

## СПОСІБ ПОБУДОВИ ТРАЄКТОРІЇ РУХУ ЛІТАКА У ПОХИЛІЙ ПЛОЩИНІ

к.т.н. О.Ю. Суханов, к.т.н. О.О. Клімішен,  
к.т.н. В.О. Табуненко, Р.А. Загорулько  
(подав д.т.н., проф. О.І. Риженко)

*Наведені положення, які ґрунтуються на методі плоского маневру, дозволяють провести розрахунки керувань траєкторним рухом літального апарата при виведенні його у заданий кінцевий стан. Пропонується спосіб побудови траєкторії руху літака, реалізація якого не потребує використання значних обчислювальних потужностей. Передбачається, що відпрацювання вказаного способу буде реалізовано завдяки впровадженню до складу бортового комплексу літака окремого обчислювального модуля.*

**Постановка проблеми.** Аналіз існуючих способів керування рухом маневрових літаків свідчить, що траєкторне керування на сьогодні автоматизоване недостатньо. Попереднім етапом проектування системи траєкторного керування будь-якого літака є етап вибору або розрахунку траєкторії, за якою об'єкт буде здійснювати рух. У цьому випадку виникає необхідність у виборі алгоритмічного забезпечення системи траєкторного керування.

Важливе значення для задач виведення має характер граничних умов на кінці траєкторії. Керування виведенням об'єкта в заданий кінцевий стан за шістьма фазовими координатами (три координати положення і три складові вектора швидкості) є задачею високої складності [1, 2]. Складність вказаної задачі обумовлюється необхідністю враховувати велику кількість різноманітних обмежень на траєкторний рух літального апарата (ЛА). Внаслідок чого виникає необхідність у розробці способу формування траєкторних керувань рухом літака, який дозволить комплексно врахувати всі можливі обмеження на рух літака. В зв'язку з нелінійністю задачі її постановка й вирішення містять у собі великі математичні труднощі.

**Аналіз літератури.** Аналіз літературних джерел [1 – 8], присвячених вирішенню задачі керування польотом ЛА, дозволяє зробити висновок, що пошук траєкторних керувань рухом ЛА можливо здійснювати завдяки використанню прямих методів керування. У роботах [1 – 3] надається перевага методу локального прогнозування руху динамічних систем, який належить до вказаної групи методів. Крім того, додаткові можливості відкрива-

ються у випадку, коли задача керування ЛА зводиться до оберненої задачі динаміки [4 – 7]. Дослідження алгоритму керування ЛА з використанням локального прогнозу підтвердило його дієздатність. На той же час, використання його в реальному масштабі часу, в ряді випадків утруднено через великий обсяг обчислень, необхідних для розв’язання крайової задачі. При цьому значний вплив на процес виведення здійснює взаємна орієнтація векторів швидкості ЛА в початковій і кінцевій точках. Алгоритм керування ЛА на основі методу локального прогнозування вимагає попереднього розв’язання задачі траєкторного керування на етапі підготовки ЛА до польоту, що обмежує його застосування [1 – 3]. Ефективним є використання зазначеного методу лише на обмежених етапах польоту, наприклад, рух ЛА на прямолінійному відрізку траєкторії.

Найбільш доцільним є зведення задачі керування ЛА до оберненої задачі динаміки у випадку, коли розглядається плоский маневр ЛА [4, 5]. Все це, у свою чергу, вимагає розробки математичної моделі плоского маневру ЛА, зведення просторового маневру до плоского і вибору оптимальної траєкторії. Таким чином, побудову траєкторії руху ЛА у похилій площині можливо здійснювати на основі поєднання методу локального прогнозування та методу обернених задач динаміки. В цьому випадку висвітлюються позитивні риси обох методів керування.

**Ціль статті.** Метою публікації є викладення одного з можливих підходів щодо побудови траєкторії виходу літака у задане просторове положення. По суті, запропоновано підхід у зведенні задачі формування оптимальної траєкторії руху ЛА до термінальної задачі в площині.

**Розділ основного матеріалу.** Використання зазначеного способу спрощує розв’язання задачі керування ЛА при виведенні його у заданий кінцевий стан за шістьма фазовими координатами, причому за оптимальною траєкторією. Виведення літака здійснюється виключно у похилій площині. Це досягається за рахунок суттєвого спрощення крайової задачі. Відзначаються такі етапи: визначення площини маневру; переведення вектора швидкості ЛА у площину; побудова оптимальної траєкторії плоского маневру; розрахунок управління, що реалізують рух за вибраною траєкторією (рис. 1).

Керування, які забезпечують суміщення поточного вектора швидкості ЛА  $\vec{V}$  із площиною маневру, визначаються з умови мінімізації функціоналу такого вигляду

$$G = \vartheta_x \cos \theta \cos \psi + \vartheta_y \sin \theta - \vartheta_z \cos \theta \sin \psi, \quad (1)$$

де  $\vec{\vartheta}$  – нормаль до площини маневру,  $\vec{\vartheta} = (\vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z)$ .

Площина маневру визначається через координати початкової точки

( $X_H, Y_H, Z_H$ ) та вектор кінцевої швидкості  $\vec{V}_K$ . Початок вектора  $\vec{V}_K$  – кінцева точка з координатами ( $X_K, Y_K, Z_K$ ). Система координат  $Oxy$  на площині маневру визначена так: початок розташовується у кінцевій точці, а вісь  $Ox$  спрямована за вектором  $\vec{V}_K$  (рис. 1).

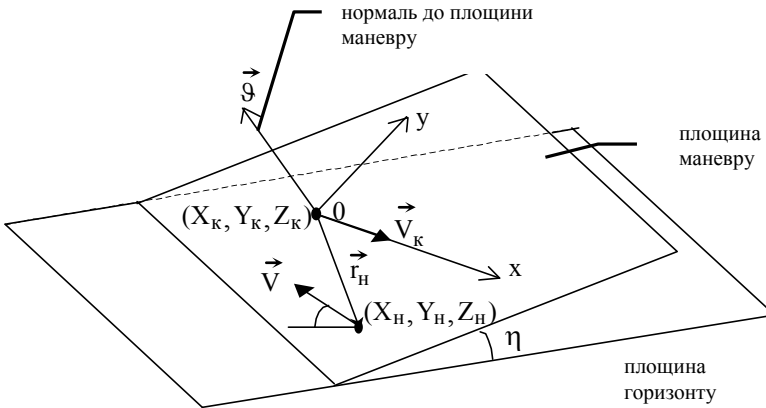


Рис. 1. Система координат у площині маневру

При русі об'єкта керування у похилій площині оптимальною траєкторією в сенсі мінімуму часу виведення буде траєкторія, яка складається з двох дуг кіл розвороту та прямолінійної ділянки, що з'єднає ці дуги по дотичній.

Мають місце чотири варіанти руху у похилій площині (рис. 2).

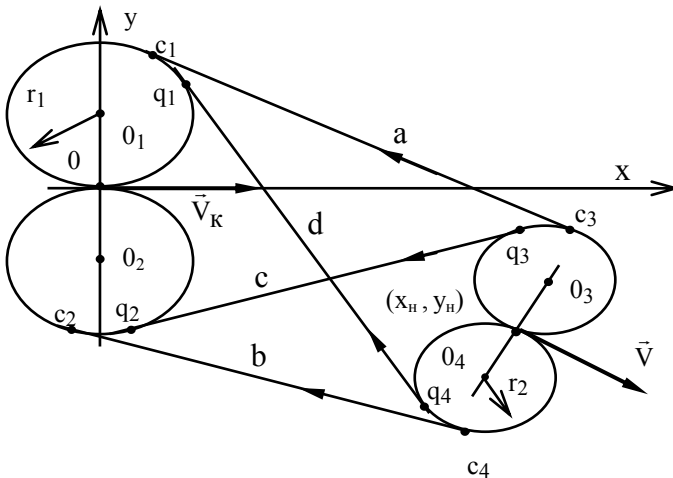


Рис. 2. Варіанти траєкторій у площині маневру

Траекторія а –  $(x_n, y_n)$  c3 c1 O, траекторія b –  $(x_n, y_n)$  c4 c2 O, траекторія c –  $(x_n, y_n)$  q3 q2 O, траекторія d –  $(x_n, y_n)$  q4 q1 O.

Координати точок дотику визначені з загальних розв'язань для поляр відповідних кіл (виходячи з типу траекторії) з зовнішнім або внутрішнім центром подібності та рівняння конкретного кола. Координати центрів дуг початкових віражів  $O_3$  та  $O_4$  визначаються через проекції вектора початкової швидкості у системі координат площини маневру.

Знаючи координати точок сполучення дуг віражів і прямолінійних відрізків можливих траекторій, розраховуємо довжини кожної з траекторій. Після чого обираємо траекторії, які задовольняють просторовим обмеженням, наприклад по висоті, а з них – мінімальної довжини. Після того, як зроблено вибір траекторії ЛА, необхідно розрахувати керуючі функції, які забезпечують політ ЛА за вибраною траекторією.

У роботах [1 – 3, 8] запропоновано математичну модель траекторного руху літака, де у якості керуючих функцій обрані перевантаження –  $n_x, n_y$  та кут крену ЛА –  $\gamma$ . Вказана математична модель може використовуватись у нашому випадку.

На прямолінійному відрізку траекторії кути шляху та нахилу траекторії є постійними ( $\Psi = \text{const}, \theta = \text{const}$ ), отже, якщо виходити з [8]:  $\gamma = 0$ , а  $n_y = \cos \theta$  ( $u_2 = \cos \theta, u_3 = 0$ ). Що стосується керування  $u_1(n_x)$ , то для забезпечення максимальної швидкості (максимальної швидкодії) необхідно встановити  $u_1 = n_{x \max}$  та, по мірі наближення до точки переходу у кінцевий віраж, знижувати її так, щоб у віраж увійти із заданою кінцевою швидкістю [3]. Початок і темп зниження швидкості визначаються за динамічними характеристиками ЛА.

Для визначення керування рухом ЛА на віражах у площині маневру звернемося до рис. 3.

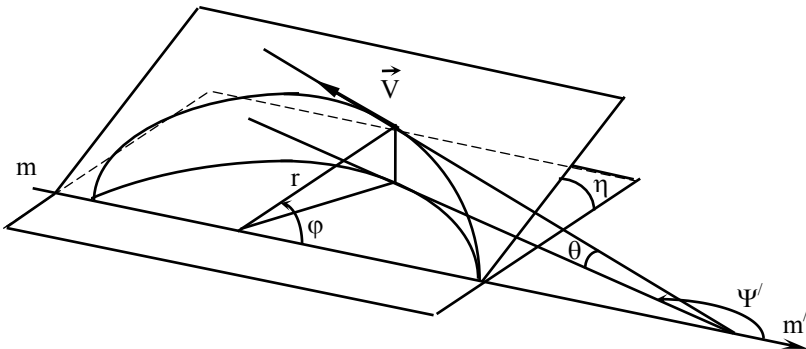


Рис. 3. Зв'язок кутів траекторного руху ЛА

На цьому рисунку прийняті такі позначення:  $\varphi$  – кут повороту у площині маневру (відлік від напрямку  $m-m'$ );  $\eta$  – кут нахилу площини маневру щодо відношення до горизонтальної площини;  $r$  – радіус віражу;  $\vec{V}$  – вектор поточної швидкості ЛА.

Керування  $u_1$  знайдемо, виходячи з того, що розворот буде здійснено з постійною швидкістю  $V = \text{const}$ , отже,

$$u_1 = n_x = \sin \theta.$$

Керування  $u_2$  та  $u_3$  формуємо як функції поточного кута нахилу траєкторії або кута шляху:

$$\begin{aligned} u_2 &= \cos \theta + \frac{V^2}{rg} \frac{\sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \eta}}{\cos \theta} = \\ &= \sigma \frac{V^2 \cos(\psi - \psi_0) \sin \eta}{rg} + \frac{\cos \eta}{\sqrt{1 - \cos^2(\psi - \psi_0) \sin^2 \eta}}; \\ u_3 &= -\sigma \frac{V^2 \cos \eta}{rg \cos \theta} = -\sigma \frac{V^2}{rg} \sqrt{1 - \sin^2 \eta \cos^2(\psi - \psi_0)}. \end{aligned}$$

Для знаходження управлінь  $u_2$  та  $u_3$ , що забезпечують рух ЛА на прямолінійному відрізку траєкторії, розв'язуємо задачу точного наведення методом локального прогнозування [1–3]. Таке розв'язання є обґрунтованим, оскільки вектор швидкості на початку відрізка має орієнтацію, близьку до необхідної, але з похибкою за рахунок помилок виведення на першому відрізку траєкторії. Тому формування керування на підставі рівності нулю похідних від кута нахилу траєкторії та кута шляху може дати значний промах у кінці прямолінійного відрізка, на той час як керування, що ґрунтується на методі локального прогнозування, по суті, мінімізує подібну похибку.

Для цього використовується цільова функція

$$\Phi = R^2, \quad (2)$$

де  $R$  – відстань від поточної точки до точки початку кінцевого віражу.

Таким чином, керування рухом ЛА формується в два етапи. На першому етапі керування формується за інформацією про поточні кути орієнтації вектора швидкості, на другому – за допомогою методу локального прогнозування.

**Висновки.** Результати досліджень ведуть до нових шляхів розв'язання задачі оптимізації траєкторного керування ЛА, у випадку коли виникає необхідність виведення ЛА в задане просторове положення. Завдяки поєднанню методів теорії керування, що належать до

різних груп, можливо розробити ефективний спосіб побудови траекторії руху літака.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Гришутин В.Г. Локальное прогнозирование динамических систем в задачах управления // Адаптивные системы автоматического управления. – К.: Республ. межведомств. научно-техн. сб. – 1982. – Вып. 10. – С. 31 – 35.
2. Дегтярев А.Г. К задаче синтеза локально-оптимального управления // Устойчивость и управление. – Казань: Межвуз. сб. науч. тр. КАИ. – 1990. – С. 73 – 77.
3. Суханов А.Ю., Климишен А.О. Прямой метод в задаче терминального управления маневренного объекта // Сборник научных трудов ХГПУ. – Х.: Вестник ХГПУ. – 1998. – Вып. 15. – С. 115 – 118.
4. Сергеев Ф.Л. Алгоритм выбора допустимых маневров самолета, выполняемых по типу кривой полупетли. Научно-методические материалы по вопросам динамики полета и боевого маневрирования. – М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского. – 1982. – С. 113 – 119.
5. Белов А.И., Климишен А.О. Использование опорных фазовых траекторий в задачах управления // Сборник научных трудов ХГПУ. – Х.: Вестник ХГПУ. – 1999. – Вып. 57. – С. 91 – 94.
6. Галиуллин А.С. Методы решения обратных задач динамики. – М.: Наука, 1986. – 224 с.
7. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: Линейные модели. – М.: Наука, 1988. – 328 с.
8. Тараненко В.Т., Момджи В.Г. Прямой вариационный метод в задачах динамики. – М.: Машиностроение, 1986. – 128 с.

Надійшла 30.04.2004

**СУХАНОВ Олександр Юрійович**, канд. техн. наук, доцент, заст. нач. факультету з навчальної та наукової роботи Харківського інституту військово-повітряних сил. Закінчив Київське вище військово-авіаційне інженерне училище у 1979 році. Область наукових інтересів – системи керування літальними апаратами.

**КЛИМШЕН Олексій Олегович**, старший науковий співробітник науково-дослідної лабораторії кафедри Харківського інституту військово-повітряних сил. У 1994 році закінчив Київський інститут військово-повітряних сил. Область наукових інтересів – системи керування літальними апаратами.

**ТАБУНЕНКО Володимир Олександрович**, канд. техн. наук, старший науковий співробітник, доцент Харківського інституту військово-повітряних сил. У 1978 році закінчив Харківський інститут радіоелектроніки. Область наукових інтересів – озброєння, військова техніка та їх застосування.

**ЗАГОРУЛЬКО Роман Анатолійович**, викладач кафедри Харківського інституту військово-повітряних сил. У 1994 році закінчив Харківський інститут льотчиків. Область наукових інтересів – озброєння, військова техніка та їх застосування.