

**ОПЕРАТИВНАЯ ОЦЕНКА В ПОЛЕТЕ ОБЛАСТИ ВОЗМОЖНЫХ
МАНЕВРОВ
АЭРОБАЛЛИСТИЧЕСКИХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ
ПРИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОМ ТРАЕКТОРНОМ УПРАВЛЕНИИ**

к.т.н. А.А. Журавлёв
(представил д.т.н., проф. О.Н. Фоменко)

Рассматривается метод оперативной оценки области возможных траекторий маневров аэробаллистических летательных аппаратов (АБ ЛА) в вертикальной плоскости и поля возможных скоростей на основе виртуальной траекторной системы координат при интеллектуальном траекторном управлении.

Постановка проблемы. При изменении в полете многоцелевого АБ ЛА пространственно-временной целевой обстановки, приводящей к изменению цели управления, возникает необходимость оперативно синтезировать новую оптимальную траекторию. Оперативный синтез желаемой траектории, обеспечивающей выполнение новой целевой задачи с учетом ограничений на управляющие воздействия, проводится на основе сплайн-функциональных моделей [5] траектории. При этом требуется задать в пространстве узловые точки и желаемую ориентацию вектора скорости в этих точках. Необходимым условием физической реализуемости траектории является расположение узловых точек внутри трубки возможных траекторий маневров и согласование желаемой ориентации вектора скорости с полем возможных скоростей.

Возникает задача на борту высокоскоростного АБ ЛА в масштабе реального времени полета оперативно и с достаточной точностью оценить трубку возможных траекторий маневров и поле возможных скоростей. Трудности оценки обусловлены тем, что параметры, описывающие аэрогравитационное поле приземного пространства, а также эффективность аэродинамического управления изменяются в широких диапазонах, в зависимости от высоты полета и числа Маха.

Анализ литературы. Реализация в бортовом цифровом управляющем вычислительном комплексе (БЦУВК) однократного прогнозирования трубки возможных траекторий маневров на основе многократного интегрирования уравнений движения центра масс в ускоренном масшта-

бе времени при различных управляющих функциях [2] не удовлетворяет требованиям оперативности.

Метод, основанный на заблаговременном расчете трубок возможных траекторий маневров с последующей аппроксимацией различными аналитическими выражениями [1, 3], не учитывает фактические условия полета и вариации значений параметров объекта управления. Поэтому этот способ обеспечивает только грубую оценку и не удовлетворяет требованиям по точности оценки. В работе [4] предложено разбить физическое пространство возможных траекторий с широкими диапазонами изменений параметров аэрогравитационного поля на множество локальных подобластей, внутри которых эти параметры аппроксимируются константами. Такой методический прием позволяет оценивать локальные участки трубки возможных траекторий маневров и поля возможных скоростей по аналитическим соотношениям с достаточной точностью и оперативностью.

Цель статьи. Изложить метод оперативной оценки значений параметров области возможных траекторий маневров в вертикальной плоскости и поля возможных скоростей на основе аналитического прогноза участка траектории АБ ЛА в локальной аэрогравитационной подобласти приземного пространства при движении с постоянным значением угла атаки и нулевым значением угла скольжения в процессе интеллектуального траекторного управления.

Основная часть. Для универсализации моделей движения АБ ЛА в различных системах координат, соответствующих локальным подобластям, вводится вектор $\mathbf{q}(t)$ обобщенных координат $q_i(t)$, $i = \overline{1, 6}$:

$$\mathbf{q}(t) = (q_1(t), \dots, q_6(t)); \quad t = t' - t'_l; \quad l = 1, 2, \dots, s,$$

где t' – текущее время полета, отсчитываемое от момента старта t_0 ; t'_l – момент мгновенного перехода в $\mathbf{q}(t)$ систему координат; l – номер локальной подобласти.

При описании движения центра масс АБ ЛА обобщенным координатам $q_i = q_i(t)$ присваиваются кинематические параметры движения материальной точки в стартовой системе координат (ССК) $\mathbf{X} = \{O; x, y, z\}$:

$$\{q_1 = x; q_2 = y; q_3 = z; q_4 = V; q_5 = \theta; q_6 = \Psi\},$$

где x, y, z – декартовы координаты ССК; V – модуль вектора скорости; θ – угол наклона вектора скорости и Ψ – угол курса.

Движение многоцелевого АБ ЛА описывается векторными дифференциальными уравнениями с непрерывным и дискретным временем:

$$\begin{aligned} d\mathbf{q}(t)/dt &= \mathbf{f}(\mathbf{q}(t), \mathbf{u}(t_n), \mathbf{k}_x, \mathbf{k}_c, \xi(t), t, t_n); & (1) \\ \mathbf{q} &= \mathbf{q}(t) \in \Omega_{q_3} \subset \Omega_{q_4}; \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}(t_n) \in \Omega_{U_3} \subset \Omega_U; \quad \xi = \xi(t) \in \Omega_{\xi_3} \subset \Omega_{\xi}; \\ \mathbf{k}_x &\in \Omega_k; \quad \mathbf{k}_c \in \Omega_c; \quad t \in [t_0, t_k]; \quad t_n - t_{n-1} = T; \quad n = 1, 2, \dots, \end{aligned}$$

при начальных условиях $\mathbf{q}(t_0) = \mathbf{q}_0$, (2)
где $\mathbf{q}(t)$ – вектор состояния размерности $\dim(\mathbf{q}) = n_q$; \mathbf{f} – нелинейная вектор-функция; t_k – заранее нефиксированный момент окончания полета; t_n – дискретное время; T – такт выдачи управляющих сигналов; $\mathbf{u}(t)$ – вектор управлений размерности $\dim(\mathbf{u}) = n_u$; \mathbf{k}_x – вектор конструктивных параметров объекта размерности $\dim(\mathbf{k}_x) = n_{kx}$; \mathbf{k}_c – вектор параметров моделей геофизических условий полета размерности $\dim(\mathbf{k}_c) = n_{kc}$; $\xi(t)$ – вектор случайных процессов; Ω_{qp} , Ω_{U_3} , Ω_{ξ} – эксплуатационные области состояний, управлений и возмущений; Ω_q , Ω_U , Ω_{ξ} – области состояний, управлений и возмущений; Ω_k , Ω_c – область вектора параметров объекта и геофизических условий.

Граничные условия на правом конце траектории определяются

$$S_k(\mathbf{q}_ц(t_k), \mathbf{q}(t_k), \mathbf{k}_s, t) = 0, \quad (3)$$

где $\mathbf{q}_ц(t_k)$ – известные обобщенные координаты целевой точки; \mathbf{k}_s – вектор параметров, доставляющих семейству траекторий требуемые свойства.

Наблюдаемый процесс $\mathbf{z}(t)$ является результатом нелинейного преобразования $\mathbf{q}(t)$ при шуме $\eta(t)$:

$$\mathbf{z}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{h}(\mathbf{q}(t), \mathbf{u}(t_n), \mathbf{k}_z, \eta(t), t); \quad (4)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}(\mathbf{q}, t) \in \Omega_{Z_3} \subset \Omega_Z; \quad \mathbf{k}_z \in \Omega_k; \quad \eta = \eta(t) \in \Omega_{\eta_3} \subset \Omega_{\eta},$$

где \mathbf{h} – известная функция указанных аргументов; \mathbf{k}_z – вектор конструктивных параметров наблюдателя размерности $\dim(\mathbf{k}_z) = n_{kz}$; $\eta(t)$ – случайная функция с известными статистическими характеристиками; Ω_{Z_3} , Ω_{η_3} – эксплуатационные области наблюдений и возмущений; Ω_Z , Ω_{η} – области наблюдений и возмущений.

В течение такта T формирования управляющего сигнала в БЦУВК на основе проведения серии текущих измерений, занимающих интервал времени $\Delta t_{из}$, получают множества дискретных значений наблюдателя, (сигналы измерителей квантуются в дискретные моменты времени $[nT_1]$ с номером n):

$$\mathbf{z}^n[nT_1] \in \Omega_{Z_3} \subset \Omega_Z; \quad \mathbf{u}^n[nT_1] \in \Omega_{U_3} \subset \Omega_U; \quad n = 1, 2, \dots, N; \quad NT_1 \leq \Delta t_{из} < T, \quad (5)$$

где T_1 – такт квантования по времени наблюдаемых процессов; N – количество моментов квантования по времени.

Желаемая траектория, удовлетворяющая краевым условиям (2) и (3), задается в функции обобщенного аргумента $\chi(t) = \{q_1(t), s(t)\}$, которому в зависимости от номера $N_3 = (1, 2)$ этапа синтеза траектории присваивается значение обобщенной координаты $q_1(t)$, либо $s(t)$ – пути вдоль траектории:

$$q_i^*(\chi) = \sum_{k=1}^K \Lambda_k(\chi) \left(\sum_{m=0}^4 a_{q_i m} \Delta \chi^m \right); \quad \Lambda_k(\chi) = \begin{cases} 1, & \chi(t) \in [\chi_k, \chi_{k+1}); \\ 0, & \chi(t) \notin [\chi_k, \chi_{k+1}); \end{cases} \quad (6)$$

$$\chi(t) := \begin{cases} q_1(t); & \text{при } N_\vartheta = 1; \\ s(t); & \text{при } N_\vartheta = 2, \end{cases} \quad i = \begin{cases} 2, 3; & \text{при } N_\vartheta = 1; \\ 1, 2, 3; & \text{при } N_\vartheta = 2, \end{cases} \quad \chi(t) \in [0, \chi_k];$$

$$q_1 = q_1(t) > 0; \quad s = s(t) > 0; \quad \chi = \chi(t); \quad \Delta \chi = \chi(t) - \chi_k; \quad k = 1, \dots, K.$$

Для синтеза программной траектории (6) на отрезке $[0, \chi_k]$ задается разбиение $\bar{\Delta} : 0 < \chi_1 < \dots < \chi_k$; и в узлах χ_k ($k = 1, \dots, K$) неравномерной сетки $\bar{\Delta}$ задаются значения $q_i^{*(n)}(\chi_k) \in \Omega_{q_i(\eta)}$ производных по аргументу χ , где $\Omega_{q_i(\eta)}$ – область возможных значений координат и их производных; $\eta = 0, 1, 2$ – порядок производной:

$$q_i^{*(n)}(\chi_k - \delta_\chi) = q_i^{*(n)}(\chi_k + \delta_\chi); \quad \delta_\chi > 0, \quad \text{при } \delta_\chi \rightarrow 0; \quad \eta = 0, 1, 2.$$

Правый конец желаемой траектории (6) располагается на точке цели с известными координатами, что определяется условиями:

$$q_{iK}^*(\chi_k) = q_{i\Omega}; \quad q_{iK}^{*'} = C_{q_i K}^*; \quad C_{q_i K}^* \in \Omega_{C_{q_i K}},$$

где $C_{q_i K}^*$ определяют желаемую ориентацию вектора скорости в точке цели.

Если по условию целевой задачи допустима вариация ориентации вектора скорости АБ ЛА в точке цели, то коэффициенты $C_{q_i K}^*$ являются варьируемыми параметрами, обеспечивающими требуемые свойства заключительному участку траектории при подлете к цели.

Первые три коэффициента полинома $a_{q_i m}$, $m = 0, 1, 2$ определяются только обобщенными координатами q_i и их производными q_i' и q_i'' на левом конце k -го участка траектории по выражениям:

$$a_{q_i 0} = q_i(\chi_k); \quad a_{q_i 1} = q_i' \Big|_{\chi=\chi_k}; \quad a_{q_i 2} = 0,5 q_i'' \Big|_{\chi=\chi_k}, \quad (7)$$

а два коэффициента $a_{q_i m}$, $m = 3, 4$ определяются с учетом требуемых значений обобщенных координат q_i^* и их производных $(q_i^*)'$ и $(q_i^*)''$ на правом конце k -го участка траектории по выражениям:

$$a_{q_i 3} = \left[4\bar{\Delta}q_i / \bar{\Delta}\chi - 3a_{q_i 1} - 2\bar{\Delta}\chi a_{q_i 2} - C_{q_i k} \right] / \bar{\Delta}\chi^2; \\ a_{q_i 4} = \left[-3\bar{\Delta}q_i / \bar{\Delta}\chi + 2a_{q_i 1} + \bar{\Delta}\chi a_{q_i 2} + C_{q_i k} \right] / \bar{\Delta}\chi^3; \quad (8)$$

$$C_{q_i k} = (q_i^*)' \Big|_{\chi=\chi_{k+1}}; \quad \bar{\Delta} q_i = q_i^*(\chi_{k+1}) - q_i^*(\chi_k); \quad \bar{\Delta} \chi = \chi_{k+1} - \chi_k,$$

где $C_{q_i k}$ – варьируемые параметры, обеспечивающие на k -м участке траектории допустимые значения нормальной и боковой перегрузок.

Производные q_i' и q_i'' в (7) при $\chi_k - \delta_\chi \leq \chi(t) \leq \chi_k$ выражаются через параметры траектории q_4, q_5, q_6 по следующим соотношениям:

$$1) \chi(t) := q_1(t) \quad q_2' = \text{tg } q_5 (1 + \text{tg}^2 q_6)^{1/2}; \quad q_3' = -\text{tg } q_6; \\ q_2'' = (1 + \text{tg}^2 q_5)^{3/2} (1 + \text{tg}^2 q_6) [a_n - a_b \text{tg } q_5 \text{tg } q_6 (1 + \text{tg}^2 q_5)^{-1/2}] / q_4^2; \\ q_3'' = -a_b (1 + \text{tg}^2 q_5) (1 + \text{tg}^2 q_6)^{3/2} / q_4^2; \quad (9)$$

$$2) \chi(t) := s(t) \quad q_1' = \cos q_5 \cos q_6; \quad q_2' = \sin q_5; \quad q_3' = -\cos q_5 \sin q_6;$$

двигателем; 2) в вертикальной плоскости, проходящей через вектор скорости $\bar{V}(t_n)$ центра масс АБ ЛА; 3) в невозмущенной атмосфере сферической Земли; 4) с нулевыми значениями углов атаки $\alpha(t') = 0$ и скольжения $\beta(t') = 0$. Эти гипотезы позволяют применить для описания траектории виртуальной точки O_b в ССК математическую модель [5] в виде:

$$\begin{aligned} q_2^{0*} &= d_3 (q_1)^3 + d_2 (q_1)^2 + d_1 q_1 + d_0; & (11) \\ d_0 &= q_2 0; & d_1 = \text{tg } q_5 0; & d_2 = -g_c / [2(q_4 0)^2 \cos^2 q_5 0]; \\ d_3 &= 2 d_2 b_3 / 3; & b_3 &= \rho_c S_M c_k / m, \end{aligned}$$

где верхним индексом (*) – обозначены прогнозируемые значения; S_M – площадь миделя; c_k – коэффициент; m – масса АБ ЛА; g_c , ρ_c – значения параметров аэрогравитационного поля локальной подобласти.

Прогнозируемые значения $q_5 1^{0*}$ угла наклона и $q_4 1^{0*}$ модуля вектора скорости точки O_b в ССК вычисляются по соответствующим соотношениям $q_5 1^{0*} = \arctg(F)$; $q_4 1^{0*} = q_4 0 \{ (F^2 + 1) / (d_1^2 + 1) \}^{1/2} \exp \{ -q_1 1 b_3 (d_1^2 + 1)^{1/2} \}$, (12) где $F = 3 d_3 (q_{11})^2 + 2 d_2 q_{11} + d_1$.

Прогнозируемое значение t^* времени движения точки O_b оценивается по соотношению

$$t^* = [1 + 2f - \exp \{ -b_3 q_1 1 / f \} (1 + 2f + 2 b_3 q_1 1)] / (b_3 q_4 0), \quad (13)$$

где $f = (F^2 + 1)^{-1/2}$.

Проектируя \bar{V}^1 вектор скорости материальной точки O_1 на оси τ , n , b , получим систему дифференциальных уравнений

$$d\tau / dt = q_4^0 (\cos \delta q_5 - 1) + \delta q_4 \cos \delta q_5; \quad dn / dt = q_4^0 \sin \delta q_5 + \delta q_4 \sin \delta q_5, \quad (14)$$

где $\delta q_4 = q_4^1(t') - q_4^0(t')$; $\delta q_5 = q_5^1(t') - q_5^0(t')$; при $t' = 0$ $\delta q_4 = 0$ и $\delta q_5 = 0$, δq_4 , δq_5 – изохронные отклонения $q_4^1(t')$ модуля вектора скорости и $q_5^1(t')$ угла наклона вектора скорости от их виртуальных значений $q_4^0(t')$ и $q_5^0(t')$.

Производные по времени от δq_4 , δq_5 описываются уравнениями:

$$\begin{aligned} d\delta q_4 / dt &= -\rho_c \sigma (q_4^0)^2 [c_x (2 + \delta q_4 / q_4^0) \delta q_4 / q_4^0 + c_x^\alpha \alpha^2] - \delta q_5 g_c \cos q_5^0; \\ d\delta q_5 / dt &= \rho_c \sigma c_y q_4^0 + (2\rho_c \sigma c_y - (dq_5^0 / dt) / q_4^0) \delta q_4 - \delta q_5 g_c \sin \theta^0 / q_4^0. \end{aligned} \quad (15)$$

Отбрасывая в (15) слагаемые второго порядка малости, получим:

$$d\delta q_4 / dt \approx -\rho_c \sigma q_4^0 (q_4^0 c_x^\alpha \alpha^2 + 2 c_x \delta q_4); \quad d\delta q_5 / dt \approx \rho_c \sigma c_y q_4^0. \quad (16)$$

Интегрирование выражения для $d\delta q_5 / dt$ в (16) по времени дает решение

$$\delta q_5 = \rho_c \sigma c_y s^0(t'), \quad (17)$$

где $s^0 = \int q_4^0 dt'$ – путь вдоль виртуальной траектории за $t' = \Delta t_i$.

Исключая в системе уравнений (16) dt , получим

$$d\delta q_4 / d\delta q_5 = -q_4^0 c_\alpha - 2 K_\alpha \delta q_4, \quad (18)$$

где $c_\alpha = (c_x^\alpha / c_y^\alpha) \alpha$; $K_\alpha = c_y / c_x$.

Интегрирование по частям выражения (18) дает решение

$$\delta q_4 = 0.5 q_4^0 K_\alpha c_\alpha [\exp(\lambda) - 1], \quad (19)$$

где $\lambda = 2 \delta q_5 / K_a$.

Выражения (17) и (19) позволяют при $t^* = t'$ по значениям $s^0(t^*)$ длины виртуальной траектории и $q_4^0(t^*)$ модуля вектора скорости прогнозировать значения $q_5^{1*}(t^*)$ и $q_4^{1*}(t^*)$:

$$q_4^{1*}(t^*) = q_4^0(t^*) + \delta q_4; \quad q_5^{1*}(t^*) = q_5^0(t^*) + \delta q_5. \quad (20)$$

В уравнениях (14) заменим независимый аргумент t на δq_5 , получим:

$$\begin{aligned} d\tau / d\delta q_5 &= C_1 \{ \cos \delta q_5 [1 + c_\alpha \delta q_5 (1 + 2 \delta q_5 / K_a)] - 1 \}; \\ d n / d\delta q_5 &= C_1 [1 + c_\alpha (1 + 2 \delta q_5 / K_a)] \sin \delta q_5. \end{aligned} \quad (21)$$

Интегрирование (21) по аргументу δq_5 дает решение, позволяющее оценить значения координат (τ, n) точки O_1 в ВТ СК:

$$\begin{aligned} \tau &= C_1 \{ \sin \delta q_5 [1 - 4c_\alpha / K_a + c_\alpha \delta q_5 (1 + \lambda)] + \cos \delta q_5 c_\alpha (1 + 2\lambda) - \delta q_5 - c_\alpha \}; \\ n &= C_1 (1 + c_\alpha) [1 - \cos \delta q_5 (1 + \lambda C_2) + (2C_2 / K_a) \sin \delta q_5], \end{aligned} \quad (22)$$

где $C_1 = 1 / (\rho_c \sigma c_y)$; $C_2 = c_\alpha / (1 + c_\alpha)$.

Прогнозируемые значения координат (q_1^{1*}, q_2^{1*}) точки O_1 в ССК определяются по соотношениям:

$$q_1^{1*} = q_1^{0*} - \tau \cos q_5^0 - n \sin q_5^0; \quad q_2^{1*} = q_2^{0*} - \tau \sin q_5^0 + n \cos q_5^0. \quad (23)$$

Выводы. 1. Разбиение области пространства возможных траекторий АБ ЛА с широкими диапазонами изменения параметров аэрогравитационного поля на совокупность локальных подобластей, внутри которых соответствующие параметры аппроксимируются константами, позволяет формировать оперативные оценки параметров области возможных траекторий маневра и поля возможных скоростей. 2. Использование виртуальной траекторной системы координат позволило получить аналитические выражения (17), (19), (20), (22) и (23), по которым в БЦУВК проводится оперативная оценка параметров локальной области возможных траекторий и поля возможных скоростей. 3. При интеллектуальном траекторном управлении АБ ЛА возникает дополнительная задача оперативной идентификации текущей локальной подобласти, в которой находится АБ ЛА.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фоменко О.Н., Журавлёв А.А. Аналитические модели траекторий аэробаллистических летательных аппаратов при универсализации терминального управления // СОИ. – Х.: ХВУ. – 2003. – Вып. 4. – С. 157 – 165.
2. Лебедев А.А., Герасюта Н.Ф. Баллистика ракет. – М.: Машиностроение. – 1970. – 244 с.
3. Аппазов Р.Ф., Сытин О.Г. Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли. – М.: Наука, 1987. – 440 с.
4. Фоменко О.Н. Исследование точности нелинейных систем автоматического управления со случайными параметрами // Техническая кибернетика. – М.: Изв. АН СССР. – 1967. – № 1. – С. 18 – 20.

Поступила 13.05.2004

ЖУРАВЛЁВ Александр Александрович, к.т.н, доц., докторант ХВУ. В 1984 году окончил ХВВКИУ. Область научных интересов – методы и математические модели универсализации систем управления движением беспилотных аэробаллистических ЛА.
