

АНАЛИЗ СПЕКТРАЛЬНЫХ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНО-ЧАСТОТНО МОДУЛИРОВАННЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

к.т.н. Р.Э. Пашенко
(представил д.т.н., проф. Ю.Г. Даник)

Проведен сравнительный анализ спектральных и энергетических характеристик классического и фрактального ЛЧМ сигналов. С использованием численного моделирования показан выигрыш в энергетических характеристиках фрактального ЛЧМ сигнала по сравнению с классическим.

Постановка проблемы. Задача увеличения дальности действия радиолокационных, радионавигационных систем, систем радиосвязи остается в современных условиях весьма актуальной. Эта задача решается традиционными методами, в основе которых лежит увеличение средней мощности передающих устройств, повышение чувствительности и расширения полосы пропускания радиоприемных устройств этих систем [1, 2]. Однако дальнейшее увеличение мощности радиопередатчиков встречает все большие технические трудности. Эти трудности, в первую очередь, обусловлены предельными возможностями генераторных приборов по мощности при генерировании и усилении сигналов. Это, в свою очередь, определяет как устойчивость и надежность работы отдельных каскадов передатчика, так и его функционирование в целом.

Поиск путей решения этой дилеммной задачи – обеспечение работы генераторных приборов в облегченных режимах, повышение надежности работы передатчика с одновременным сохранением значительной мощности генераторов – является весьма важной.

Анализ литературы. Одним из путей решения этой задачи является применение фрактальных динамических систем, в которых к числу основных элементов относятся генераторы хаоса или фрактальные модули. Генератор хаоса формирует фрактальные колебания, которые по своей сути являются нерегулярными и подобны псевдошумовым последовательностям. Они обладают многими свойствами случайных сигналов, в частности, сплошным спектром мощности, экспоненциально спадающей корреляционной функцией. Фрактальный модуль, генерирующий хаос, позволяет реализовать множество различных мод колебаний с широким спектром

[3]. В работе [4] рассмотрены подходы к формированию ЛЧМ фрактальных сигналов (ФС), а также проведен анализ размерности таких сигналов.

В связи с этим практический интерес представляет анализ спектральных и энергетических характеристик детерминированного фрактального сигнала, формируемого на основе широкополосного колебания с угловой модуляцией.

Цель статьи. Проанализировать спектральные и энергетические характеристики классического и фрактального ЛЧМ сигналов.

Описание сравниваемых классического и фрактального ЛЧМ сигналов. Будем считать, что рассматриваемые классический и фрактальный ЛЧМ сигналы имеют одинаковые амплитуды. При этом будем предполагать, что фрактальный сигнал получается в результате суммирования нулевой и двух гомеоморфных составляющих ($n = 0, 1, 2$). Эти составляющие представляют собой ЛЧМ колебания с соответствующими амплитудами 1; 0,5; 0,25, и частотами, обеспечивающими гиперболичность. ЛЧМ колебания генерируются тремя автогенераторами. Классический сигнал (КС) с амплитудой 1,75 генерируется одним автогенератором и его амплитуда в 1,75 раза превышает амплитуду нулевой составляющей и соответственно примерно в 3,5 и 7 раз превышает амплитуды первой и второй гомеоморфных составляющих ФС, формируемых соответствующими генераторами формирователя фрактального сигнала. Для удобства анализа будем полагать, что классический ЛЧМ сигнал реализуется путем сложения трех ЛЧМ компонент с одинаковыми частотными и временными характеристиками и отличающимися только амплитудами (1; 0,5; 0,25), которые ставятся в соответствие амплитудам нулевой (базовой), первой и второй гомеоморфным составляющим фрактального сигнала. Будем считать также, что параметры (амплитуда U , длительность импульса τ , ширина спектра Δf , скорость изменения частоты $h = \Delta f / \tau$) нулевой составляющей ФС и первой ЛЧМ компоненты КС одинаковы.

Для проведения сравнительного анализа сигналов воспользуемся известным математическим выражением классического ЛЧМ сигнала [1]:

$$U_1(t) = U_{m1} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + 0,5 \cdot h \cdot t^2 + \varphi_0), \quad (1)$$

где $f_0 = 0,5 \cdot (f_1 + f_2)$ – средняя частота сигнала; t – текущее время; f_1 , f_2 – нижняя и верхняя частоты спектра; $h = 2 \cdot \pi \cdot (f_2 - f_1) \cdot \tau^{-1}$ – скорость изменения частоты; U_{m1} , τ , φ_0 – амплитуда, длительность и начальная

фаза сигнала соответственно.

Для упрощения расчетов в дальнейшем будем полагать частоту f_1 и начальную фазу φ_0 равными нулю.

Математическое выражение фрактального сигнала, полученного на основе классического ЛЧМ колебания, представим в виде [4]:

$$U(t) = \sum_{n=0}^N \frac{U_0}{k^n} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + 0,5 \cdot h \cdot k^n \cdot t^2 + \varphi_0), \quad (2)$$

где U_0 – амплитуда нулевого (материнского) ЛЧМ колебания; k – масштабный коэффициент (коэффициент кратности); N – число составляющих фрактального сигнала.

Из выражения (2) следует, что амплитуда и скорость изменения частоты обладают масштабной инвариантностью (скейлингом), которая количественно определяется коэффициентом кратности k^n . Кроме того, для такого сигнала характерно свойство гиперболичности. Грубо гиперболичность можно определить как комбинацию растяжения отображаемых параметров в одном направлении (в рассматриваемом случае это скорость изменения частоты $h \cdot k^n$) и сжатия в другом (снижения амплитуд составляющих сигнала U_0/k^n). Растяжение приводит к стохастизации, сжатие же необходимо, чтобы траектории составляющих сигнала оставались в ограниченной области фазового пространства [5].

Амплитуда ФС определяется суммой амплитуд нулевого (материнского) и гомеоморфных ЛЧМ колебаний

$$U_{\text{фс}} = \sum_{n=0}^N \frac{U_0}{k^n} \quad (3)$$

и определяется заданной амплитудой нулевой составляющей сигнала, а также выбранным коэффициентом кратности k и числом гомеоморфных ЛЧМ колебаний.

Для анализа спектральных параметров ФС и классического ЛЧМ сигнала зададимся условием

$$\sum_{n=0}^N \frac{U_0}{k^n} = U_1, \quad (4)$$

где $U_1 = U_{01} + U_{11} + U_{21} + \dots + U_{n1}$ – амплитуда классического ЛЧМ сигнала (1), определяемая амплитудами отдельных ЛЧМ компонент, однозначно связанных с амплитудами нулевой $U_{01} = U_0/k^0$, первой, второй, n -й гомео-

морфных составляющих $U_{11} = U_0/k^1$, $U_{21} = U_0/k^2$, ..., $U_{n1} = U_0/k^n$.

На рис. 1, 2 показаны во временной области соответственно классический и фрактальный ЛЧМ сигналы, полученные при $U_1 = 1,75$ и $U_0 = 1$, девиации частоты $\Delta f = f_2 - f_1 = 60$, масштабном коэффициенте $k = 2$ и длительности сигнала $\tau = 2$. Несущая частота $f_0 = 0,5 \cdot (f_1 + f_2)$. Текущее время выбрано в интервале $[0; 0,6]$. На рис. 1 и 2 видно равенство амплитуд рассматриваемых сигналов.

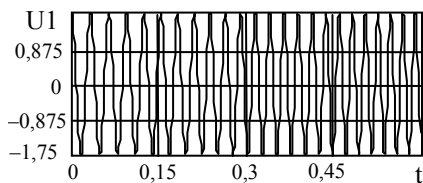


Рис. 1. Классический ЛЧМ сигнал

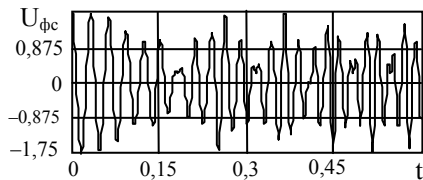


Рис. 2. Фрактальный ЛЧМ сигнал

С целью рассмотрения энергетических особенностей сигналов проведем сравнительный анализ спектров отдельных компонент классического ЛЧМ сигнала с амплитудами 1; 0,5; 0,25 и спектров соответствующих им нулевой (материнской), первой и второй гомеоморфных составляющих ($n = 0, 1, 2$) фрактального сигнала.

Энергетические особенности классического и фрактального ЛЧМ сигналов. Для первой компоненты КС с амплитудой $U_{01} = 1$ спектр определяется выражением [1]:

$$S_{01}(f) = U_{01} \cdot \int_{-0,5\tau}^{0,5\tau} e^{j(2\pi \cdot (f_0 - f) \cdot t + 0,5 \cdot h \cdot t^2)} dt, \quad (5)$$

а для нулевой составляющей ФС

$$S_0(f) = \frac{U_0}{k^0} \cdot \int_{-0,5\tau}^{0,5\tau} e^{j(2\pi \cdot (f_0 - f) \cdot t + 0,5 \cdot h \cdot k^0 \cdot t^2)} dt. \quad (6)$$

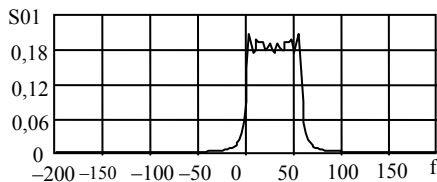


Рис.3. Спектр первой компоненты классического ЛЧМ сигнала

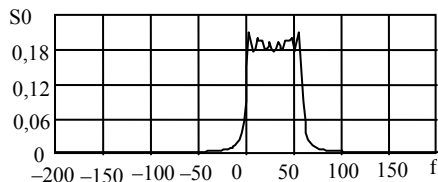


Рис.4. Спектр нулевой составляющей фрактального сигнала

На рис. 3, 4 показаны спектры сигналов, полученные в результате расчетов по формулам (5) и (6).

Анализ показывает, что спектры первой компоненты КС и нулевой составляющей ФС одинаковы, как по уровню, так и по ширине. Из этого следует, что площади под огибающими спектров равны и составляют величину $\approx 12,8$. Таким образом, первая компонента КС с единичной амплитудой может выступать в роли нулевой (базовой) составляющей ФС.

Теперь рассмотрим спектры второй компоненты КС с амплитудой $U_{11} = 0,5$ и первой гомеоморфной составляющей ФС. Спектры указанных составляющих определяются соответственно по формулам

$$S_{11}(f) = U_{11} \cdot \int_{-0,5\tau}^{0,5\tau} e^{j(2\pi \cdot (f_0 - f) \cdot t + 0,5 \cdot h \cdot t^2)} dt \quad (7)$$

и

$$S_1(f) = \frac{U_0}{k^1} \cdot \int_{-0,5\tau}^{0,5\tau} e^{j(2\pi \cdot (f_0 - f) \cdot t + 0,5 \cdot h \cdot k^1 \cdot t^2)} dt. \quad (8)$$

В соответствии с выражениями (7) и (8) получены спектры составляющих, которые приведены на рис. 5, 6.

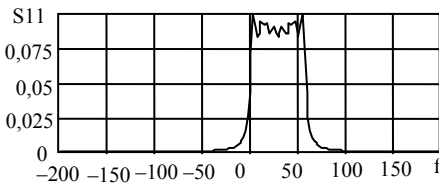


Рис. 5. Спектр второй компоненты классического ЛЧМ сигнала

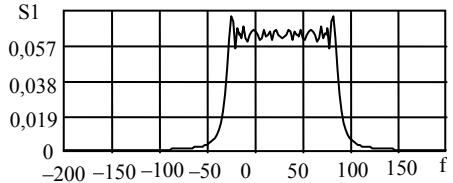


Рис. 6. Спектр первой составляющей фрактального сигнала

На рис. 5 видно, что уровень спектра второй компоненты КС снизился вдвое по сравнению с уровнем спектра первой компоненты КС (см. рис. 3) при неизменной ширине. В тоже время по сравнению с уровнем нулевой составляющей (см. рис. 4) уровень спектра первой гомеоморфной составляющей снизился примерно в три раза, но одновременно он расширился до величины $\Delta f \approx 160$ и превысил ширину спектра $S_0(f)$ примерно в 2,3 раза. Сравнение спектров показывает, что площадь под огибающей спектра, отображающая энергию второй компоненты КС, составляет величину $\approx 6,44$ и не превышает площадь под огибающей спектра первой составляющей ФС, которая равна $\approx 10,9$. Несмотря на то,

что уровень спектра второй компоненты КС в 1,4 раза превышает уровень спектра первой составляющей ФС, площадь под огибающей последнего в 1,7 раза больше площади под огибающей спектра второй компоненты КС. Это обусловлено превышением ширины спектра первой гомеоморфной составляющей ФС в 2,37 раза ширины спектра второй компоненты КС.

Проведем сравнительный анализ третьей пары спектров (третьей компоненты КС с амплитудой $U_{21} = 0,25$ и второй гомеоморфной составляющей ФС). Спектры этих составляющих описываются выражениями

$$S_{21}(f) = U_{21} \cdot \int_{-0,5\tau}^{0,5\tau} e^{j(2\pi \cdot (f_0 - f)t + 0,5 \cdot h \cdot t^2)} dt \quad (9)$$

и

$$S_2(f) = \frac{U_0}{k^2} \cdot \int_{-0,5\tau}^{0,5\tau} e^{j(f_0 - f)t + 0,5 \cdot h \cdot k^2 t^2} dt. \quad (10)$$

Спектры, полученные в соответствии с формулами (9) и (10), представлены на рис. 7, 8. Закономерности поведения параметров составляющих сигналов и их спектров остаются такими же, как и в предыдущем случае. Ширина спектра третьей компоненты КС остается фиксированной, а уровень спектра, как и следовало ожидать, уменьшается вдвое.

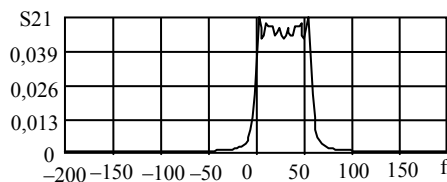


Рис. 7. Спектр третьей компоненты классического ЛЧМ сигнала

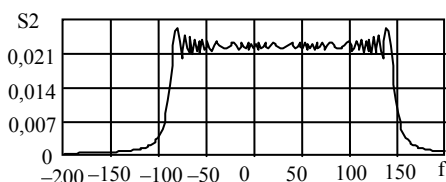


Рис. 8. Спектр второй составляющей фрактального сигнала

Как следует из рис. 7, площадь под огибающей спектра третьей компоненты КС составляет величину $\approx 3,21$. Уровень спектра второй гомеоморфной составляющей ФС равен $\approx 0,023$, а ширина спектра ≈ 260 (см. рис. 8). При этих параметрах площадь под огибающей спектра, отображающая энергию второй гомеоморфной составляющей ФС, равна примерно 6,1 и превышает площадь под огибающей спектра третьей компоненты КС (см. рис. 7) примерно в 1,9 раза. Такой выигрыш в энергии гомеоморфной составляющей ФС обуславливается значительным превышением ее ширины спектра (в 3,7 раза) ширины спектра тре-

тей компоненты КС, несмотря на то, что уровень спектра составляющей ФС в два раза меньше уровня спектра третьей компоненты КС.

Таким образом, сравнительный анализ показывает, что гомеоморфные составляющие (первая, вторая) ФС, амплитуды которых совпадают с амплитудами ЛЧМ компонент КС

$$U_{11} = \frac{U_0}{k^1} = 0,5 \quad \text{и} \quad U_{21} = \frac{U_0}{k^2} = 0,25$$

энергетически более выгодны, так как имеют более широкополосные спектры по сравнению со спектрами компонент, формирующих суммарный классический ЛЧМ сигнал.

На рис. 9, 10 представлены суммарные спектры классического и фрактального ЛЧМ сигналов, полученные в соответствии с выражениями

$$S_{\text{кк}}(f) = U_1 \cdot \left| \int_{-0,5\tau}^{0,5\tau} e^{j(2\pi \cdot (f_0 - f) \cdot t + 0,5 \cdot h \cdot t^2)} dt \right|, \quad (11)$$

$$S_{\text{фс}}(f) = \sum_{n=0}^N \frac{U_0}{k^n} \cdot \left| \int_{-0,5\tau}^{0,5\tau} e^{j(2\pi \cdot (f_0 - f) \cdot t + 0,5 \cdot h \cdot k^n \cdot t^2)} dt \right|. \quad (12)$$

Сравнение рис. 9 и 10 показывает, что площадь под огибающей суммарного спектра, соответствующая энергии фрактального сигнала, составляет величину $\approx 31,3$, а под огибающей спектра суммарного классического ЛЧМ сигнала – $\approx 20,04$, т.е. разность рассматриваемых энергий равна 11,26.

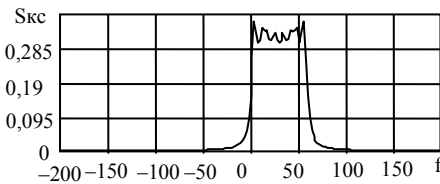


Рис. 9. Спектр суммарного классического ЛЧМ сигнала

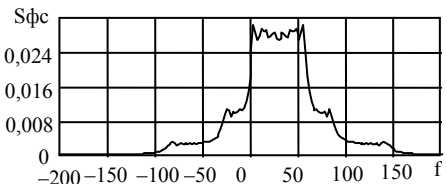


Рис. 10. Спектр суммарного фрактального сигнала

Таким образом, несмотря на равенство амплитуд суммарных фрактального и классического ЛЧМ сигналов $\left(U_1 = \sum_{n=0}^N \frac{U_0}{k^n} = 1,75 \right)$, ФС обладает большей энергией. Это превышение обусловлено тем, что гомеоморфные составляющие вносят больший вклад в энергию формируемого ФС, нежели ЛЧМ компоненты с амплитудами $U_{11} = 0,5$ и $U_{21} = 0,25$

вносят в энергию суммарного классического ЛЧМ сигнала. Можно показать, что при увеличении числа гомеоморфных составляющих (например, $N=4$, $n=0, 1, 2, 3$), энергия фрактального сигнала имеет тенденцию к дальнейшему превышению над энергией суммарного классического ЛЧМ сигнала. В этом случае разность площадей под огибающими сигналов возрастает примерно в 2 раза по сравнению с разностью при $N=3$. Следовательно, можно утверждать, что поток гомеоморфных составляющих ($n_r = 1, 2, \dots$) имеет направление превышения энергии фрактального сигнала над энергией классического ЛЧМ сигнала. Однако следует отметить, что это направление обеспечивается использованием большего числа маломощных автогенераторов, формирующих суммарный фрактальный сигнал, в то время как для формирования классического ЛЧМ сигнала с амплитудой U_1 достаточно использовать один автогенератор, но большой мощности.

Выводы. 1. Сравнительный анализ спектров компонент классического ЛЧМ сигнала и гомеоморфных составляющих ЛЧМ фрактального сигнала, показал, что первая и вторая составляющие ФС энергетически более выгодны, так как имеют более широкополосные спектры.

2. При равенстве амплитуд классического и фрактального ЛЧМ сигналов последние обладают большей энергией.

3. Целесообразно провести сравнительный анализ сжатых классического и фрактального ЛЧМ сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лезин Ю.С. *Оптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов.* – М.: Сов. радио, 1969. – 448 с.
2. Ширман Я.Д. *Теоретические основы радиолокации.* – М.: Сов. радио, 1970. – 560 с.
3. Шалфеев В.Д., Осипов Г.В., Козлов А.К., Волковский А.Р. *Хаотические колебания – генерация, синхронизация, управление // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники, 1997. – № 10. – С. 27 – 49.*
4. Пащенко Р.Э., Барданова О.А., Шаповалов А.В. *Формирование фрактальных сигналов с использованием линейно-частотно модулированных колебаний // Збірник наукових праць ІПМЕ НАН України. – К.: ІПМЕ, 2003, Вип. 22. – С. 142 – 152.*
5. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. *Стохастические и хаотические колебания.* – М.: Наука, 1987. – 424 с.

Поступила 9.04.2004

ПАЩЕНКО Руслан Эдуардович, канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры

*Харьковского военного университета. В 1987 году окончил Житомирское ВУРЭ ПВО.
Области научных интересов – первичная обработка сигналов, фрактальный анализ.*