

## ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ СОВМЕСТНОЙ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ РАДИОСИГНАЛА В ЗАДАЧАХ ОЦЕНКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ОБСТАНОВКИ

д.т.н., проф. А.И. Стрелков, к.т.н. В.И. Барсов, Ю.В. Рябкин

*Рассматриваются вопросы анализа потенциальной точности совместного измерения параметров радиосигналов в задачах оценки электромагнитной обстановки с учетом непреднамеренных помех.*

**Постановка проблемы и анализ литературы.** Оценка электромагнитных полей полезных и мешающих сигналов в месте их приема или оценка параметров собственно радиосигналов составляет сущность решения задач электромагнитной совместимости, радиотехнического мониторинга и многих других задач. Качество решения этих задач во многом определяется точностью оценивания параметров радиосигналов. В теории радиолокации и радиотехнических систем вопросы оценки точности параметров сигналов рассмотрены в работах Я.Д. Ширмана [1], С.Е. Фальковича [2], Е.И. Куликова [3], А.П. Трифонова [3] и многих других авторов. Названные работы являются основополагающими. Однако в них не учитывались специфические особенности входных сигналов при решении задач оценки электромагнитной обстановки (ЭМО) и использование известных результатов для практических расчетов затруднено.

**Целью настоящей статьи** является обобщение известных результатов на случай решения задач оценки ЭМО.

**Основные соотношения и формулировки.** Анализ процесса формирования электромагнитной обстановки в месте приема полезного сигнала свидетельствует о том, что при оценке параметров сигналов необходимо учитывать три компоненты [5], образующие на входе приемного устройства аддитивную смесь – это полезный сигнал, мешающий сигнал и внутренние или собственные шумы приемника. В зоне оценивания ЭМО могут действовать несколько классов сигналов. Пусть с N-элементной антенной решетки снимается N напряжений, образующих вектор-столбец

$$y(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ \dots \\ y_N(t) \end{pmatrix}.$$

Одноканальный прием является частным случаем многоканального ( $N = 1$ ). Реализация принимаемых колебаний  $y(t)$  в нашем случае имеет вид

$$y(t) = Ax(t, a_C, b_C) + v(t, b_V) + n(t, w). \quad (1)$$

Здесь  $x(t, a_C, b_C)$ ,  $v(t, b_V)$ ,  $n(t, w)$  – векторные реализации сигнала, непреднамеренной помехи (мешающий сигнал) и помехи, обусловленной внутренними шумами приемника;  $A$  – множитель 1 или 0, учитывающий наличие или отсутствие сигнала;  $a_C$  – вектор информативных параметров сигнала (время запаздывания, доплеровская частота, угловые координаты источника излучения);  $b_C$  – вектор неинформативных параметров сигнала (начальная фаза или амплитуда, совокупность случайных фаз и амплитуд, параметры случайной поляризации сигнала);  $b_V$  – вектор неинформативных параметров мешающего сигнала;  $w$  – вектор случайных параметров помехи.

Имея в виду ограниченные по ширине спектры сигнала и ограниченную ширину полосы пропускания приемника, все три компонента (1) можно принять узкополосными процессами, причем сигнал и непреднамеренная помеха имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} U_C(x, t, a_C, b_C) &= \operatorname{Re}\{b_C U_C(x, t, a_C, b_C) \exp(j2\pi f_0 t)\}; \\ U_V(x, t, b_V) &= \operatorname{Re}\{b_V U_V(x, t, b_V) \exp(j2\pi f_0 t)\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $U_C(x, t, a_C, b_C)$  и  $U_V(x, t, b_V)$  – комплексные пространственно-временные функции полезного сигнала и помехи соответственно,  $f_0$  – несущая частота сигнала, равная частоте настройки приемника.

Заметим, что комплексные пространственно-временные функции (2) учитывают все пространственные, временные, частотные, поляризационные и энергетические различия полезных сигналов от мешающих, а полезные сигналы между собой различаются информативными параметрами.

Большое разнообразие видов полезных и мешающих сигналов можно систематизировать введением типовых моделей. В известной литературе [1, 3, 5] выделяются следующие виды сигналов: детерминированные, квазидетерминированные и случайные сигналы (как полезные, так и мешающие). В качестве видового признака типовых моделей выступают амплитуда и начальная фаза.

Оценки параметров сигналов по критерию максимального правдоподобия определяются путем максимизации по искомым параметрам отношения либо функции (функционала) правдоподобия. Например, в случае гауссовского распределения случайных непреднамеренных помех и шумов выражение для отношения правдоподобия детерминированных сигналов имеет вид

$$\Lambda = \exp \left\{ \operatorname{Re} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} x^*(t_1, a_C, b_C) R(t_1, t_2) y(t_2) dt_1 dt_2 - 0,5 \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} x^*(t_1, a_C, b_C) R(t_1, t_2) x(t_2, a_C, b_C) dt_1 dt_2 \right\}, \quad (3)$$

где  $(-T/2, T/2)$  – временной интервал, на котором принят вектор реализации  $y(t)$ ;  $x^*(t, a_C, b_C)$  – вектор сигнала, записанный в комплексной форме;  $R(t_1, t_2)$  – результат решения (матрица  $N \times N$ ) интегрально-матричного уравнения

$$\int_{-T/2}^{T/2} B(t_1, t) R(t, t_2) dt = I \delta(t_1 - t_2),$$

где  $-T/2 \leq (t_1, t_2) \leq T/2$ ;  $I$  – единичная матрица  $N$ -го порядка;  $\delta(t)$  – дельта-функция.

Ядро уравнения  $N \times N$  – пространственно-временная корреляционная матрица суммы помехи и шумов  $B(t_1, t_2)$ .

Потребителей информации в первую очередь интересуют оценки вектора информативных параметров сигнала  $a_C$ , которые в общем случае зависят от совокупности неинформативных (мешающих) параметров сигнала и непреднамеренной помехи. Обычно совместно оценивают все неизвестные параметры сигнала, которые находятся в результате совместного решения  $n + m$  уравнений правдоподобия вида:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln \Lambda}{\partial a_i} &= 0, & i &= 1, 2, \dots, n; \\ \frac{\partial \ln \Lambda}{\partial b_j} &= 0 & j &= 1, 2, \dots, m, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\Lambda$  – функция правдоподобия относительно оцениваемых параметров, специфика которой проявляется после выбора моделей сигнала и помех;  $n$  – количество информативных параметров сигнала;  $m$  – количество неинформативных параметров сигнала.

Потенциальная точность оценивания параметров определяется корреляционной матрицей погрешностей совместно эффективных оценок этих же параметров, которая является обратной к так называемой информационной матрице Фишера. Примечательно, что потенциальная точность не зависит от конкретных алгоритмов оценивания, а определяется только видом функции правдоподобия. Согласно классической процедуре необ-

ходимо вычислить матрицу Фишера для всех параметров (информативных и «мешающих»), а затем выполнить операцию обращения. При этом часть обратной матрицы Фишера размером  $n \times n$  будет корреляционной матрицей погрешностей эффективных оценок информативных параметров. Поскольку мешающих параметров может быть достаточно много, то размер матрицы Фишера оказывается большим и операция обращения будет затруднительна. Распространенный способ преодоления данных трудностей состоит в усреднении функции правдоподобия по мешающим параметрам. Однако, этот способ неприемлем для случаев неслучайных параметров сигналов и помех, хотя они и являются неизвестными. В [4] изложен метод вычисления корреляционной матрицы погрешностей информативных параметров. В данном методе не требуется усреднение функции правдоподобия, а матрица Фишера представляется в блочном виде

$$L(a_c, b_c) = \begin{pmatrix} J(a_c, a_c) & J(a_c, b_c) \\ J(b_c, a_c) & J(b_c, b_c) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $J(a_c, a_c)$ ,  $J(b_c, b_c)$  и  $J(a_c, b_c)$  – квадратные блоки-матрицы размерностей  $n \times n$  и  $m \times m$  и прямоугольная матрица размерностью  $n \times m$  соответственно с элементами (черта означает усреднение по реализации сигналов):

$$J(a_c, a_c) = -\overline{\frac{\partial^2 \ln \Lambda}{\partial^2 a_c}}; \quad J(b_c, b_c) = -\overline{\frac{\partial^2 \ln \Lambda}{\partial^2 b_c}} \quad \text{и} \quad J(a_c, b_c) = -\overline{\frac{\partial^2 \ln \Lambda}{\partial a_c \partial b_c}}, \quad (6)$$

причем  $J(a_c, b_c) = [J(b_c, a_c)]^T$ .

Производные в (6) берутся при подстановке истинных значений параметров  $a_c$  и  $b_c$ . Матрица, обратная матрице (5) размерностью  $(n+m) \times (n+m)$  дает корреляционную матрицу совместно эффективных оценок параметров  $a_c$  и  $b_c$ . Потребителей часто интересуют только точности оценок информативных параметров – верхний левый блок матрицы, обратной (5). Обозначив данный блок через  $K^{(a_c, b_c)}$  и воспользовавшись формулой для обращения блочных (клеточных) матриц [4], можно записать

$$K^{(a_c, a_c)} = \left( J(a_c, a_c) - J(a_c, b_c) [J(b_c, b_c)]^{-1} J(b_c, a_c) \right)^{-1}. \quad (7)$$

В указанном случае обращение матрицы (5) размера  $(n+m) \times (n+m)$ , заменяется обращением матрицы  $J(a_c, a_c)$  размером  $n \times n$ , а затем матрицы в скобках размером  $n \times n$ . Матрица в скобках выражения (7) имеет смысл «матрицы Фишера» информативных парамет-

ров, которая учитывает влияние мешающих параметров.

Применяя формулу обращения суммы матриц к (7), можно получить

$$K^{(a_c, a_c)} = [J^{(a_c, a_c)}]^{-1} + [J^{(a_c, b_c)}]^{-1} J^{(a_c, b_c)} S^{-1} J^{(b_c, a_c)} + [J^{(a_c, a_c)}]^{-1}, \quad (8)$$

где  $S = J^{(b_c, b_c)} + J^{(b_c, a_c)} [J^{(a_c, a_c)}]^{-1} J^{(a_c, b_c)}$ .

Первое слагаемое выражения (8) представляет собой корреляционную матрицу ошибок оценок информативных параметров при условии, что неинформативные параметры не оцениваются. Наличие в (8) второго слагаемого указывает на то, что точность полученной оценки зависит от сопутствующих неинформативных параметров сигнала. Это естественно, так как часть информации затрачивается на оценку неинформативных параметров и точность оценивания информативных параметров снижается. Можно показать, что при этом оценки как информативных, так и неинформативных параметров, будут несмещенными [4].

**Пример оценки потенциальной точности измерения параметров детерминированного сигнала на фоне детерминированной непреднамеренной помехи и гауссовского шума.** При регулярных измерениях параметр обнаружения  $q_c^2 \gg 1$  ( $q_c^2 = 2\mathcal{E}_c/N_0$ , где  $\mathcal{E}_c$  – энергия сигнала;  $N_0$  – спектральная плотность мощности шума), выражение для логарифма отношения правдоподобия можно привести к виду [1]:

$$\ln \Lambda \approx |Y| - q_c^2/2, \quad (9)$$

где  $|Y|$  – сигнал на выходе линейного детектора приемника. Это означает, что в приведенных выше соотношениях для оценки потенциальной точности вместо логарифма отношения правдоподобия можно подставлять выражение для выходного сигнала (9). Полагаем, что операция согласованного обнаружения произведена и преддетекторный сигнал

$$Y = Y_c + Y_v + Y_n, \quad (10)$$

где  $Y_c = x^T x^*/2N_0$ ,  $Y_v = v^T x^*/2N_0$ ,  $Y_n = n^T x^*/2N_0$  – составляющие сигнала, которые для удобства нормированы по уровню спектральной мощности шума. Заметим, что математическое ожидание шумовой составляющей равно нулю, так как математическое ожидание  $M[n^T] = 0$ . Математические ожидания сигнала и непреднамеренной помехи в силу их детерминированного характера совпадают с соответствующими составляющими выражения (10). Тогда

$$M[Y] = x^T x^*/2N_0 + v^T x^*/2N_0. \quad (11)$$

С учетом (6) и (9) определим вторые производные от усредненного

сигнала (11) по параметрам сигнала:

$$\begin{aligned}
 J^{(a_c, a_c)} &= - \left. \frac{\partial^2 M(Y)}{\partial^2 a} \right|_{a=a_c} = -q_c^2 \left. \frac{\partial^2 \rho_{cc}(a, a_c, b, b_c)}{\partial a^2} \right|_{b=a_c} - q_c q_v \left. \frac{\partial^2 \rho_{vc}(b_v, a_s)}{\partial a^2} \right|_{a=a_c} ; \\
 J^{(b_c, b_c)} &= - \left. \frac{\partial^2 M(Y)}{\partial^2 b} \right|_{b=b_c} = -q_c^2 \left. \frac{\partial^2 \rho_{cc}(a, a_c, b, b_c)}{\partial b^2} \right|_{b=b_c} - q_c q_v \left. \frac{\partial^2 \rho_{vc}(b_v, a_s)}{\partial b^2} \right|_{b=b_c} ;(12) \\
 J^{(b_c, a_c)} &= - \left. \frac{\partial^2 M(Y)}{\partial b \partial a} \right|_{a=a_c, b=b_c} = -q_c^2 \left. \frac{\partial^2 \rho_{cc}(a, a_c, b, b_c)}{\partial b \partial a} \right|_{a=a_c, b=b_c} ,
 \end{aligned}$$

где  $q_v^2 = 2\Delta_v/N_0 = 2v^T v^*/N_0$ ,  $\Delta_v$  – энергия непреднамеренной помехи;

$$\rho_{cc}(a, a_c, b, b_c) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(t, a_c) x^*(t, a) dt \right| / \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t, a_c)|^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} |x(t, a)|^2 dt} \quad \text{– автокорреляционная функция сигнала, зависящая от ожидаемых параметров сигнала } a_c \text{ и рассогласованных по отношению к ожидаемым параметрам } a;$$

реляционная функция сигнала, зависящая от ожидаемых параметров сигнала  $a_c$  и рассогласованных по отношению к ожидаемым параметрам  $a$ ;

$$\rho_{vc}(b_v, a) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(t, b_v) x^*(t, a) dt \right| / \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t, b_v)|^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} |x(t, a)|^2 dt} \quad \text{– корреляционная функция помехи и сигнала, зависящая от ожидаемых параметров помехи } b_v \text{ и сигнала}$$

онная функция помехи и сигнала, зависящая от ожидаемых параметров помехи  $b_v$  и сигнала

$$a_s = \begin{pmatrix} \|a_c\| \\ \|b_c\| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \|a_{1c}\| \\ \vdots \\ \|a_{nc}\| \\ \|b_{1c}\| \\ \vdots \\ \|b_{mc}\| \end{pmatrix},$$

где  $a_s$  – совокупный вектор информативных и неинформативных параметров сигнала.

Рассмотрим простые примеры задания конкретных видов сигнала и помехи. Пусть полезный сигнал является видеоимпульсом колокольной формы

$$x(t, t_c, \tau_u) = A_c \exp(-(t - t_c)^2 / \tau_u^2),$$

где  $A_c$  – известная амплитуда сигнала;  $t_c$  – временное положение, которое будем считать неизвестным информативным параметром, подлежащим оценке;  $\tau_u$  – длительность импульса, которую будем считать не-

известным неинформативным параметром, подлежащим оценке.

Непреднамеренная помеха является также видеоимпульсом колокольной формы

$$v(t, t_v, \tau_u) = A_v \exp\left(-\frac{(t - t_v)^2}{\tau_u^2}\right),$$

где  $A_v$  – известная амплитуда помехи;  $t_v$  – временное положение помехи, которое будем считать известным параметром;  $\tau_u$  – длительность импульса, которую для простоты будем считать равной длительности импульса полезного сигнала.

Требуется определить потенциальную точность совместного оценивания временного положения и длительности полезного сигнала. Для этих условий в [3] показано, что искомые оценки не коррелированы и определение их точностей можно производить по каждому из параметров раздельно. В силу отмеченного свойства оценок помеха будет влиять только на точность оценивания временного положения сигнала, которую в дальнейшем и будем анализировать.

Нормированные автокорреляционная функция сигнала и корреляционная функция помехи и сигнала имеют вид [1]:

$$\rho_{cc}(t - t_c) = \exp\left(-\pi(t - t_c)^2 / 2\tau_u^2\right); \quad (13)$$

$$\rho_{vc}(t_v - t_c) = \exp\left(-\pi(t_v - t_c)^2 / 2\tau_u^2\right). \quad (14)$$

Находя вторые производные от (13) и (14) и подставляя их в (12) и (7), получим выражение для дисперсии оценки временного положения сигнала

$$\delta_{tc}^2 = 2\tau_u^2 \left/ \left[ 2q_c^2\pi - q_c q_v \pi \left( \pi(t_v - t_c)^2 / 2\tau_u^2 + 1 \right) \exp\left(-\pi(t_v - t_c)^2 / 2\tau_u^2\right) \right] \right. \quad (15)$$

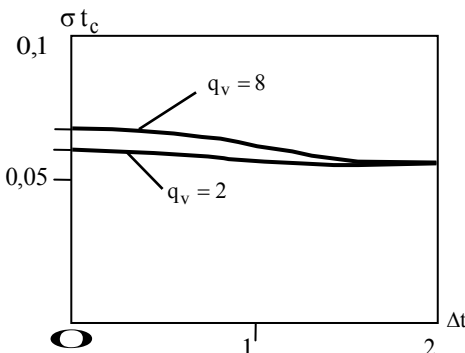


Рис. 1. Зависимость среднеквадратической ошибки измерения временного положения  $\sigma_{tc}$  от разности временного положения помехи и сигнала  $\Delta t$

Отметим, что при отсутствии непреднамеренных помех дисперсия измерения времени прихода колокольного импульса равна  $\tau_u^2 / q_c^2 \pi$ .

На рис. 1 показана зависимость среднеквадратической ошибки измерения временного положения сигнала  $\sigma_{tc}$  от разности временного положения помехи и сигнала  $\Delta t = t_v - t_c$  при  $\tau_u = 1$  с,  $q_c = 10$ . Две кривые соответствуют различным значениям

ям параметра  $q_v$ , равным 2 и 8.

Анализ рисунка показывает, что наличие непреднамеренной помехи ухудшает точность оценивания информативных параметров сигнала тем сильнее, чем выше мощность помехи и меньше временное расстояние между сигналом и помехой. При временном расстоянии, превышающем длительность импульса, среднеквадратическая ошибка измерения временного положения стремится к величине  $\tau_{и}/q_c\sqrt{\pi}$ , определяемой потенциальными возможностями измерения при отсутствии непреднамеренной помехи.

При совместном оценивании коррелированных параметров, например, амплитуды и длительности колокольного видеоимпульса, ухудшение точности будет не только за счет помехи, но и за счет корреляции оценок.

**Выводы.** При совместном оценивании параметров сигнала и наличии корреляции между измеряемыми параметрами дисперсии ошибок измерения превышают соответствующие дисперсии раздельного измерения. В условиях воздействия непреднамеренных помех даже при отсутствии корреляции между параметрами сигнала дисперсия измерения их также увеличивается. Степень ухудшения точности измерения определяется степенью корреляции параметров непреднамеренной помехи и сигнала.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. *Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех.* – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.
2. Фалькович С.Е. *Оценка параметров сигналов.* – М.: Сов. радио, 1970. – 334 с.
3. Куликов Е.И., Трифонов А.П. *Оценка параметров сигналов на фоне помех.* – М.: Сов. радио, 1978. – 291 с.
4. Черняк В.С. *Многопозиционная радиолокация.* – М.: Радио и связь, 1993. – 410 с.
5. Феоктистов Ю.А., Матасов В.В., Башурин Л.И., Селезнев В.И. *Теория и методы электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств.* – М.: Радио и связь, 1988. – 216 с.

Поступила 11.04.2004

**СТРЕЛКОВ Александр Иванович**, доктор техн. наук, профессор, главный научный сотрудник научного центра при Харьковском военном университете. В 1965 году окончил ВИРТА ПВО. Области научных интересов – квантовая электроника, прикладная оптика, оптико-электронные средства обработки оптических сигналов.

**БАРСОВ Валерий Игоревич**, канд. техн. наук, зам. нач. отдела научного центра при ХВУ. В 1979 году окончил ХВВКИУ. Область научных интересов – системы связи и управления.

**РЯБКИН Юрий Викторович**, председатель правления акционерной холдинговой компании „ТОПАЗ”. Область научных интересов – радиотехнические средства контроля мониторинга окружающего пространства.