УДК 623.021:005

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ РАЗНОРОДНЫХ СИЛ И СРЕДСТВ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА СРЕДНЕВЗВЕШЕННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ СУММАРНОГО КОЛИЧЕСТВА ОСНОВНЫХ СИЛ ПРОТИВНИКА ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

к.т.н. В.Б. Кононов
(представил д.т.н., проф. Б.Ф. Самойленко)

Рассматривается задача оптимального управления распределением разнородных сил и средств оперирующих сторон по критерию минимума средневзвешенного математического ожидания суммарного количества основных сил противоборствующей стороны в конце конфликтной ситуации в условиях определенности при переменных параметрах распределения сил и средств стороны А.

Постановка задачи. При решении задач планирования в конфликтных ситуациях необходимо определить законы оптимального управления распределением разнородных сил и средств, имеющихся у оперирующей стороны, исходя при этом от поставленных целей, складывающейся ситуации и вероятных действий противника.

Планирование и последующее управление распределением разнородных сил и средств, а также управление распределением сил и средств резерва в условиях современной конфликтной ситуации представляет собой важную военно-научную задачу, актуальность которой определяется необходимостью создания в Вооруженных Силах Украины автоматизированной системы управления войсками и оружием.

Анализ литературы. Задачи оптимального управления распределением неоднородных сил и средств оперирующих сторон рассматривались в работах [1 – 5]. Так, в [1] сформулирована задача исследования и предложены критерии оптимального распределения сил и средств оперирующей стороны в динамических процессах конфликтных ситуаций. В [2] рассмотрен метод решения задачи распределения сил и средств в конфликтной ситуации. В [3] рассмотрена методика решения задач определения соотношения сил и средств сторон для случая разнородных средств. В [4] изложена методика решения задачи оптимального управления распределением разнородных сил и средств конфликтующей стороны по критерию минимума среднего суммарного количества основных сил противника. В [5] рассматривается решение задач оптимального управления распределением неоднородных сил и средств конфликтующей стороны по критериям максимума среднего суммарного количества основных сил в конце конфликтной ситуации, минимума среднего суммарного количества основных сил противника и максимума среднего суммарного количества основных сил за весь период конфликтной ситуации. Однако в этих работах не рассматривалось оптимальное управление распределением разнородных сил и средств сторон по критерию минимума средневзвешенного математического ожидания суммарного количества основных сил противоборствующей стороны в конце конфликтной ситуации в условиях определенности при переменных параметрах распределения сил и средств стороны А.

Цель статьи. Целью статью является рассмотрение методов решения задачи оптимального управления распределением разнородных сил и средств сторон по критерию минимума средневзвешенного математического ожидания суммарного количества основных сил противоборствующей стороны в конце конфликтной ситуации в условиях определенности при переменных параметрах распределения сил и средств стороны А.

Основной материал. Рассмотренные в [1 – 5] математические модели оптимального распределения разнородных сил и средств оперирующей стороны не учитывают относительную важность разнородных сил противника, так как в предлагаемых критериях: минимума среднего суммарного количества основных сил противника в конце конфликтной ситуации $\min\limits_{\{\alpha\}} \sum\limits_{j=1}^{n_1} y_j(T)$; максимума среднего суммарного количества основных сил оперирующей стороны в конце конфликтной ситуации $\max\limits_{\{\alpha\}} \sum\limits_{i=1}^{m_1} x_i(T)$; минимума среднего суммарного количества основных сил противника за весь период конфликтной ситуации $\min\limits_{\{\alpha\}} \frac{1}{T}\int\limits_0^T \sum\limits_{j=1}^{n_1} y_j(t)\,dt$; максимума среднего суммарного количества основных сил противника за весь период конфликтной ситуации $\max\limits_{\{\alpha\}} \frac{1}{T}\int\limits_0^T \sum\limits_{i=1}^{m_1} x_i(t)\,dt$, основные силы, как противника, так и оперирующей стороны, имеют одинаковые веса.

В предложенных критериях $x_i(t)$, $y_j(t)$ – математические ожидания количества боевых средств сторонами А и В, сохранившихся к моменту времени t; $x_i(T)$, $y_j(T)$ – математические ожидания количества боевых средств сторонами A и B, сохранившихся к моменту времени T; n_1, m_1 – количество типов основных средств сторон B и A соответственно; m, n – количество типов сил и средств сторон A и B соответственно; t – промежуточное время конфликтной ситуации; T – заданное время конфликтной ситуации; $\alpha = \left\| \alpha_{ji} \right\|_{n,m}$ – искомые управляющие параметры распределения сил и средств стороны A по силам и средствам стороны B.

Рассмотрим задачу оптимального распределения разнородных сил и средств стороны A, в которой сторона A выбирает свои управляющие параметры $\alpha = \left\| \alpha_{ji} \right\|_{n,m}$ так, чтобы средневзвешенное количество основных сил стороны B было минимальным при неизвестной стратегии распределения сил и средств стороны B. В данной задаче зависимость матрицы управляющих параметров $\alpha(t)$ от времени позволяет учитывать маневр сил и средств, а также их перенацеливание по объектам противника.

Сформулируем математическую модель данной задачи:

$$\min_{\{\alpha(t)\}} \sum_{j=1}^{n_1} w_j y_j(T); \tag{1}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dx_i}{dt} = -\sum\limits_{j=1}^{n} \beta_{ij} b_{ij} y_j(t), \quad i = \overline{1, m}; \\ \dfrac{dy_j}{dt} = -\sum\limits_{i=1}^{m} \alpha_{ji}(t) a_{ji} x_i(t), \quad j = \overline{1, n}; \end{cases} \tag{2}$$

$$x_i(0) = x_i^0, \quad i = \overline{1, m}; \quad y_j(0) = y_j^0, \quad j = \overline{1, n};$$

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{m} \beta_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, n}; \quad \beta_{ij} \ge 0; \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}; \\ \sum\limits_{j=1}^{n} \alpha_{ji}(t) = 1, \quad i = \overline{1, m}; \quad \alpha_{ji}(t) \ge 0; \quad j = \overline{1, n}, \quad i = \overline{1, m}, \end{cases} \tag{3}$$

где $w_j \left(j = \overline{1, n_1}\right)$ – коэффициент важности основного средства j-го типа стороны B; $\beta_{ij} \left(i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}\right)$ – заданные параметры распределения сил и средств стороны B; $\alpha_{ji} \left(j = \overline{1, n}, \quad i = \overline{1, m}, \quad 0 \le t \le T\right)$ – искомые управляющие параметры распределения сил и средств стороны A по силам и средствам стороны B; $x_i^0, y_j^0\left(i=\overline{1,m}; \quad j=\overline{1,n}\right)$ – количество сил и средств i-го типа стороны A и j-го типа стороны B в начале конфликтной ситуации; $\alpha_{ji}, \beta_{ij}\left(i=\overline{1,m}; \quad j=\overline{1,n}\right)$ – эффективные скорострельности средств i-го типа стороны A и j-го типа стороны B соответственно.

В ходе конфликтной ситуации стратегия распределения сил и средств в (1) – (3) стороны A может меняться.

Представим функцию Гамильтона–Понтрягина для задачи (1) – (3):

$$H(x, y, \varphi, \eta, \alpha) = -\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left[\beta_{ij} b_{ij} y_j(t)\varphi_i(t) + \alpha_{ji}(t) a_{ji} x_i(t)\eta_j(t)\right] \qquad (4)$$

и соответствующую сопряженную систему

$$\begin{cases} \dfrac{d\varphi_i(t)}{dt} = \sum\limits_{j=1}^{n}\alpha_{ji}(t) a_{ji} x_i(t)\eta_j(t), \quad i=\overline{1,m}; \\ \dfrac{d\eta_j(t)}{dt} = \sum\limits_{i=1}^{m}\beta_{ij} b_{ij} y_j(t)\varphi_i(t), \quad j=\overline{1,n}. \end{cases} \qquad (5)$$

Для решения задачи (1) – (3) воспользуемся принципом максимума Понтрягина: если $\left\{x^*(t), y^*(t), \alpha^*(t), t\in[0,T]\right\}$ – решение задачи (1) – (3), то существуют непрерывные вектор-функции:

$$\varphi(t) = \left[\varphi_1(t), \varphi_2(t), \cdots, \varphi_m(t)\right]; \quad \eta(t) = \left[\eta_1(t), \eta_2(t), \cdots, \eta_n(t)\right]$$

и постоянная φ_0 такие, что:

1) $\varphi_0 \geq 0, \quad \left|\varphi_0\right| + \|\varphi(t)\| + \|\eta(t)\| \neq 0, \quad t\in[0,T];$

2) $\{\varphi(t), \eta(t)\}$ – является решением сопряженной системы (5), соответствующим рассматриваемому решению;

3) при каждом $t\in[0,T]$ функция $H\left(x(t), y(t), \varphi(t), \eta(t), \alpha(t)\right)$ переменной $\alpha(t)$ достигает своей верхней грани на множестве D, которое задается ограничениями (3);

4) на правом конце выполняется условие трансверсальности:

$$\varphi(T) = \varphi_0\nabla_x\Phi(y(T)) = [0,\cdots,0]', \quad \eta(T) = \varphi_0\nabla_y\Phi(y(T)) = \left[\varphi_0 w_1, \cdots, \varphi_0 w_{n_1}, 0, \cdots, 0\right]',$$

где $\Phi(y(T)) = \sum\limits_{j=1}^{n_1} w_j y_j(T)$; $\eta_j(T) = \varphi_0 w_j$, $j=\overline{1,n_1}$; $\eta_j(T) = 0$, $j=\overline{n_1+1,n}$.

Константа $\varphi_0 \neq 0$, так как если $\varphi_0 = 0$, то система (5) при нулевых условиях на правом конце имеет лишь нулевое решение: $\varphi(t) \equiv 0$; $\eta(t) \equiv 0$, что противоречит пункту 1 условий оптимальности. Поэтому, можно считать $\varphi_0 = -1$, а условия трансверсальности примут вид:

$$\varphi_i(T) = 0, \quad i = \overline{1, m}; \eta_j(T) = -w_j, \quad j = \overline{1, n_1}; \eta_j(T) = 0, \quad j = \overline{n_1 + 1, n}. \quad (6)$$

Таким образом, поиск оптимального управления сводится к решению следующей задачи:

$$\max_{\alpha \in D} \left\{ -\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left[\beta_{ij} b_{ij} y_j(t) \varphi_i(t) + \alpha_{ji}(t) a_{ji} x_i(t) \eta_j(t) \right] \right\}.$$

Выводы. 1. В статье сформулирована задача оптимального управления распределением разнородных сил и средств оперирующих сторон по критерию минимума средневзвешенного математического ожидания суммарного количества основных сил противоборствующей стороны в конце конфликтной ситуации в условиях определенности при переменных параметрах распределения сил и средств стороны А.

2. В сформулированной задаче учтено, что в ходе конфликтной ситуации стратегия распределения сил и средств стороны А может меняться.

3. Использование метода условного градиента решения сформулированной задачи при изменившихся начальных условиях проблематично. Требуется определить достаточно простой и “быстродействующий” алгоритм решения данной задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кононов В.Б., Евстрат Д.И., Рафальский Ю.И., Бабий И.Ф. Задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций // Системи обробки інформації. – Х.: ХВФ «Транспорт України». – 2001. – Вип. 1(11). – С. 129 – 133 .*
2. *Кононов В.Б. Метод решения задачи распределения сил и средств в конфликтной ситуации // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 2(18). – С. 155 – 158.*
3. *Кононов В.Б., Рафальский Ю.И., Гурин А.П. Оптимальное управление распределением средств резерва. // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 5(21). – С. 45 – 47.*
4. *Кононов В.Б., Нестеренко А.П., Кожушко Я.Н. Оптимальное управление распределением неоднородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества основных сил противника в конфликтной ситуации // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 6(22). – С. 277 – 280.*
5. *Кононов В.Б. Задачи оптимального управление распределением неоднородных сил и средств // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2002. – Вип. 1(17). – С. 59 – 62.*

Поступила 11.05.2004

КОНОНОВ Владимир Борисович, *канд. техн. наук, доцент, зам. нач. факультета ХВУ. В 1987 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – исследование операций.*