m$  параметров, характеризующих материальную точку, прогнозируемый промах  $\Delta r_n^*$  и его составляющие  $\Delta r_{xy n}^*$  и  $z_n^*$  являются функциями от  $t_n$  текущего момента времени проведения прогноза, от обобщенных координат  $q_i(t_n)$ ,  $i = \overline{1, 6}$  АБ ЛА и координат  $x_{Ц}$ ,  $y_{Ц}$ ,  $z_{Ц}$  точки **Ц** в ССК; от параметров  $g_{cj}$ ,  $\rho_{cj}$  и  $c_k$ , характеризующих локальные области аэрогравитационного поля Земли

$$\Delta r_n^* = \Delta r_n^* [ t_n, q_i(t_n), g_{cj}, \rho_{cj}, x_{Ц}, y_{Ц}, z_{Ц} ].$$

**Выводы.** 1. Разбиение универсального пространства состояний **П** на множество локальных подобластей с «размытыми» границами позволяет вводить специальные системы координат и получать аналитические выражения для описания соответствующих участков траектории АБ ЛА, которые стыкуются на основе условия непрерывности траектории.

2. Текущее прогнозирование промаха относительно цели с известным местоположением при допустимой методической погрешности и вычислительных затратах осуществляется по итерационной модели (12) – (18).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Могилевский В.Д. Наведение баллистических летательных аппаратов. – М.: Машиностроение. – 1976. – 208 с.
2. Аппазов Р.Ф., Сытин О.Г. Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 440 с.
3. Лебедев А.А., Герасюта Н.Ф. Баллистика ракет. – М.: Машиностроение, 1970. – 244 с.
4. Фоменко О.Н., Журавлёв А.А. Аналитические модели траекторий аэробаллистических летательных аппаратов при универсализации терминального управления // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2003. – Вып. 4. – С. 157 – 165.
5. Фоменко О.Н. Исследование точности нелинейных систем автоматического управления со случайными параметрами // Техническая кибернетика. – М.: Изв. АН СССР. – 1967. – № 1. – С. 18 – 20.

Поступила 16.04.2004

**ЖУРАВЛЁВ Александр Александрович**, к.т.н., доцент, докторант ХВУ. В 1984 году окончил ХВВКИУ. Область научных интересов – методы и математические модели универса-

