

ВЛАСТИВОСТІ СИГНАЛІВ, ПОБУДОВАНИХ МЕТОДОМ МУЛЬТИПЛІКАТИВНОГО ОБ'ЄДНАННЯ ХАРАКТЕРИСТИЧНИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ

О.О. Івасюк

(подав д.ф.-м.н., проф. С.В. Смеляков)

У статті проводиться запис аналітичних виразів для розрахунку статистичних характеристик ПФАК, СПФК, ПФВК похідних послідовностей, отриманих методом мультиплікативного об'єднання характеристикних послідовностей. Представлена таблиця значень відповідних статистичних характеристик кореляційних функцій, які отримані за допомогою накопичування та обробки даних.

Постановка проблеми. На сьогоднішній день завдяки великим темпам розвитку обчислювальної техніки великого поширення у широкосмугових системах зв'язку (ШСЗ) набули похідні послідовності, які мають покращені ансамблеві і структурні властивості. Формування похідної кодової послідовності запропоновано проводити за наступним методом. Для визначеної розмірності простого поля Галуа $GF\{p\}$ формується ансамбль характеристикних послідовностей, які є неінверсними – ізоморфізмами, та на їх підставі, шляхом мультиплікативного об'єднання, відбувається формування похідних послідовностей. Проведемо розрахунок можливих значень для ПФАК, ПФВК, СПФК отриманих складних сигналів.

Аналіз літератури. До теперішнього часу у [1 – 3] проводилась оцінка значень ПФАК, ПФВК, СПФК похідних квазіортогональних послідовностей, які формувались за допомогою матриць Адамара. Метод, вперше запропонований, передбачає використання тільки характеристикних послідовностей.

Ціль статті. На підставі використання розроблених аналітичних виразів, а також комп'ютерних програм, провести розрахунок статистичних характеристик ПФВК, ПФАК, СПФК похідних псевдовипадкових послідовностей, які побудовані за допомогою методу мультиплікативного об'єднання характеристикних послідовностей.

Основний матеріал. Розрахунок статистичних характеристик кореляційних функцій почнемо з розгляду відповідних характеристик, послідовностей, що використовуються для побудови похідної системи сигналів, яку отримаємо за допомогою розробленого методу. Цей крок обумов-

лений тим, що значення ПФАК, ПФВК, СПФК, а також їхні характеристики залежать від властивостей задаючих і формуючих систем сигналів.

До характеристик віднесемо: значення максимального бокового піку – $U_{\text{бmax}}$; математичне очікування бокового піку – $M(R_w)$; дисперсія бокового піку – $D(R_w)$; середньоквадратичне відхилення – $D^{1/2}(R_w)$; значення коефіцієнту ексеса – γ .

Для методу, який розглядається

$$p-1 = 4x = L = \ell_2 = \ell_1, \quad (1)$$

де p – просте число; L – довжина послідовності.

У літературі [5], показано, що наведена характеристична послідовність має дворівневу ПФАК $R_g = (0; -4)$:

$$\begin{aligned} \text{якщо } \psi(\theta^M) = 1 \text{ і } \psi(\theta^M - 1) = 1, \text{ то } R_g(m) = 0; \\ \text{якщо } \psi(\theta^M) = 1 \text{ і } \psi(\theta^M - 1) = -1, \text{ то } R_g(m) = -4; \quad (2) \\ \text{якщо } \psi(\theta^M) = -1 \text{ і } \psi(\theta^M - 1) = 1, \text{ то } R_g(m) = 0; \\ \text{якщо } \psi(\theta^M) = -1 \text{ і } \psi(\theta^M - 1) = -1, \text{ то } R_g(m) = 0. \end{aligned}$$

Аналізуючи даний вираз можна зробити такий висновок: значення ПФАК $R_g(m) = L$ з'являється за період $m = [1; L]$ один раз. Тому імовірність появи даного значення дорівнює

$$p_1 = \frac{1}{L}. \quad (3)$$

Значення ПФАК $R_g(m) = -4$ та $R_g(m) = 0$ з'являється відповідно до наведеного виразу (2) з наступною імовірністю

$$p_2 + p_3 = \frac{L-1}{L} \approx 1; \quad (4)$$

$$p_2 \approx \frac{L-1}{4L}, \text{ а } p_3 \approx \frac{3(L-1)}{4L}, \quad (5)$$

де p_2, p_3 – відповідно імовірність появи $R_g(m) = -4$ та $R_g(m) = 0$.

У такому випадку математичне очікування бокового піку буде дорівнювати

$$M(R_g) = R_{g1}p_1 + R_{g2}p_2 \cong -4 \frac{L}{4L} + L \frac{1}{L} \approx 0; \quad (6)$$

дисперсія бокового піку

$$D(R_g) = \sum_{i=1}^2 (R_{gi} - M(R_{gi}))^2 p_i = (-4)^2 \frac{L}{4L} + L^2 \frac{1}{L} = 16 \frac{L}{4L} + L = 4 + L; \quad (7)$$

середньоквадратичне відхилення

$$D^2(R_g) = \sqrt{4+L}. \quad (8)$$

Для досліджуваного випадку проведемо розрахунок вище наведених характеристик ПФАК. Розрахунок будемо проводити аналогічно попередньому. Таким чином з огляду на вираз ПФАК можна зробити наступні висновки: значення ПФАК – $R_g(m) = L$ з'являється за період $m = [1; L]$ один раз. Тому імовірність появи даного значення дорівнює

$$p_1 = \frac{1}{L}, \quad (9)$$

при інших значеннях циклічного зсуву ПФАК $R_g(m)$ буде набувати такого значення

$$R_g(m) = R_{h1}(m)R_{h2}(m). \quad (10)$$

Враховуючи те, що ПФАК простих НЛРП $R_{h1}(m)$ і $R_{h2}(m)$ являють собою функції, які мають власні імовірнісні характеристики, то для того, щоб визначити аналогічні характеристики для розглядаємої похідної послідовності, необхідно з початку провести оцінку умовних величин цих характеристик, тобто припустити, що $R_{h1}(m)$ і $R_{h2}(m)$ мають фіксовані значення. Потім провести оцінку безумовних величин цих характеристик. (4). При цьому необхідно враховувати, що $R_{h1}(m)$ і $R_{h2}(m)$ є взаємозалежними функціями.

Умовне математичне сподівання бокового піку ПФАК ПНЛРП буде дорівнювати

$$M(R_g / R_{h1}R_{h2}) = L \frac{1}{L} + R_{h1}R_{h2} \frac{L-1}{L}. \quad (11)$$

Взявши математичне сподівання від даного виразу, отримаємо безумовну величину

$$M(R_g) = 1 + M(R_{h1})M(R_{h2}) = 1 + 0 \cdot 0 + K_{h1h2}, \quad (12)$$

де K_{h1h2} – коефіцієнт кореляції базових послідовностей.

Тепер оцінимо дисперсію $D(R_g)$. Умовна дисперсія бокового піку ПФАК буде дорівнювати

$$D(R_g / R_{h1}R_{h2}) = \sum_{i=1}^L (R_{g_i} - M(R_{g_i}))^2 p_i, \quad (13)$$

де p_i – імовірність появи i -го значення R_g .

Розглянувши математичне сподівання від даного виразу, отримаємо безумовну величину дисперсії

$$D(R_g) = M[D(R_g / R_{h1}R_{h2})] = L + M^2(R_{h1})M^2(R_{h2}) = L. \quad (14)$$

Отримані формули дозволяють провести розрахунок і оцінку статистичних характеристик автокореляційної функції похідних систем кодо-

вих послідовностей, які побудовані методом мультиплікативного об'єднання характеристичних послідовностей (табл. 1).

Таблиця 1

Статистичні характеристики кореляційних функцій

Парам.	Коре-ні функц.	Число елементів у сигналі					
		101	541	1009	2029	4993	9929
m	ПФАК	0,0114	0,00485	$11,82 \cdot 10^{-4}$	$7,93 \cdot 10^{-4}$	$4,14 \cdot 10^{-4}$	$2,0073 \cdot 10^{-4}$
	ПФВК	0,0133	0,00641	$13,52 \cdot 10^{-4}$	$8,31 \cdot 10^{-4}$	$5,39 \cdot 10^{-4}$	$3,97 \cdot 10^{-4}$
	СФВК	0,0173	0,00841	$15,62 \cdot 10^{-4}$	$10,1 \cdot 10^{-4}$	$6,39 \cdot 10^{-4}$	$4,07 \cdot 10^{-4}$
$\sqrt{D_m}$	ПФАК	$1,03 \cdot 10^{-1}$	$4,3 \cdot 10^{-2}$	$3,14 \cdot 10^{-2}$	$2,24 \cdot 10^{-2}$	$1,46 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$
	ПФВК	$1,07 \cdot 10^{-1}$	$4,43 \cdot 10^{-2}$	$3,26 \cdot 10^{-2}$	$2,37 \cdot 10^{-2}$	$1,695 \cdot 10^{-2}$	$1,24 \cdot 10^{-2}$
	СФВК	$1,23 \cdot 10^{-2}$	$4,95 \cdot 10^{-2}$	$3,3 \cdot 10^{-2}$	$2,502 \cdot 10^{-2}$	$1,92 \cdot 10^{-2}$	$1,38 \cdot 10^{-2}$
D	ПФАК	$1,14 \cdot 10^{-2}$	$18,5 \cdot 10^{-4}$	$9,9 \cdot 10^{-4}$	$4,9 \cdot 10^{-4}$	$2,04 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$
	ПФВК	$1,17 \cdot 10^{-2}$	$19,5 \cdot 10^{-4}$	$10,19 \cdot 10^{-4}$	$5,64 \cdot 10^{-4}$	$2,87 \cdot 10^{-4}$	$1,54 \cdot 10^{-4}$
	СФВК	$1,23 \cdot 10^{-2}$	$20,15 \cdot 10^{-4}$	$10,79 \cdot 10^{-4}$	$6,23 \cdot 10^{-4}$	$3,62 \cdot 10^{-4}$	$1,97 \cdot 10^{-4}$
U_{max}	ПФАК	0,19	0,167	$1,2 \cdot 10^{-1}$	$0,078 \cdot 10^{-2}$	$0,048 \cdot 10^{-2}$	$0,034 \cdot 10^{-2}$
	ПФВК	0,21	0,174	$1,29 \cdot 10^{-1}$	$0,086 \cdot 10^{-2}$	$0,054 \cdot 10^{-2}$	$0,038 \cdot 10^{-2}$
	СФВК	0,24	0,181	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$0,091 \cdot 10^{-2}$	$0,059 \cdot 10^{-2}$	$0,04 \cdot 10^{-2}$
Г	ПФАК	0,56	0,69	0,81	0,93	1,81	2,76
	ПФВК	0,59	0,72	0,87	1,1	2,12	2,81
	СФВК	0,61	0,76	0,92	1,78	2,34	3,15

Висновок. Отримані дані дозволяють проводити якісний порівняльний аналіз заводозахисності радіомережі, яка використовує запропоновані послідовності, з іншими ширококуговими радіомережами. А також завдяки ним можна розрахувати межу порогового пристрою при розробці рекомендацій щодо технічної реалізації.

ЛІТЕРАТУРА

1. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.
2. Долгов В.И., Горбенко И.Д., Сныткин И.И. Теория дискретных сигналов. Ч.1. Оптимальные дискретные сигналы с одно- и двухуровневой ПФАК. – МО СССР, 1985. – 126 с.
3. Горбенко И.Д., Стасев Ю.В., Замула А.А. Теория дискретных сигналов. Ч. 1. Ортогональные дискретные сигналы. – МО СССР, 1988. – 118 с.
4. Сныткин И.И. Теория и практическое применение сложных сигналов с нелинейной структурой. Ч. 2. Исследование систем составных и производных НЛРП. МО СССР, 1989. – 148 с.
5. Свердлик М.Б. Оптимальные дискретные сигналы. – М.: Сов. радио, 1975. – 200 с.

Надійшла 7.04.2004

Івасюк Олександр Олегович, ад'юнкт ПВІЗ. В 2001 закінчив ХВУ. Область наукових інтересів – методи заводозахисності інформаційних мереж.
