УДК 629.7.017

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОВРЕЖДЕННОЙ ЛОПАСТИ ВЕРТОЛЕТА ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ КРИТИЧЕСКИХ СКОРОСТЕЙ ФЛАТТЕРА И ДИВЕРГЕНЦИИ

к.т.н. А.А. Корочкин, к.т.н. И.А. Кашаев, А.Г. Костаков
(представил д.т.н. А.Б. Леонтьев)

Предлагается аналитическая модель повреждений лопасти в воздушном потоке вертолета, позволяющая определить ее критические скорости флаттера и дивергенции. Модель позволит еще на ранних стадиях проектирования проводить анализ ее боевой живучести по условию аэроупругости и разрабатывать эффективные конструктивные мероприятия, направленные на ее повышение.

Актуальность. Одним из важных свойств военных летательных аппаратов (ЛА) является боевая живучесть, которая в значительной степени определяет эффективность их боевого применения. Боевая живучесть ЛА (или его отдельных частей) закладывается в процессе его проектирования, поэтому определенный интерес представляют аналитические методы оценки боевой живучести, которые могут служить инструментом при проектировании ЛА.

Анализ последних исследований и публикаций. Вопросы остаточной прочности, устойчивости и управляемости ЛА при повреждении его различными средствами поражения к настоящему времени изучены достаточно хорошо [1 – 5], но вопросы остаточной жесткости поврежденной конструкции и связанные с ней явления аэроупругости изучены еще недостаточно. Существующие экспериментально-эмпирические методы оценки боевой живучести конструкции ЛА (или его отдельных частей) по условиям аэроупругости применимы только к уже созданным образцам авиационной техники и дают лишь ограниченные возможности анализа конструктивно-компоновочных решений.

Постановка задачи. В связи с этим возникает необходимость разработки математической модели флаттера и дивергенции поврежденной лопасти вертолета, позволяющей проводить предварительную оценку ее боевой живучести с точки зрения аэроупругой устойчивости.

Изложение основных результатов. В данной статье приводится математическая модель флаттера и дивергенции поврежденной лопасти вертолета, построенная на основе синтеза методов конечных элементов и дискретных вихрей, которая дает возможность предварительной оценки ее боевой живучести с точки зрения аэроупругости, а также анализа влияния на нее конструктивных параметров и разработки мероприятий по повышению ее боевой живучести.

Одной из причин поражения вертолета может служить разрушение лопасти несущего винта вследствие потери ею статической (дивергенция) или динамической (флаттер) устойчивости. Характеристики лопастей несущего винта выбираются таким образом, что деления флаттера или дивергенции при эксплуатации вертолета в пределах установленных ограничений не возникают. Наличие боевых повреждений может привести к тому, что условия для возникновения рассматриваемых аэроупругих явлений образуются на режимах полета, необходимых для продолжения выполнения боевого задания. В итоге произойдет разрушение лопасти и поражение вертолета по условию аэроупругости.

Вероятность поражения вертолета $P_{пор}$ по условию аэроупругости (возникновение на лопасти несущего винта явлений флаттера к дивергенции) при воздействии средств поражения определяется выражением

$$P_{пор}(x,y,z,\beta,\gamma) = \begin{cases} 1{,}0 & \text{при } V_ф^{пов} \le V_{вз} \text{ или } V_g^{пов} \le V_{вз}; \\ 0 & \text{при } V_ф^{пов} > V_{вз} \text{ или } V_g^{пов} > V_{вз}, \end{cases} \qquad (1)$$

где x, y, z – координаты точки подрыва ракеты (снаряда); β, γ – углы, определяющие положение вектора скорости ракеты (снаряда) относительно цели; $V_ф^{пов}$, $V_g^{пов}$ – критические скорости флаттера и дивергенции поврежденной лопасти вертолета; $V_{ВЗ}$ – скорость вертолета, необходимая для выполнения боевого задания.

Как видно из формулы (1), критические скорости $V_ф^{пов}$, $V_g^{пов}$ являются основными показателями (характеристиками) боевой живучести вертолета по условию аэроупругости. Ниже приводится аналитическая методика определения этих величин. Блок-схема решения задачи по определению показателей боевой живучести лопасти вертолета по условию аэроупругости представлена на рис. 1.

В большинстве случаев представление о динамической и статической устойчивости конструкции можно получить, исследуя устойчивость только бесконечно малых ее движений. Если малые деформации системы неустойчивы, то именно они определяют поведение конструкции, независимо от устойчивости больших движений [1].

Поведение упругой лопасти в воздушном потоке с достаточной степенью точности описывается следующей системой уравнений:

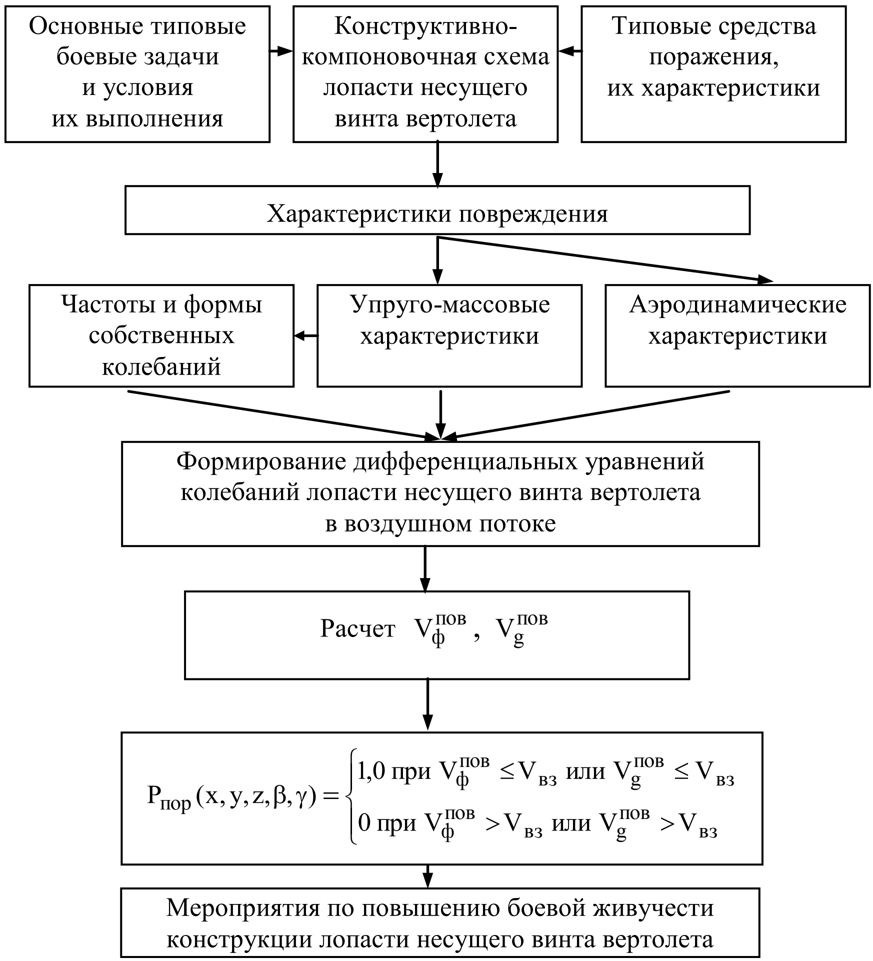

Рис. 1. Блок-схема решения задачи по определению показателей боевой живучести лопасти вертолета по условию аэроупругости

$$m\ddot{y} + [EIy''] - [Ny']' + m\sigma\chi\ddot{y}_0' + \frac{1}{2}C_y^{\alpha}\rho b\chi[U^2 y_0' + \left(\frac{3}{4}b - x_0\right)U\dot{y}_0' -$$

$$-m\sigma\ddot{v} - \frac{1}{2}C_y^{\alpha}\rho b\left[U^2 v + \left(\frac{3}{4}b - x_0\right)U\dot{v} - U\dot{y}\right] = 0;$$

$$I_m\ddot{v}-\left[GI_{крм}v'\right]'+\omega^2 I_m\ddot{v}+\frac{\pi}{16}\rho b^3 U\dot{v}+\frac{1}{2}C_y^\alpha\rho b\sigma_ф\left|U^2 v+\left(\frac{3}{4}b-x_0\right)U v\right|- \quad (2)$$

$$-\omega^2 m\sigma r y' - m\sigma\ddot{y}-I_m\chi\ddot{y}_0'-\omega^2 I_m\chi y_0'-\frac{\pi}{16}\rho b^3 U\chi\dot{y}_0'+$$

$$+1/2\cdot C_y^\alpha\rho b\sigma_ф\left[U^2 y_0'+(3/4\cdot b-x_0)Uy_0'\right]=0,$$

где y – перемещение элемента лопасти в плоскости взмаха; v – угол поворота элемента лопасти за счет упругих деформаций; y_0' – угол поворота лопасти в горизонтальном шарнире; χ – коэффициент компенсации взмаха; m – погонная масса элемента лопасти; m – погонный момент инерции элемента лопасти относительно оси жесткости; $GI_{кр}$ – жесткость лопасти на кручение; EI – жесткость лопасти на изгиб; ω – угловая скорость вращения лопасти; C^α_y – производная коэффициента подъемной силы по углу атаки; ρ – плотность воздуха; b – хорда лопасти; σ – расстояние от центра масс сечения до оси осевого шарнира; r – расстояние от оси вращения до рассматриваемого элемента лопасти; $\sigma_ф$ – расстояние от фокуса профиля до оси осевого шарнира; x_0 – расстояние от передней кромки до оси жесткости лопасти; U – суммарная величина относительной скорости потока, обтекающего профиль в плоскости нормальной к упругой оси лопасти.

Величина относительной скорости зависит от скорости полета положения рассматриваемого сечения и азимутального положения лопасти. С достаточной для решаемой задачи точностью можно принять, что

$$U=\omega r+V_0\sin\omega t_0.$$

Центробежная сила в сечении лопасти определяется по формуле

$$N=\omega^2\int_r^R m r\,dr.$$

В случае крепления лопасти на классической трехшарнирной втулке с компенсатором взмаха, граничные условия для системы уравнений (2) принимают вид:

$$M_0=(EIy'')_0=\chi(M_л+M_{тр});\quad M_л=(GI_{кр}v')_0=C_{упр}v_0+M_{тр},\quad (3)$$

где M_0 – изгибающий момент в комле лопасти; $M_л$ – крутящий момент в комле лопасти; $M_{тр}$ – момент сил трения в осевом шарнире втулки; $C_{упр}$ – жесткость системы управления; v_0 – угол поворота комля лопасти за счет упругих деформаций системы управления.

В этих уравнениях, в отличие от обычной записи [2], жесткостные, упруго-массовые и аэродинамические характеристики определяются с учетом боевых повреждений.

Система дифференциальных уравнений (2) является математической моделью для определения критических скоростей флаттера и дивергенции.

Решение системы уравнений (2) будем искать в виде:

$$y = \sum_j \sigma_j y^{(j)}; \quad v = \sum_k \nu_k v^{(k)}, \tag{4}$$

где $y^{(j)}$ и $v^{(k)}$ – формы собственных изгибных и крутильных колебаний лопасти в пустоте; σ_j и υ_k – коэффициенты изгибных и крутильных деформаций по j-му изгибному и k-му крутильному тону собственных колебаний.

В общем случае коэффициенты δ_j и ν_k представляют собой функции времена типа $\sigma_j = \sigma_{j_0} e^{\lambda t}(1+T)$, где функция T определяет содержание гармонических колебаний при флаттере.

В большинстве приближенных методов определения критических скоростей флаттера и дивергенции ограничиваются только основной частотой и влиянием гармонических составляющих пренебрегают (функцию T принимают равной нулю) [2]. Это предположение мы оставляем в силе и в данной работе.

Подставляя решение (4) в уравнения (2) и используя метод Б.Г. Галеркина и граничные условия (3), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнении относительно переменных δ_j и ν_k. В матричной форме эта система может быть записана в виде уравнения

$$C\ddot{X} + D\omega\ddot{X} + (A + \omega^2 B)X = 0. \tag{5}$$

Здесь переменная X – вектор-функция с проекциями δ_j и ν_k., т.е.

$$X = \begin{vmatrix} \sigma_0 \\ \sigma_1 \\ \nu_1 \\ \sigma_2 \\ \nu_2 \\ \ldots \end{vmatrix}, \tag{6}$$

а A, B, C, D – прямоугольные матрицы порядка z, зависящие от геометрических, жесткостных, массовых и аэродинамических характеристик лопасти [2], где z – сумма числа изгибных и крутильных тонов, учитываемых в расчете.

Полагая в уравнении (5) $X = X_0 e^{\lambda t}$, получим систему алгебраических уравнений вида

$$\left| C\lambda^2 + D\omega\lambda + A + \omega^2 B \right| X_0 = 0. \tag{7}$$

Приравнивая определитель этой системы нулю, получим характеристическое уравнение относительно неизвестного параметра λ. Корни этого уравнения полностью характеризуют движение лопасти, описанное системой (2).

Границы устойчивости (возникновения флаттера и дивергенции) лопасти в воздушном потоке определяются путем исследования корней характеристического уравнения, которые в общем случае являются комплексными, т.е. $\lambda_k = \sigma_k + ip_k \quad (k = 1,\ 2,\ 3, \ldots,\ z)$, где σ_k – действительная часть корня, характеризующая затухание колебаний (при $\delta_k < 0$ колебания затухают, при $\delta_k > 0$ – возрастают); p_k – мнимая часть корня, представляющая собой частоту колебаний.

Величины δ_k и p_k при заданных упруго-массовых и аэродинамических характеристиках лопасти зависят от скорости полета вертолета V_B и частоты вращения винта ω. Возможны и такие соотношения этих параметров, когда одна или несколько пар корней характеристического уравнения становятся вещественными, т.е.

$$\lambda_k = \lambda_{k_1},\ \ddot{\lambda}_{k_2},$$

где λ_{k_1}, λ_{k_2} – вещественные числа, определяющие характер апериодического движения лопасти (при $\lambda_{k_1} > 0$ или $\lambda_{k_2} > 0$ имеет место дивергенция).

Таким образом, из сказанного следует, что условия отсутствия флаттера в дивергенции имеют вид:

$$\sigma_k < 0;\ \lambda_{k_1} < 0;\ \lambda_{k_2} < 0 \quad (k = 1,\ 2,\ 3, \ldots,\ z).$$

Следовательно, для определения границ неустойчивости следует определить такое сочетание независимых параметров $V_в$ и ω, при которых корни характеристического уравнения или их действительные части становятся равными нулю.

Частоты колебаний лопасти при флаттере и критическую скорость полета (при заданной частоте вращения винта) получают из характеристического уравнения, приняв что $\lambda_k = ip_k$. Выражение для определения критической скорости дивергенции (при заданной частоте) также следует из характеристического уравнения, однако для этого нужно принять $\lambda_k = 0$.

Основному расчету границ неустойчивости предшествует расчет частот и форм собственных колебаний, жесткостных и аэродинамических характеристик поврежденной лопасти.

Определение остаточной жесткости поврежденных участков лопасти производится на основе изменений общих прогибов и углов кручения [3]. При определении абсолютных прогибов и закручивания (поврежденной и неповрежденной лопасти) реальная конструкция заменяется дискретноконтинуальной моделью, состоящей из конечных элементов балочного и треугольного пластинчатого типа. Введение треугольного пластинчатого элемента позволяет учитывать произвольное расположение силовых элементов и сложные вырезы (повреждения). Повреждение элементов конструкции лопасти учитывается путем «обнуления» в исходных данных жесткостных и массовых характеристик соответствующих балочных и пластинчатых конечных элементов расчетной схемы. Возможны и другие методы определения жесткостных характеристик поврежденной лопасти [4, 5].

Полученные законы изменения жесткостных характеристик поврежденной лопасти являются исходными данными для определения частот и форм собственных колебаний, которые определялись по методу трех моментов.

Для практических целей очень важно, какое количество переменных δ_j и ν_k (степеней свободы) необходимо учитывать в расчете. Опыт показывает [2], что достаточно полный ответ может быть получен, если форма колебаний лопасти представляется в виде комбинации нулевого и первого изгибных и первого крутильного тонов, т.е.

$$X = \begin{vmatrix} \sigma_0 \\ \sigma_1 \\ \nu_1 \end{vmatrix}.$$

Все остальные сочетания, основанные на учете большого количества форм изгибных и крутильных колебаний лопасти, практического интереса не представляют, так как соответствующие этим формам критические числа оборотов флаттера и дивергенции оказываются всегда выше интересующей нас рабочей области.

При определении аэродинамической нагрузки лопасть вертолета схематизируется базовой поверхностью, совпадающей со срединной поверхностью лопасти, которая, в свою очередь, моделируется системой газодинамических особенностей типа дискретных вихрей. Метод дискретных вихрей позволяет с достаточной точностью моделировать аэродинамическую нагрузку поврежденной лопасти при произвольной форме и координате повреждения [6] (рис. 2).

Рис. 2. Аэродинамическая модель лопасти вертолета

Кромки поврежденного участка очерчиваются ломаной линией, близкой к границам повреждения. Через все изломы проводятся сечения, перпендикулярные оси OZ. На полученных таким образом участках, за исключением поврежденного, располагаются с определенным шагом дискретные вихри. Задача решается при $M < 1$, в линейной постановке, при числе Струхаля, стремящемся к нулю. Предполагается, что обтекание лопасти плавное [7].

Выводы. Изложенная в данной статье математическая модель флаттера и дивергенции, построенная на основе синтеза методов конечных элементов и дискретных вихрей, дает возможность предварительной оценки боевой живучести частично поврежденной лопасти с точки зрения аэроупругой устойчивости, анализа влияния на нее конструктивных параметров и разработки мероприятий по повышению ее боевой живучести.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бисплингофф Р.Л., Эшли Х., Халфмэн Р.П. Аэроупругость. – М.: Издательство иностр. лит. – 1959. – 799 с.*
2. *Миль М. Л. и др. Вертолеты (расчет и проектирование). Книга I. Аэродинамика. – М.: Машиностроение, 1966. – 456 с.*
3. *Корочкин А.А. Дискретно-континуальная модель несущей поверхности в задачах определения остаточной жесткости конструкции при ее боевых повреждениях // НТС. – Х.: ХВВАИУ, 1985. – Вып. 6. – С. 54 – 60.*
4. *Стригунов В.М. Расчет самолета на прочность. – М.: Машиностроение, 1984. – 376 с.*
5. *Туркин К.Д. Конструкция летательных аппаратов. –- М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1972. – 533 с.*
6. *Ганиев Ф.И. Метод расчета аэродинамических производных летательного аппарата при разрушении части несущей поверхности // Научно-методические материалы по аэродинамике ЛА. – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1976. – С. 67 – 78.*
7. *Ганиев Ф.И., Карташов В.В., Подоляк М.П. Исследование влияния повреждения на распределение давления по поверхности прямоугольного крыла // Научно-методические материалы по конструкции, прочности и эффективности летательных аппаратов. – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1980. – С. 40 – 51.*

Поступила 12.04.2004

КОРОЧКИН Александр Анатольевич, *канд. техн. наук, доцент, начальник кафедры Харьковского института ВВС. Окончил ВВИА им. Н.Е. Жуковского в 1978 году. Область научных интересов – вооружение, военная техника и их применение.*

КАШАЕВ Игорь Александрович, *канд. техн. наук, доцент, заместитель начальника кафедры Харьковского института ВВС. Окончил ХВВКИУ в 1978 году. Область научных интересов – вооружение, военная техника и их применение, навигационно-временные системы.*

КОСТАКОВ Андрей Геннадьевич*, старший преподаватель кафедры Харьковского института ВВС. Окончил Балашовское ВВАУЛ в 1988 году. Область научных интересов – вооружение, военная техника и их применение.*