

УДК 519.7:007.52;004.8

Е.И. Кучеренко, М.В. Ходак

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

**НЕЧЕТКИЕ E-СЕТИ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ**

Предложена модель процессов основанная на нечетких  $\tilde{E}$ -сетях. В ходе работы были рассмотрены составляющие модели, а именно функциональные принадлежности. Подробно рассмотрен механизм моделирования на нечетких  $\tilde{E}$ -сетях. Интерпретация отдельных фрагментов сети позволяет определить правила выполнения переходов на нечетких  $\tilde{E}$ -сетях. Расширен метод построения дерева достижимости  $\tilde{E}$ -сетей. Предложены правила формализации матричного отображения модели. Это дает принципиальную возможность минимизации вычислительных затрат. Определены дальнейшая перспектива моделирования систем на основе нечетких  $\tilde{E}$ -сетей.

**Ключевые слова:** переход, позиция, дерево достижимости, фрагмент, маркировка.

**Введение**

Усовершенствование процессов в производственной сфере постепенно наращивает свои обороты, что ведет к интенсивному обновлению производства, уменьшая трудовые и материальные ресурсы [1]. Моделирование - одно из первых средств, применяемое для анализа систем. С помощью моделирования можно выявить связи между рабочими процессами, снизить уровень неопределенности, что позволит сократить время выполнения анализа и повысить производительность систем [2,7]. Важно рассмотреть механизм моделирования на нечетких  $\tilde{E}$ -сетях. Выбор данного механизма обусловлен широким его применением и устойчивостью к конфликтным ситуациям.

**Целью данной работы** является рассмотрение и анализ существующего метода решения задачи достижимости в  $\tilde{E}$ -сетях, а также его модификация.

**Анализ литературы.** Сложные системы представляют в виде комплексного образования с различными причинно-следственными и функционально-зависимыми отношениями. Отличительным свойством таких систем является взаимодействие между действующими в системе связями и отношениями. На базе такой системы рассмотрим принцип работы E-сетей [1, 2]. Исследовательская работа начинается с построения моделей. Процесс создания дискретных моделей связан с раскрытием внешней и внутренней неопределенностей системы. Данный процесс моделирования должен быть структурирован и направлен на выявление подобных неопределенностей в системе. Такие системы характеризуются сложностью асинхронного взаимодействия параллельно функционирующих распределенных процессов [3, 4]. Процессы управления реализуются в нечеткой среде с применением нечетких знаний в условиях ограничения на временные и материальные затраты [5]. На базе такой системы рассмотрена нечеткая  $\tilde{E}$ -сеть [6, 7].

**Постановка задачи.** Пусть задана E-сеть [3]:

$$E = \langle (P, B, R), A, F, Z, Q, Pr, M_0 \rangle, \quad (3)$$

где  $P$  – конечное допустимое множество позиций;  
 $B$  – множество периферийных позиций, которые используются в сети для определения связей с внешней средой;

$R$  – множество решающих позиций;

$A$  – непустое конечное множество переходов;

$F$  – функция связи переходов и позиций соответственно по входам и выходам;

$Z$  – функция времени выполнения переходов;

$Q$  – конечное время решающих процедур;

$Pr$  –  $n$ -местные предикаты

$M_0$  – начальная маркировка сети.

Множества позиций и переходов отображают дискретные процессы, реализация нечетких отображений требует расширения  $\tilde{E}$ -сетей и моделей и методов на их основе. В работе необходимо:

- выполнить анализ литературных источников;
- предложить структуру нечеткой  $\tilde{E}$ -сети, сформулировать и обосновать интерпретацию фрагментов модели и правила переходов  $\tilde{E}$ -сетей;
- определить критерии достижимости на  $\tilde{E}$ -сетях, усовершенствовать метод построения дерева достижимости  $\tilde{E}$ -сети;
- формализовать матричное отображение модели на  $\tilde{E}$ -сетях;
- решить комплекс практических задач.

**1. Разработка модифицированной  $\tilde{E}$ -сети**

Требование реализации нечетких отображений  $\tilde{E}$ -сетями [1, 2] потребовали расширения E-моделей путем задания для (1) функций принадлежности  $\mu(x)$  на интервале  $[0,1]$ . Тогда нечеткая  $\tilde{E}$ -сеть [1] может быть реализована в виде:

$$\tilde{E} = \langle (\tilde{P}, \tilde{B}, \tilde{R}), \tilde{A}, \tilde{F}, Z, \tilde{Q}, \tilde{P}_r, \tilde{M}_0 \rangle, \quad (2)$$

где  $\tilde{P} : \mu(x) \rightarrow [0,1]$  - конечное допустимое множество позиций;

$\tilde{B} : \mu(x) \rightarrow [0,1]$  - множество периферийных позиций, которые используются в сети для определения связей с внешней средой;

$\tilde{R} : \mu(x) \rightarrow [0,1]$  - множество решающих позиций;

$\tilde{A} : \mu(x) \rightarrow [0,1]$  - непустое конечное множество переходов;

$\tilde{F} = (\tilde{A} \times \tilde{C}) \cup (\tilde{C} \times \tilde{A})$  - функция связи переходов и позиций соответственно по входам и выходам,  $(\tilde{P}, \tilde{B}, \tilde{R}) = \tilde{C}$ ;

$Z = f(\tau)$  - функция времени выполнения переходов;

$\tilde{Q} = \alpha(M_{c_i})$  - конечное время решающих процедур, с помощью которых исключаются конфликтные ситуации на переходах сети, причем рассматриваются одноместные предикаты

$$\alpha(M_{c_i}) = \begin{cases} 1, (\mu_0(x) \geq \mu^*) \text{ and } (\tilde{P}_r = \text{true}); \\ 0, (\mu_0(x) < \mu^*) \text{ or } (\tilde{P}_r = \text{false}); \end{cases} \quad (3)$$

$\{\tilde{P}_r\}$  - n-местные предикаты, причем

$$\tilde{P}_r = \begin{cases} 1, (\mu_0(x) \geq \mu^*) \text{ and } (\tilde{P}_r = \text{true}); \\ 0, (\mu_0(x) < \mu^*) \text{ or } (\tilde{P}_r = \text{false}). \end{cases} \quad (4)$$

Начальная маркировка сети:

$$\tilde{M}_0 = (\tilde{M}_0(p_j)), p_j \in \tilde{P} : \tilde{M}_0(p_j) \rightarrow [0,1]. \quad (5)$$

Определены следующие типы переходов в  $\tilde{E}$ -сетях [4], представленные на рис. 1.

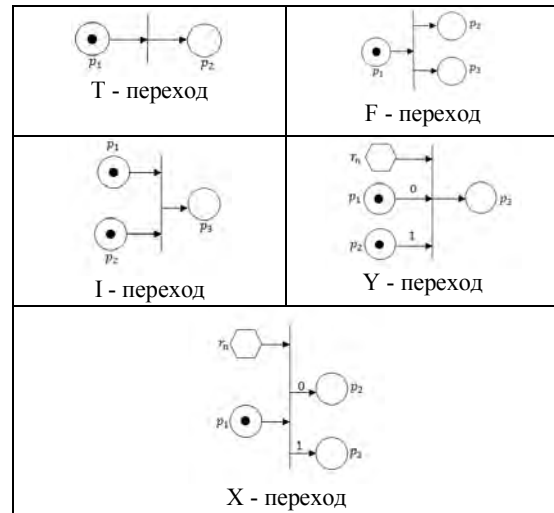


Рис. 1. Типы переходов

Используя [4], определяем правила выполнения переходов в  $\tilde{E}$ -сетях (табл. 1).

Таблица 1

Правила выполнения переходов

Переход		Интерпретация
Тип	Схема действий	
T (p <sub>1</sub> , p <sub>2</sub> )	(10) → (01)	Переход разрешен, если есть маркер в позиции p <sub>1</sub> , а в позиции p <sub>2</sub> маркер отсутствует. Маркер при выполнении перехода переходит из позиции p <sub>1</sub> , в позицию p <sub>2</sub> .
F (p <sub>1</sub> , p <sub>2</sub> , p <sub>3</sub> )	(100) → (011) μ <sub>ij</sub> (x) = [0,1]	Переход разрешен, если есть маркер в позиции p <sub>1</sub> , а в позиции p <sub>2</sub> и p <sub>3</sub> маркеры отсутствуют. После выполнении перехода маркеры находятся в позициях p <sub>3</sub> , p <sub>2</sub> , а p <sub>1</sub> – свободна.
I (p <sub>1</sub> , p <sub>2</sub> , p <sub>3</sub> )	(110) → (001) μ <sub>ij</sub> (x) = [0,1]	Переход разрешен, если позиции p <sub>1</sub> и p <sub>2</sub> маркированы, а в позиции p <sub>3</sub> маркер отсутствует. После выполнении перехода маркер находится только в позиции p <sub>3</sub>
Y (r <sub>n</sub> , p <sub>1</sub> , p <sub>2</sub> , p <sub>3</sub> )	(0110) → (*011) (1110) → (*101)	Если позиции p <sub>1</sub> и p <sub>2</sub> маркированы, а позиция p <sub>3</sub> не маркирована, тогда на переходе возникает конфликт, который решается при помощи решающей позиции r <sub>n</sub> ; если M(r <sub>n</sub> ) = 0, тогда маркер переходит из позиции p <sub>1</sub> в позицию p <sub>3</sub> ; если M(r <sub>n</sub> ) = 1, тогда переход маркера выполняется из перехода p <sub>2</sub> в переход p <sub>3</sub>
	(0100) → (*001) (0010) → (*001) (1100) → (*001) (1010) → (*001) μ <sub>ij</sub> (x) = [0,1]	Конфликт в переходе не возникает, если маркер присутствует только в одной из двух входных позиций, а выходная позиция при этом свободна. В таком случае переход выполняется по T-переходу, независимо от маркировки позиции r <sub>n</sub> .
X (r <sub>n</sub> , p <sub>1</sub> , p <sub>2</sub> , p <sub>3</sub> )	(0100) → (*010) (1100) → (*001) (0110) → (*011) (0101) → (*011) (1110) → (*011) (1101) → (*011) μ <sub>ij</sub> (x) = [0,1]	Конфликт в X-переходе имеет место, если позиция p <sub>1</sub> имеет маркер, а позиция p <sub>2</sub> и p <sub>3</sub> свободны. Если в случае Y-перехода, конфликт решается в зависимости от значения M(r <sub>n</sub> ).

Для интерпретации сетевых моделей E-сетями сформулируем утверждение.

**Утверждение 1.** Если задана граф-схема алгоритма (ГСА), то отображение ГСА  $\rightarrow \tilde{E}$ -сети может быть представлено в виде табл. 1, 2.

Таблица 2

Интерпретация ГСА

Компонента ГСА	Отображение в E-сети
Действие – а	T-переход
Распараллеливание $a \rightarrow (b,c)$	F- переход
Слияния параллельных процессов	F- переход
Логический оператор объединение процессов по ИЛИ(or)	Y- переход
Оператор ветвления по логическому условию	X- переход
Решающая позиция бинарного кода $r \in R$	$r \rightarrow n_{i_2}$

Справедливость утверждения 1 непосредственно следует из логики функционирования процессов предметной области и структуры  $\tilde{E}$ -сетей.

Сформулируем **утверждение 2.** Если задана нечеткая сеть (2) для которой определена нечеткая маркировка  $\tilde{M}_0$ , то достижимость на E-сетях присутствует при условии получения не нулевой терминальной маркировки  $\tilde{M}_t \neq \emptyset$ .

Тогда расширенный метод построения конечного дерева достижимости [5] может быть представлен при допущениях:

- каждая вершина дерева достижимости классифицируется как граничная вершина, терминальная вершина, дублирующая вершина или как внутренняя вершина;
- метод начинает работу с определения начальной маркировки корнем дерева и граничной вершиной;
- один шаг метода состоит в обработке граничной вершины;
- пусть  $x_{ij}$  – граничная вершина.

Сформулируем этапы метода на основе реализованного дерева достижимости на  $\tilde{E}$ -сетях.

1. Если в дереве имеется другая вершина  $y_{ij}$ , не являющаяся граничной, и с ней связана та же маркировка  $M_x = M_y$ , то вершина  $x_{ij}$  становится дублирующей.

2. Если для маркировки  $M_x$  ни один из переходов не разрешен, то  $x_{ij}$  становится терминальной.

3. В противном случае, для всякого перехода  $t \in T$ , разрешенного в  $M_x$ , создается новая вершина  $z$  дерева достижимости. Если

$$\mu_i \geq \mu^* \tag{6}$$

где  $\mu^*$  - норма разрешенности функции принадлежности, и  $r_i = \text{true}$ ,  $p_{j(\text{out})} : r_i = [0,1]$ , а также

$\mu_i \geq \mu^*, i \in I$ , то маркировка  $M_z$ , связанная с этой вершиной,  $p_{\alpha} : M_{pj} = 1$ , определяется для каждой позиции  $p_j \in P, j \in J$ .

3.1. Если  $\mu_x(p) = \omega$ , то  $\mu_z(p) = \omega$ , что определяет конечность дерева (табл. 2);

3.2. Если на пути от корневой вершины к  $x$  существует вершина  $y$ , для которой

$$\mu_y < \mu' \tag{7}$$

где  $\mu'$  - маркировка, непосредственно достижимая из  $\mu_x$  посредством запуска перехода  $t$  и  $\mu_y(p) < \mu'(p)$ , то  $\mu_z(p) = \omega$  (в этом случае последовательность запусков переходов, ведущая из маркировки  $\mu_y$  в маркировку  $\mu'$ , может неограниченно повторяться и неограниченно увеличивать значение маркировки в позиции  $p$ ). В противном случае  $\mu_z(p) < \mu'(p)$ .

4. Строится дуга с пометкой  $t$ , направленная от вершины  $x$  к вершине  $z$ . Вершина  $x$  становится внутренней, а вершина  $z$  - граничной.

## 2. Анализ функционирования расширенного метода

В качестве примера рассмотрим фрагмент ГСА логического управления коммутатором (рис. 2). На рис. 3 предложена  $\tilde{E}$ -сеть фрагмента функционирования коммутатора при условии, что

$$\forall \tilde{r}_j \in \tilde{P}, \tilde{t}_i \in \tilde{T} | M(x) = 1, \tag{8}$$

где  $A1$  – вычислительный оператор 1,  $A2$  – вычислительный оператор 2,

$$K = \begin{cases} 1, K = \text{true}; \\ 0, K = \text{false}. \end{cases} \tag{9}$$

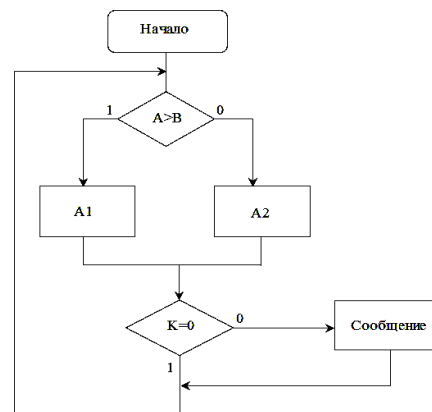


Рис. 2. Фрагмент логического управления

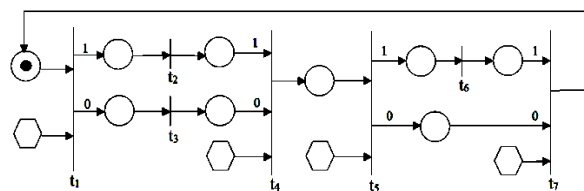


Рис. 3. Фрагмент  $\tilde{E}$ -сети коммутатора

Рассмотрим фрагмент функционирования сети (рис. 4). Не уходя от общности, модифицируем фрагмент коммутатора в виде (рис. 4). Особенностью модели является возможность её функционирования в автоматическом режиме.

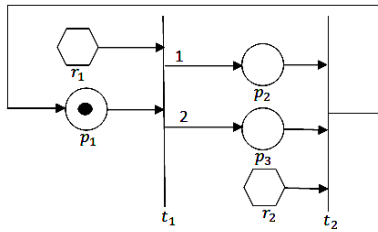


Рис. 4. Фрагмент  $\tilde{E}$ -сети

Учитывая п.п. 1, 2, 3, 4 метода, строим дерево достижимости (табл. 3).

Таблица 3

Дерево достижимости

$\mu_{r_1} \geq \mu^*$	$M_1(1, 0, 0)$	$r_2[1, 0]$	$\downarrow t_1$
$r_1[1, 0]$	$\downarrow t_1$	$\mu_{r_1} \geq \mu^*$	$M_4(0, 0, 1)$
	$M_2(0, 1, 0)$	$r_1[0, 1]$	$\downarrow t_1$
	$\downarrow t_2$	$\mu_{r_2} \geq \mu^*$	$M_5(1, 0, 0)$
$\mu_{r_2} \geq \mu^*$	$M_3(1, 0, 0)$	$r_2[0, 1]$	$\downarrow t_1$

Если исключить из рассмотрения п.п. 3.1 метода, то получим бесконечное дерево достижимости метода (см. табл. 3 вектор  $M_5$ ). Если подключить к рассмотрению п.п. 3.1 то получим (табл. 4), конечное дерево достижимости, что и определяет расширение метода.

Таблица 4

Конечное дерево достижимости

$\mu_{r_1} \geq \mu^*$	$M_1(\omega, 0, 0)$	$\mu_{r_2} \geq \mu^*$	$\downarrow t_2$
$r_1[1, 0]$	$\downarrow t_1$	$r_2[0, 1]$	$M_3(\omega, 0, 0)$
	$M_2(0, 1, 0)$		

Такая обработка метода граничных вершин продолжается до тех пор, пока все вершины дерева не станут терминальными, дублирующими или внутренними. Затем работа метода останавливается.

**Утверждение 3.** Если выполняется условия метода построения дерева достижимости, то ввод п. 3.1 безусловно приводит к конечности дерева.

Важнейшим свойством вследствие утверждения 3 построения конечного дерева достижимости, является то, что он за конечное число шагов заканчивает работу. Для того, чтобы проверить достижимость, достаточно определить, содержится ли в этом дереве маркировка  $\mu_n$ , и восстановить путь от  $\mu_0$  до  $\mu_n$ , двигаясь по обратным ребрам дерева.

Основное преимущество этого метода – относительная простота построения дерева достижимо-

сти, его универсальность (применим для любой сети Петри, включая E-сети,  $\tilde{E}$ -сети), а также интерпретируемости. Основные недостатки – медленное время работы и быстрый рост количества маркировок. Это делает затруднительным применение метода, основанного на построении дерева достижимости, для сетей большого размера.

### 3. Матричное отображение $\tilde{E}$ -сетей

Учитывая требование структурированности  $\tilde{E}$ -сетей при компьютерном отображении, для матрицы  $\sigma$  которая определяет структуру нечетких  $\tilde{E}$ -сетей.

Вычислительная сложность реализации метода зависит от размерности дерева и имеет вид.

$$O = O(a^n), \tag{10}$$

где  $O$  – вычислительная сложность;  $a$  – параметр, определяемый предметной областью;  $n$  – параметр маркировки.

**Утверждение 4.** Если задана  $\tilde{E}$  – сеть в виде (2), то матрица  $\sigma$  может быть представлена в виде:

$$\alpha_\sigma = \begin{cases} n_{i_2}, i \in I; \\ -\beta_{ij}, \tilde{C} \times \tilde{A} \neq \emptyset; \\ \gamma_{ij}, \tilde{A} \times \tilde{C} \neq \emptyset; \\ 0, \end{cases} \tag{11}$$

где  $\alpha_\sigma$  – элемент матрицы,  $n_{i_2}$  – бинарный код решающей позиции,  $\beta_{ij}$  – входная инцидентность матрицы на функции принадлежности,  $\gamma_{ij}$  – выходная инцидентность матрицы на функции принадлежности.

В качестве примера рассмотрим фрагмент  $\tilde{E}$ -сети (рис. 5), отображающей функционирование логического устройства системы управления защитой в нештатных ситуациях объекта.

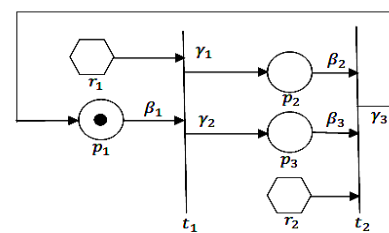


Рис. 5. Фрагмент сети, где  $M_0 = M_0 : \mu_{M_0} = 1$  ;

$$r_1 = [1, 0] : \mu_{r_1} = 1 ; r_2 = [0, 1] : \mu_{r_2} = 1$$

Задав значения  $\beta, \gamma, t, r, \tilde{M}_0$  учитывая (11), построим матрицу  $\sigma$  (табл. 5).

**Утверждение 5.** Если задано развитие  $\tilde{E}$ -сетей в виде (2), то для всей эволюции  $\tilde{E}$ -сети конфликты отсутствуют

$$\forall \tilde{E}_j \text{ сеть}, \tilde{E}_j \text{ сеть} \in \{\tilde{E}_j \text{ сеть}\}_{q(z)}; \tag{12}$$

$$\tilde{M} \in \{\tilde{M}_j\} | \text{conf} = \text{false}.$$

Матриця  $\sigma$ 

			$\beta_1 = 0,1$	$\gamma_1 = 0,3$	$\gamma_2 = 0,5$	$\beta_2 = 1$	$\beta_3 = 0,8$	$\gamma_3 = 0,3$
$r_1$	(1,0)	$t_1$	-0,1	0,3	0	0	0	0
$R_2$	(0,1)	$t_2$	0	0	0,5	-1,0	-0,8	0,3
$M_0$			1	0	0	0	0	0

Справедливість утвердження 5 непосредственно следует из бинарного кода  $p_{i_2}$  (10) схемы разрешенности переходов, а также условий (11, 12).

## Выводы

1. Выполнен анализ литературных источников. Показано, что существующие модели функционируют в условиях неопределенности. Для решения широкого класса задач принято решение рассмотреть модели на основе нечеткой логики.

2. Получила дальнейшее развитие модель на основе  $\tilde{E}$ -сети, которая в отличие от существующей, дополнительно включает составляющие модели в виде функций принадлежности и компонент, модифицированного дерева достижимости при условии построения нечетких  $\tilde{E}$ -сетей. Также предложены правила переходов  $\tilde{E}$ -сетей и матричное отображение процесса.

3. Предложен расширенный метод анализа достижимости по критерию ненулевого вектора конечной маркировки  $\tilde{E}$ -сети, сформулированы условия конечности дерева. Определена вычислительная сложность метода, которая является экспоненциальной.

4. Формализовано матричное отображение модели, что дает принципиальную возможность минимизации вычислительных затрат при компьютерном анализе систем.

5. Определены перспективы дальнейших исследований  $\tilde{E}$ -сетей при моделировании систем, на предметных областях

## Список литературы

1. Дуравкин Е.В. Формализация поведения протоколов информационного обмена, представленных моделями на основе аппарата е-сетей [Текст] / Е.В. Дуравкин // Электронное научное специализированное издание – журнал «Проблемы телекоммуникаций». – 2011. – №1(3). – С. 28-38.
2. Применение E-сети вычисления для описания параллельных процессов [Электронный ресурс]. – Режим доступа [http://edu.dvgups.ru/METDOC/GDTRAN/YAT/ITIS/MODEL\\_SL\\_SIS/METHOD/LEK/BYKOV/L8.htm](http://edu.dvgups.ru/METDOC/GDTRAN/YAT/ITIS/MODEL_SL_SIS/METHOD/LEK/BYKOV/L8.htm).
3. Noe J. Macro E-Nets for Representation of Parallel Systems [Текст] / J. Noe, G.I. Nutt // I EEE Trans. on Comp. C-22 (1973). – N 8. – P. 718-727.
4. Емельянов С.В. Управление ГПС: Модели и алгоритмы [Текст] / С.В. Емельянов. Под общ. ред. акад. С.В. Емельянов. – М.: Машиностроение, 1987. – 368 с.
5. Кучеренко Є.І. Сіткові моделі в задачах аналізу складних систем [Текст] / Є.І. Кучеренко. – Харків : ХТУРЕ, 1999. – 100 с.
6. Мурата Т. Сети Петри: Свойства, анализ, приложения [Текст] / Т. Мурата // ТИИЭР. – Апрель 1989. – Т.77, № 4. – С.41-85.
7. Kucherenko Ye.I. Knowledge-oriented technologies in highly automated production/ Ye.I. Kucherenko, S.M. Trokhymchuk, O.D. Driuk // *Радіоелектроніка, інформатика, управління*. – 2014. – №2(31). – С. 79-84.

Поступила в редколлегию 21.12.2015

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Э.В. Бодянский, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

## НЕЧІТКІ Е-МЕРЕЖІ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛЮВАННЯ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ

Є.І. Кучеренко, М.В. Ходак

Запропоновано модель процесів заснована на нечітких  $\tilde{E}$  - мережах. У ході роботи були розглянуті складові моделі, а саме функціональні приналежності. Детально розглянуто механізм моделювання на нечітких  $\tilde{E}$ -мережах. Інтерпретація окремих фрагментів мережі дозволяє визначити правила виконання переходів на нечітких  $\tilde{E}$ -мережах. Розширений метод побудови дерева досяжності  $\tilde{E}$ -мереж. Запропоновано правила формалізації матричного відображення моделі. Це дає принципову можливість мінімізації обчислювальних витрат. Визначено подальша перспектива моделювання систем на основі нечітких  $\tilde{E}$ -мереж.

**Ключові слова:** перехід, позиція, дерево досяжності, фрагмент, маркування.

## FUZZY E-NETWORK FOR MODELING OF DISCRETE SYSTEMS

Ye.I. Kucherenko, M.V. Khodak

The model processes based on  $\tilde{E}$ -fuzzy networks. During the examined components of the model, namely, functional accessories. Considered in detail the mechanism of simulation on the fuzzy  $\tilde{E}$ -networks. Interpretation of the individual fragments of the network to determine the rules for implementation of the transition to  $\tilde{E}$ -fuzzy networks. Advanced method for constructing the tree reachable  $\tilde{E}$ -networks. Proposed rule formalization matrix display model. This gives the possibility in principle to minimize the computational cost. Define further the prospect of simulation systems based on the fuzzy  $\tilde{E}$ -networks.

**Keywords:** transition, position, reachability tree fragment, marking.