

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ОДНОРОДНЫХ СИЛ И СРЕДСТВ СТОРОН ВО ВРЕМЯ КОНФЛИКТНОЙ СИТУАЦИИ ПРИ ПОЛНОМ ИСТОЩЕНИИ СИЛ И СРЕДСТВ ОБОИХ СТОРОН

к.т.н. В.Б. Кононов
(представил д.т.н., проф. Б.Ф. Самойленко)

В статье рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств оперирующей стороны во время конфликтной ситуации при полном истощении сил и средств обеих сторон.

Постановка задачи. При решении задач оптимального планирования боевых действий в ходе конфликтных ситуаций необходимо определить законы оптимального управления распределением однородных сил и средств, имеющихся у оперирующей стороны, исходя при этом от поставленных целей, складывающейся ситуации и вероятных действий противника.

Оптимальное планирование и последующее управление распределением однородных сил и средств, а также управление распределением сил и средств резерва в условиях современного боя представляет собой важную военно-научную задачу, актуальность которой определяется необходимостью создания в Вооруженных Силах Украины автоматизированной системы управления войсками и оружием.

Анализ литературы. Задачи управления распределением сил и средств оперирующей стороны рассматривались в работах [1 – 7]. Так, в [1] описывается методика решения задач определения соотношения сил и средств сторон для случая однородных средств. В [2] были рассмотрены задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций. В [3] изложена методика распределения однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок. В [4] рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника за весь период конфликтной ситуации. В [5] рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума среднего суммарного количества сил и средств оперирующей стороны. В

[6] рассматривалось решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума разности оставшихся средств противоборствующих сторон к концу конфликтной ситуации. В [7] рассматривалось оптимальное управление распределением однородных сил и средств резерва сторон во время конфликтной ситуации при неизвестном времени окончания конфликтной ситуации. Однако в этих работах не рассматривалась ситуация, когда две группировки полностью расходуют свои силы и средства в ходе конфликтной ситуации.

Цель статьи. Целью статьи является разработка оптимального управления распределением однородных сил и средств резерва сторон во время конфликтной ситуации при неизвестном времени окончания конфликтной ситуации, когда две группировки полностью расходуют свои силы и средства.

Основной материал. Рассмотрим вариант боя, когда группировки А и В в ходе боя полностью расходуют свои силы и средства, т.е. тогда, когда

$$u_0 T^* > A_0; v_0 T^* > B, \quad (1)$$

а $p_1 > q_1$, где $p_1 = \sqrt{b}(ax_0 - v_0)$; $q_1 = \sqrt{a}(by_0 - u_0)$; $x(t)$ и $y(t)$ – математические ожидания количества средств группировок А и В, сохранившихся к моменту времени t ; $a = \alpha P$ и $b = \beta Q$ – эффективные скорострельности группировок А и В; α и β – средние скорострельности средств, используемых группировками А и В; P и Q – вероятности поражения одним выстрелом боевых средств группировок А и В; $u(t)$ и $v(t)$ – интенсивности поступления средств резерва группировок А и В; c – максимальная интенсивность поступления резерва группировки А; A_0 – общее количество средств группировки А; u_0 и v_0 – максимальные интенсивности использования средств резерва группировок А и В; T^* – искомое время окончания боя.

Вспользуемся доказанным фактом, что оптимальное управление распределением средств резерва группировок по критериям [4 – 6]:

$$\frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt \rightarrow \min; \quad (2)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \rightarrow \max; \quad (3)$$

$$X(T) - Y(T) \rightarrow \max, \quad (4)$$

с ограничениями: $\int_0^T u(t) dt - A_0 \leq 0$; $\int_0^T v(t) dt - B_0 \leq 0$; $\int_0^T u(t) dt - A_0 \leq 0$,

в конфликтной ситуации, описываемой системой дифференциальных

уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -by + u; \\ \dot{y} = -ax + v \end{cases} \quad (5)$$

при начальных условиях

$$\begin{aligned} x(0) = x_0; y(0) = y_0; \\ 0 \leq u(t) \leq c \end{aligned} \quad (6)$$

имеет вид:

$$u^*(t) = \begin{cases} u_0, & t \in [0, T^*], \quad u_0 T^* \leq A_0; \\ \frac{u_0}{2} - \frac{u_0}{2} \operatorname{sign} \left(t - \frac{A_0}{u_0} \right), & t \in [0, T^*], \quad u_0 T^* > A_0; \end{cases} \quad (7)$$

$$v^*(t) = \begin{cases} v_0, & t \in [0, T^*], \quad v_0 T^* \leq B_0; \\ \frac{v_0}{2} - \frac{v_0}{2} \operatorname{sign} \left(t - \frac{B_0}{v_0} \right), & t \in [0, T^*], \quad v_0 T^* > B_0. \end{cases} \quad (8)$$

Преобразуем зависимости времени боя на истощение [7]:

$$T_B^{(1)} = (\sqrt{ab})^{-1} \ln \left(u_0 \sqrt{a} + \sqrt{au_0^2 + p_1^2 - q_1^2} \right) / (p_1 - q_1); \quad (9)$$

$$T_B' = (\sqrt{ab})^{-1} \ln \left(u_0 \sqrt{a} + \sqrt{au_0^2 + p_1^2} \right) / p_1, \quad (10)$$

в соответствии с соотношениями (7, 8) к исследуемой ситуации:

$$\begin{aligned} x(T) &= x_0 \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - y_0 \sqrt{\frac{b}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} T + \int_0^{\frac{A_0}{u_0}} \operatorname{ch} \sqrt{ab} (T-t) u_0 dt - \int_0^{\frac{B_0}{v_0}} \sqrt{\frac{b}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} (T-t) v_0 dt = \\ &= x_0 \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - y_0 \sqrt{\frac{b}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} T + \frac{u_0}{\sqrt{ab}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} (t-T) \Big|_0^{\frac{A_0}{u_0}} + \frac{v_0}{\sqrt{ab}} \sqrt{\frac{b}{a}} \operatorname{ch} \sqrt{ab} (t-T) \Big|_0^{\frac{B_0}{v_0}} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{a\sqrt{b}} \left[\left(\sqrt{b} (ax_0 - v_0) + \sqrt{a} u_0 \operatorname{sh} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0} + \sqrt{b} v_0 \operatorname{ch} \frac{B_0 \sqrt{ab}}{v_0} \right) \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - \right. \\
&\quad \left. - \left(\sqrt{a} (by_0 - u_0) + u_0 \sqrt{a} \operatorname{ch} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0} + v_0 \sqrt{b} \operatorname{sh} \frac{B_0 \sqrt{ab}}{v_0} \right) \operatorname{sh} \sqrt{ab} T \right] = \\
&= \frac{1}{a\sqrt{b}} (p_3 \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - q_3 \operatorname{sh} \sqrt{ab} T);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y(T) &= y_0 \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - x_0 \sqrt{\frac{a}{b}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} T - \int_0^{\frac{A_0}{u_0}} \sqrt{\frac{a}{b}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} (T-t) u_0 dt + \int_0^{\frac{B_0}{v_0}} \operatorname{ch} \sqrt{ab} (T-t) v_0 dt = \\
&= y_0 \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - x_0 \sqrt{\frac{a}{b}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} T + \sqrt{\frac{a}{b}} \frac{u_0}{\sqrt{ab}} \operatorname{ch} \sqrt{ab} (t-T) \Big|_0^{\frac{A_0}{u_0}} + \frac{v_0}{\sqrt{ab}} \operatorname{sh} \sqrt{ab} (t-T) \Big|_0^{\frac{B_0}{v_0}} = \\
&= \frac{1}{b\sqrt{a}} \left[\left(\sqrt{a} (by_0 - u_0) + u_0 \sqrt{a} \operatorname{ch} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0} + v_0 \sqrt{b} \operatorname{sh} \frac{B_0 \sqrt{ab}}{v_0} \right) \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - \right. \\
&\quad \left. - \left(\sqrt{b} (ax_0 - v_0) + u_0 \sqrt{a} \operatorname{sh} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0} + v_0 \sqrt{b} \operatorname{ch} \frac{B_0 \sqrt{ab}}{v_0} \right) \operatorname{sh} \sqrt{ab} T \right] = \\
&= \frac{1}{b\sqrt{a}} (q_3 \operatorname{ch} \sqrt{ab} T - p_3 \operatorname{sh} \sqrt{ab} T);
\end{aligned}$$

где

$$\begin{cases} p_3 = p_1 + u_0 \sqrt{a} \operatorname{sh} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0} + v_0 \sqrt{b} \operatorname{ch} \frac{B_0 \sqrt{ab}}{v_0}; \\ q_3 = q_1 + u_0 \sqrt{a} \operatorname{ch} \frac{A_0 \sqrt{ab}}{u_0} + v_0 \sqrt{b} \operatorname{sh} \frac{B_0 \sqrt{ab}}{v_0}. \end{cases} \quad (11)$$

Таким образом, если $p_3 > q_3$, то побеждает группировка А со временем окончания боя на истощение

$$T_B^{(3)} = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \frac{p_3 + q_3}{p_3 - q_3}. \quad (12)$$

Если $p_3 < q_3$, то побеждает группировка В со временем окончания боя на истощение

$$T_A^{(3)} = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \frac{q_3 + p_3}{q_3 - p_3}. \quad (13)$$

При $p_3 = q_3$ имеем

$$p_1 - q_1 = \sqrt{a}u_0 \left(\operatorname{ch} \frac{\sqrt{ab}A_0}{u_0} - \operatorname{sh} \frac{\sqrt{ab}A_0}{u_0} \right) - \sqrt{b}v_0 \left(\operatorname{ch} \frac{\sqrt{ab}B_0}{v_0} - \operatorname{sh} \frac{\sqrt{ab}B_0}{v_0} \right),$$

откуда вытекает, что если

$$\left(\operatorname{ch} \frac{\sqrt{ab}A_0}{u_0} - \operatorname{sh} \frac{\sqrt{ab}A_0}{u_0} \right) \left/ \left(\operatorname{ch} \frac{\sqrt{ab}B_0}{v_0} - \operatorname{sh} \frac{\sqrt{ab}B_0}{v_0} \right) \right. > \sqrt{\frac{b}{a}} \frac{v_0}{u_0},$$

то побеждает группировка А, время окончания боя на истощение находится приближенно по формуле

$$\tilde{T}_B^{(3)} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \ln \frac{2p_3}{b\sqrt{a}}. \quad (14)$$

Иначе побеждает группировка В с приближенным временем

$$\tilde{T}_A^{(3)} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \ln \frac{2p_3}{a\sqrt{b}}. \quad (15)$$

Выводы. Найдены законы оптимального управления распределением однородных сил и средств резерва группировок А и В, при полном истощении сил и средств резерва во время конфликтной ситуации при неизвестном времени окончания конфликтной ситуации.

Рассмотренный метод решения задачи может быть положен в основу алгоритма планирования оптимального распределения средств резерва.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И., Ольшевский И.П., Носик Ал.М. Разработка моделей динамических процессов конфликтных ситуаций // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2000. – Вип. 3(9). – С. 52 – 54.
2. Кононов В.Б., Евстрат Д.И., Рафальский Ю.И., Бабий И.Ф. Задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций // Системи обробки інформації. – Х.: ХФВ «Транспорт України», 2001. – Вип. № 1(11). – С. 129 – 133.
3. Кононов В.Б., Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И. Распределение однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 4(20). – С. 96 – 101.
4. Кононов В.Б., Кушнерук Ю.И., Кононова Е.А. Задача оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного кол-ва сил противника // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вип. 1. – С. 196 – 199.
5. Кононов В.Б. Задача оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума среднего суммарного количества сил и средств оперирующей стороны // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вип. 2. – С. 146 – 149.

6. Кононов В.Б. Задача оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию максимума разности оставшихся средств противоборствующих сторон к концу конфликтной ситуации // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вып. 3. – С.68 – 71.
7. Кононов В.Б. Оптимальное управление распределением однородных сил и средств конфликтующих сторон // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вып. 4. – С. 100 – 103.

Поступила 11.05.2004

КОНОНОВ Владимир Борисович, канд. техн. наук, доцент, зам. нач. факультета ХВУ. В 1987 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – исследование операций.
