УДК 681.5

В.В. Онищенко

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА СЕМАНТИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОНТУРНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ В СТРУКТУРУ КОНЦЕПТА

В статье рассмотрена математическая модель процесса семантического преобразования контурного изображения в структуру концепта, основанная на последовательном обобщении свойств структурных элементов исходной денотативной структуры и формировании совокупности математических структур на шкале множеств структурных элементов. При этом каждая последующая ступень шкалы множеств обобщает свойства структурных элементов предыдущей ступени путем введения соответствующей схемы ее образования и структурных инвариантов, остающихся неизменными при различных аффинных преобразованиях и структурных деформациях контура.

Ключевые слова: *математическая модель, семантическое преобразование, структурные инварианты, аффинные преобразования, структурные деформации контура.*

Введение

Существующие методы классификации и идентификации изображений ориентированы в основном на устранение влияния аффинных преобразований на результат распознавания [1]. Зачастую данные методы имеют существенные вычислительные затраты, либо ориентированы на обработку узкого класса изображений [2]. Кроме этого, при распознавании реальных контурных изображений, приходится сталкиваться также и со структурными преобразованиями контура [3, 4], что существенно затрудняет процесс распознавания и требует новых подходов к структурному представлению контура.

Целью данной статьи является построение математической модели процесса семантического преобразования контурного изображения в структуру концепта, инвариантную аффинным преобразованиям и структурным деформациям контура.

Результаты исследований

Создание методов представления изображений на семантическом уровне играет важную роль в улучшении качества и функциональности систем распознавания. Рассмотрим, что представляет собой замкнутый контур с точки зрения семантики, т.е. какой смысл мы вкладываем в это понятие.

Будем говорить о некотором замкнутом контуре Γ цифрового изображения I трехмерного объекта как о базисной структуре $z^{(0)}$, состоящей из множества $A^{(0)} = \{a_1^{(0)}, a_2^{(0)}, ..., a_n^{(0)}\}$ непроизводных элементов (пикселей) $a_i^{(0)}$ с координатами (x_i, y_i), где x_i – номер строки, y_i – номер столбца. При этом элементы $a_i^{(0)}$ находятся между собой в бинарных отношениях r, где $r = \langle A^{(0)}, R \rangle$, $R \subseteq A^{(0)} \times A^{(0)}$. При этом структура замкнутого контура описывается транзитивным замыканием его элементов [3]. Таким образом, с точки зрения семантики произвольный замкнутый контур представляет собой упорядоченное множество примыкающих друг к другу пикселей с жестко заданными координатами (номерами строк и столбцов).

Определение 1. Структурой нулевого уровня $z^{(0)}$ будем называть выражение вида $z^{(0)} = \langle A^{(0)}, r, T \rangle$, где $A^{(0)}$ – множество непроизводных элементов $a_i^{(0)}$; r – бинарные отношения на множестве $A^{(0)}$; T – аксиомы структуры (рефлексивности, симметричности, транзитивности), условиям которых удовлетворяют отношения r.

Определение 2. Аффинными преобразованиями будем называть сдвиг (параллельный перенос изображения), гомотетию (изменение размера изображения) и поворот.

Определение 3. Структурными деформациями 1-го рода будем называть такие деформации, которые характеризуются изменением отдельных структурных элементов и/или всей структуры в целом (сжатие, растяжение, изменение внутренних углов).

Определение 4. Структурными деформациями 2-го рода будем называть такие деформации, которые характеризуются добавлением новых и/или удалением существующих структурных элементов.

Описанная выше структура $z^{(0)}$ чувствительна к аффинным преобразованиям и структурным деформациям 1-го и 2-го рода, для устранения влияния которых осуществим ряд семантических преобразований над исходным контуром изображения.

Определение 5. Развитием структуры назовем процесс упорядочивания (размещения) ее пространственных элементов на линейной шкале порядка $p^{(i)}$ в направлении обхода контура относительно "точки захвата".

Сформируем множество структур $Z = \{z^{(0)}, z^{(1)}, ..., z^{(m)}\}$ в соответствие с функцией преобразования $S = \langle s_1, s_2, ..., s_m \rangle$.

Осуществим на шкале $p^{(0)}$ развертку структуры $z^{(0)}$, т. е. выполним отображение $f: z^{(0)} \to p^{(0)}$, начиная с "точки захвата" [3].

Соединим соседние структурные элементы $a_i^{(0)}$ единичными отрезками. В результате получим новую структуру, состоящую из структурных элементов $a_i^{(1)} = a_i^{(0)} \bigcup a_{i+1}^{(0)}$. Направление развития $g_\gamma^{(1)}$ каждого из элементов $a_i^{(1)}$ в системе Ξ_1 можно задать одним из восьми возможных направлений (рис. 1, а).

Определение 6. Структурой первого уровня $z^{(1)}$ будем называть выражение вида $z^{(1)} = \left\langle A^{(1)}, r, T \right\rangle$, где $A^{(1)}$ – множество непроизводных элементов $a_i^{(1)}$ единичной длины, образованных по схеме $s_1 : a_i^{(1)} = a_i^{(0)} \bigcup a_{i+1}^{(0)}$ и имеющих одно из возможных направлений развития в системе Ξ_1; r – бинарные отношения на множестве $A^{(1)} = s_1(A^{(0)})$; T – аксиомы структуры.

Для дальнейших рассуждений введем понятие структурного инварианта.

Определение 7. Структурным инвариантом назовем некоторую величину, которая характеризует взаимное расположение соседних структурных элементов и остается неизменной при определенного рода преобразованиях.

Таким образом, для структуры $z^{(1)}$ множество структурных инвариантов $G^{(1)}$ может быть представлено следующим образом:

$$G^{(1)} = \underset{\Xi_1}{\mathrm{Inv}}\,(z^{(1)}) = g_\gamma^{(1)},$$

где $\underset{\Xi_1}{\mathrm{Inv}}\,(z^{(1)})$, $g_\gamma^{(1)}$ – структурные инварианты для структуры $z^{(1)}$ и направления развития структурных элементов в системе Ξ_1 соответственно.

Введение структурных инвариантов $\underset{\Xi_1}{\mathrm{Inv}}\,(z^{(1)})$ для структуры $z^{(1)}$ позволяет устранить влияние сдвига на процесс распознавания. Теперь все определяется направлением развития $g_\gamma^{(1)}$ каждого структурного элемента, которое будет оставаться неизменным при сдвиге.

С точки зрения семантики контур будет уже рассматриваться как совокупность последовательно соединенных отрезков единичной длины, имеющих одно из восьми возможных направлений развития.

Объединим подряд следующие структурные элементы $a_i^{(1)}, a_{i+1}^{(1)}, ..., a_{i+k}^{(1)}$ с одинаковым направлением развития. В результате получим новый структурный элемент $a_i^{(2)}$. Осуществив объединение остальных структурных элементов, получим новую структуру $z^{(2)}$. Направление развития $g_\gamma^{(2)}$ каждого из элементов $a_i^{(2)}$ будет также определяться в системе Ξ_1, т. к. $g_\gamma^{(2)} = g_\gamma^{(1)}$.

Определение 8. Структурой второго уровня $z^{(2)}$ будем называть выражение вида $z^{(2)} = \left\langle A^{(2)}, r, T \right\rangle$, где $A^{(2)}$ – множество элементов $a_i^{(2)}$, образованных по схеме $s_2 : a_i^{(2)} = a_i^{(1)} \bigcup a_{i+1}^{(1)} \bigcup ... \bigcup a_{i+k}^{(1)}$ и имеющих одно из возможных направлений развития $g_\gamma^{(2)}$ в системе Ξ_1; r – бинарные отношения на множестве $A^{(2)} = s_2(A^{(1)})$; T – аксиомы структуры.

Для структуры $z^{(2)}$ множество структурных инвариантов $G^{(2)}$ может быть представлено как

$$G^{(2)} = \underset{\Xi_1}{\mathrm{Inv}}\,(z^{(2)}) = g_\gamma^{(2)},$$

где $\underset{\Xi_1}{\mathrm{Inv}}\,(z^{(2)})$, $g_\gamma^{(2)}$ – структурные инварианты для структуры $z^{(2)}$ и направления развития структурных элементов в системе Ξ_1 соответственно.

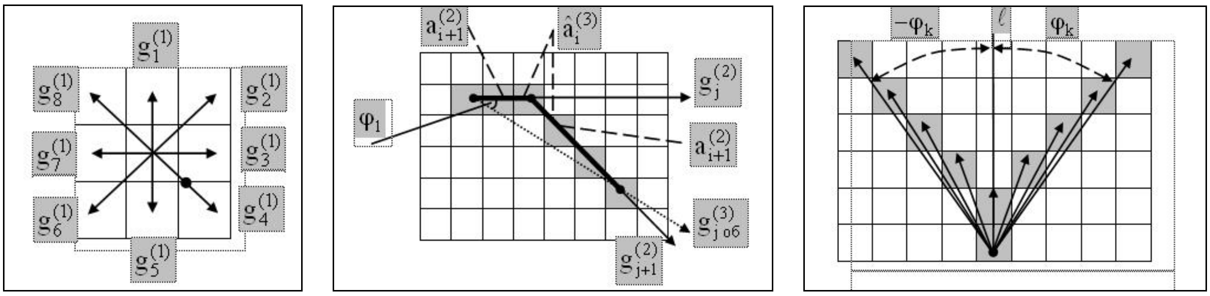
Введение структурных инвариантов $\underset{\Xi_1}{\mathrm{Inv}}\,(z^{(2)})$ для структуры $z^{(2)}$ и использование схемы образования ступеней s_2, позволяет устранить влияние гомотетии на процесс распознавания. Пропорциональное изменение размеров изображения будет влиять лишь на количество структурных элементов, а не на их ориентацию. К тому же, после повторного применения схемы s_2, их количество останется прежним. С точки зрения семантики контур будет теперь рассматриваться как совокупность последовательно соединенных отрезков различной длины, каждый из которых имеет одно из восьми возможных направлений развития.

Рассмотрим два соседних структурных элемента $a_i^{(2)}$ и $a_{i+1}^{(2)}$ с направлениями развития структурных элементов $g_j^{(2)}$ и $g_{j+1}^{(2)}$ соответственно. Объединим их в новый структурный элемент $\hat{a}_i^{(3)} = a_i^{(2)} \bigcup a_{i+1}^{(2)}$ (рис. 1, б). Данный угловой структурный элемент $\hat{a}_i^{(3)}$ будет иметь обобщенное направление развития $g_{j\hat{\imath}\acute{a}}^{(3)}$, задаваемое углом φ_1. Осуществив процесс объединения остальных структурных элементов структуры $z^{(2)}$, получим новую структуру $z^{(3)}$.

Угол сопряжения любого структурного элемента $\hat{a}_i^{(3)}$ будет составлять 135°. Это дает возможность ввести систему Ξ_2 направлений развития этих структурных элементов, представленную на рис. 1, в.

Обобщенное направление развития структурного элемента $g_{k\hat{\imath}\acute{a}}^{(3)}$, задаваемое углом φ_k в данной системе, будет определяться длиной структурных элементов $a_i^{(2)}$ и $a_{i+1}^{(2)}$, образующих структурный элемент $\hat{a}_i^{(3)}$. При этом величина угла φ_k не будет превосходить 45° как в одну, так и в другую сторону от оси ℓ. Другими словами, система Ξ_2 будет представлять собой множество направлений развития структурных элементов, лежащих в диапазоне от – 45 до 45° ($-\pi/4 < -\varphi_k < 0$; $0 < \varphi_k < \pi/4$).

Определение 9. Структурой третьего уровня $z^{(3)}$ будем называть выражение вида $z^{(3)} = \left\langle A^{(3)}, r, T \right\rangle$, где $A^{(3)}$ – множество элементов $\hat{a}_i^{(3)}$, образованных по схеме $s_3 : \hat{a}_i^{(3)} = a_i^{(2)} \bigcup a_{i+1}^{(2)}$ с обобщенным направлением развития структурного элемента $g_{k\hat{\imath}\acute{a}}^{(3)}$, задаваемым углом φ_k; r – бинарные отношения на множестве $A^{(3)} = s_3(A^{(2)})$; T – аксиомы структуры.



а б в

Рис. 1. Системы Ξ_1 (а) и Ξ_2 (в) направлений развития структурных элементов $a_i^{(1)}$ и $\hat{a}_i^{(3)}$ (б)

Для структуры $z^{(3)}$ множество структурных инвариантов $G^{(3)}$ будет иметь вид:

$$G^{(3)} = \underset{\Xi_2}{\mathrm{Inv}}\,(z^{(3)}) = g_{k\hat{\imath}\acute{a}}^{(3)},$$

где $\underset{\Xi_2}{\mathrm{Inv}}\,(z^{(3)})$ – структурные инварианты для структуры $z^{(3)}$; $g_{k\hat{\imath}\acute{a}}^{(3)}$ – обобщенные направления развития структурных элементов в системе Ξ_2.

Введение для структуры $z^{(3)}$ структурных инвариантов $\underset{\Xi_2}{\mathrm{Inv}}\,(z^{(3)})$, определяемых углами φ_k, позволяет устранить влияние поворота на процесс распознавания, т.к. при повороте взаимное расположение структурных элементов $\hat{a}_i^{(3)}$ остается неизменным, и будет определяться обобщенным направлением развития каждого из них.

С точки зрения семантики контур теперь будет рассматриваться как объединение углов с обобщенным направлением развития в системе Ξ_2.

Таким образом, на структурах $z^{(2)}$ и $z^{(3)}$ полностью определены все типы структурных элементов. Последующие обобщения будут направлены на выделение родов структур на ступенях множества Z. Рассмотрим структурный элемент $\hat{a}_i^{(3)}$. Очевидно, что он может задавать как правое R (рис. 4, а), так и левое L (рис. 4, б) направления развития.

Определение 10. Структурой 1-го рода будем называть однотипную структуру, последовательно расположенные структурные элементы $\hat{a}_i^{(3)}$ которой имеют только правое R или только левое L направление развития структурных элементов.

Очевидно, что структура $z^{(3)}$ может состоять из последовательно расположенных подструктур 1-го рода, которые будут представлять собой выпуклые ломаные, состоящие из структурных элементов с одинаковым направлением развития (R или L).

Этот факт можно представить в виде функции Cont, указывающей на постоянство развития структуры $z^{(3)}$ на структурных элементах $\hat{a}_i^{(3)}, \ldots, \hat{a}_{i+k}^{(3)}$:

$$\underset{R}{\mathrm{Cont}}\,(\hat{a}_i^{(3)}, \ldots, \hat{a}_{i+k}^{(3)}) = \hat{a}_i^{(4)} \text{ или } \underset{L}{\mathrm{Cont}}\,(\hat{a}_i^{(3)}, \ldots, \hat{a}_{i+k}^{(3)}) = \hat{a}_i^{(4)}.$$

Определение 11. Структурой четвертого уровня $z^{(4)}$ будем называть выражение вида $z^{(4)} = \left\langle A^{(4)}, r, T \right\rangle$, где $A^{(4)}$ – множество структурных элементов $a_i^{(4)}$ (подструктур 1-го рода), образованных по схеме $s_4 : a_i^{(4)} = \underset{R,L}{\mathrm{Cont}}\,(\hat{a}_i^{(3)}, \ldots, \hat{a}_{i+k}^{(3)})$ и имеющих обобщенные направления развития $g_{\ell\hat{\imath}\acute{a}}^{(4)}$, задаваемые углами ξ_s; r – бинарные отношения на множестве $A^{(4)} = s_4(A^{(3)})$; T – аксиомы структуры.

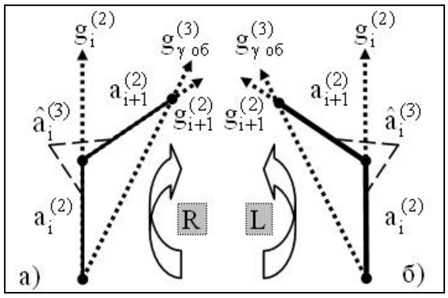


Рис. 4. Задание а – правого; б – левого направлений развития структурного элемента $\hat{a}_i^{(3)}$

Для структуры $z^{(4)}$ множество структурных инвариантов $G^{(4)}$ может быть представлено следующим образом:

$$G^{(4)} = \underset{\Xi_3}{\mathrm{Inv}}\,(z^{(4)}) = g_{\ell\hat{\imath}\acute{a}}^{(4)},$$

где $\underset{\Xi_3}{\mathrm{Inv}}\,(z^{(4)})$ – структурные инварианты для структуры $z^{(4)}$; $g_{\ell\hat{\imath}\acute{a}}^{(4)}$ – обобщенные направления развития структурных элементов в системе Ξ_3, которая задает множество обобщенных направлений развития подструктур 1-го уровня, определяемых произвольными углами ξ_s ($0 < \xi_s < 2\pi$).

Введение для $z^{(4)}$ структурных инвариантов $\underset{\Xi_3}{\mathrm{Inv}}\,(z^{(4)})$ позволяет устранить влияние на процесс распознавания структурных деформаций 1-го рода, т. к. им подвержены не подструктуры 1-го рода, составляющие структуру $z^{(4)}$, а лишь структурные элементы, образующие эти подструктуры. Обобщенные направления развития $g^{(4)}_{\ell \hat{\imath} \acute{a}}$ подструктур 1-го рода при этом изменяться не будут.

С точки зрения семантики контур теперь будет рассматриваться как объединение подструктур 1-го рода со своим обобщенным направлением развития.

Так как структурные элементы множества $A^{(4)}$ последовательно меняют направление своего развития с R на L или наоборот, структуру $z^{(4)}$ можно представить вогнутой структурой 2-го рода.

Определение 12. Структурой 2-го рода будем называть однотипную структуру, каждый последующий структурный элемент $\grave{a}^{(4)}_i$ которой меняет направление развития R или L на противоположное.

Факт изменения направления развития структурных элементов $a^{(4)}_i$ можно представить в виде функции Chan :

$$\underset{R\to L}{\mathrm{Chan}}\,(a^{(4)}_i, ..., a^{(4)}_{i+k}) = a^{(5)}_i \text{ или } \underset{L\to R}{\mathrm{Chan}}\,(a^{(4)}_i, ..., a^{(4)}_{i+k}) = a^{(5)}_i .$$

Определение 13. Структурой пятого уровня $z^{(5)}$ будем называть выражение вида $z^{(5)} = \left\langle A^{(5)}, r, T \right\rangle$, где r – бинарные отношения на множестве $A^{(5)} = s_5(A^{(4)})$; $A^{(5)}$ – множество структурных элементов $a^{(5)}_i$, образованных по схеме $s_5 : a^{(5)}_i = \underset{R\to L(L\to R)}{\mathrm{Chan}}\,(a^{(4)}_i, ..., a^{(4)}_{i+k})$; T – аксиомы структуры.

Формирование структуры $z^{(5)}$ (путем транзитивного замыкания структурных элементов $a^{(5)}_i$) позволяет устранить влияние на процесс распознавания структурных деформаций 2-го рода.

Определение 14. Структурным концептом Cpt (I) изображения I будем называть структуру $z^{(5)}$, обладающую наибольшим уровнем обобщения структурных элементов исходной структуры и содержащую общие признаки класса распознавания.

Следовательно, с точки зрения семантики концепт Cpt (I) содержит структурные элементы, отражающие обобщенные признаки класса распознавания, идентичные для любых изображений, принадлежащих данному классу.

Выводы

Математическая модель процесса семантического преобразования двумерного контурного изображения в структуру концепта, основана на построении вектора структурных преобразований исходного изображения. Каждый этап модификации исходной структуры определяется применением соответствующих функций преобразования относительно введенных структурных инвариантов – характеристик структур, обладающих свойством невосприимчивости к определенным типам аффинных преобразований и деформационных искажений контура. В результате итеративного применения функций преобразования формируется последовательность структур, содержащих инвариантные признаки класса распознавания. При этом структурой высшего уровня общности является концепт класса распознавания.

Список литературы

1. *Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2006. – 1072 с.*
2. *Горелик А.Л. Методы распознавания / А.Л. Горелик, В.А. Скрипкин. – М.: Высш. шк., 2004. – 262 с.*
3. *Паржин Ю.В. Структурное распознавание изображений в реальном времени / Ю.В. Паржин, В.С. Ковальчук, Д.В. Гринев // Збірник наукових праць ІПМЄ. – К.: ІПМЄ, 2004. – Вип. 25. – С. 143-147.*
4. *Паржин Ю.В. Определение критических точек в структуре контурных изображений для построения концепта распознавания / Ю.В. Паржин, А.А. Адаменко, Д.В. Гринев // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ, 2004. – Вип. 10(38). – С. 142-149.*

Поступила в редколлегию 10.08.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Краснобаев, Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. П. Василенко, Харьков.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ СЕМАНТИЧНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ КОНТУРНОГО ЗОБРАЖЕННЯ В СТРУКТУРУ КОНЦЕПТУ

В.В. Онищенко

У статті розглянута математична модель процесу семантичного перетворення контурного зображення в структуру концепту, заснована на послідовному узагальненні властивостей структурних елементів початкової денотативної структури і формуванні сукупності математичних структур на шкалі множині структурних елементів. При цьому кожний подальший ступінь шкали множин узагальнює властивості структурних елементів попереднього ступеня шляхом введення відповідної схеми її освіти і структурних інваріантів, що залишаються незмінними при різних афінних перетвореннях і структурних деформаціях контуру.

Ключові слова: *математична модель, семантичне перетворення, структурні інваріанти, афінні перетворення, структурні деформації контуру.*

MATHEMATICAL MODEL OF PROCESS SEMANTIC TRANSFORMATION CONTOUR IMAGE IN THE STRUCTURE OF CONCEPT

V.V. Onischenko

In the mathematical is considered the article model of process of semantic transformation of contour image of in the structure of concept, founded on successive generalization of properties of structural elements of initial denotant structure and forming of aggregate of of mathematical the structures on scale of great numbers of structural elements. At it every of subsequent summarizes the feet of scales of great numbers properties of structural elements of the previous stage by introduction of the proper chart of its education and structural invariant, remaining unchanging at different affine transformations and structural of deformations of contour.

Keywords: *mathematical model, semantic transformation, structural invariant, affine transformations, structural of deformations of contour.*