

УДК 621.391

А.В. Лемешко, А.С. Еременко, Н. Тарики, К.М. Арус

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина

ПОВЫШЕНИЕ МАСШТАБИРУЕМОСТИ И ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ РЕШЕНИЙ ПО ОТКАЗОУСТОЙЧИВОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ В ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЯХ

На практике реализация отказоустойчивой маршрутизации на основе резервирования сетевых ресурсов, как правило, связана со снижением общей производительности и масштабируемости протокольных решений. В связи с этим предложена потоковая модель, ориентированная на повышение масштабируемости и производительности решений по отказоустойчивой маршрутизации. В структуру модели введены условия, которые отвечают за то, что основной и резервный маршруты отличаются лишь теми сетевыми элементами, для которых организуется резервирование. Это нашло свое отражение в изменении целевой функции в постановке и решении оптимизационной задачи отказоустойчивой маршрутизации. Приведенные численные примеры подтвердили эффективность предложенного решения.

Ключевые слова: поток, модель, отказоустойчивость, маршрутизация, схема, резервирование.

Введение

Современные телекоммуникационные сети (ТКС), основанные на технологиях IP и MPLS (Multiprotocol Label Switching), обеспечивают качество обслуживания QoS (Quality of Service) в основном посредством использования протоколов маршрутизации. При этом следует отметить, что основной причиной деградации QoS является перегрузка в сети. Большинство протоколов маршрутизации не обеспечивают эффективные механизмы реагирования на перегрузки сети. Таким образом, для повышения эффективности реагирования на возможные отказы обслуживания пакетов, вызванные перегрузками в каналах связи и очередях маршрутизаторов, используется отказоустойчивая маршрутизация. Среди примеров таких технологий может быть выделена MPLS Fast ReRoute [1]. При этом протокол маршрутизации должен удовлетворять ряду важных требований, таких как обеспечение резервирования сетевых элементов (защита канала, узла, маршрута) и адаптацию для однопутевой маршрутизации. Таким образом, предлагается подход на основе потоковой модели, удовлетворяющей указанным требованиям. Для улучшения качества обслуживания используются различные схемы отказоустойчивой одноадресной маршрутизации, которые в частности основаны на обеспечении концепции Fast ReRoute.

Представленное решение основано на подходе, предложенном в [2], и реализуется в качестве нелинейной потоковой модели, в которой условия для предотвращения перегрузки канала связи модифицированы для случая, когда только лишь некоторые потоки могут переключаться на резервный маршрут, но не все из них. Основным недостатком отказоустойчивой маршрутизации на основе резервирования сетевых ресурсов является снижение общей производительности и масштабируемости прото-

кольных решений. Таким образом, проблема повышения масштабируемости и производительности в рамках отказоустойчивой маршрутизации является актуальной практической задачей. В данной статье получила свое дальнейшее развитие математическая модель отказоустойчивой маршрутизации в ТКС, в рамках которой удалось обеспечить удовлетворение следующих требований, сформулированных в соответствии с результатами проведенного анализа:

- учет потоковой структуры современного мультимедийного трафика;
- реализация основных схем резервирования ресурсов сети: защиты канала, узла, маршрута, пропускной способности;
- повышение отказоустойчивости получаемых решений под различные стратегии маршрутизации: одно- и многопутевой одноадресной маршрутизации;
- модификация условий предотвращения перегрузки каналов связи для случая, когда лишь часть потоков будут переключены с основных маршрутов на резервные;
- формулировка условий по повышению масштабируемости и производительности решений, связанных с реализацией отказоустойчивой маршрутизации в ТКС.

Результаты исследований

Базовая модель одноадресной маршрутизации в ТКС

Предлагаемая математическая модель отказоустойчивой маршрутизации ориентирована на реализацию как одно-, так и многопутевой одноадресной маршрутизации. При описании базовой потоковой модели одноадресной маршрутизации [3] структура ТКС представляется с помощью ориентированного графа. При этом с каждым k -м одноадресным потоком связан ряд функциональных параметров: r_k – средняя интенсивность потока на входе в сеть; s_k – узел-

отправитель; d_k – единственный узел-получатель. В ходе решения задачи одноадресной маршрутизации необходимо рассчитать множество переменных $x_{(i,j)}^k$, каждая из которых характеризует долю интенсивности k -го потока в канале связи, представленного дугой $(i, j) \in E$; $k \in K$, где K – множество потоков в сети. При однопутевой маршрутизации потоков верно:

$$x_{(i,j)}^k \in \{0,1\}. \quad (1)$$

В случае, когда предусматривается возможность реализации многопутевых решений, условия (1) заменяются на выражения вида

$$0 \leq x_{(i,j)}^k \leq 1. \quad (2)$$

Кроме того, с целью недопущения потерь пакетов на маршрутизаторах и в ТКС в целом вводятся условия сохранения потока [3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j:(i,j) \in E} x_{(i,j)}^k - \sum_{j:(j,i) \in E} x_{(j,i)}^k = 0; \quad k \in K, M_i \neq s_k, d_k; \\ \sum_{j:(i,j) \in E} x_{(i,j)}^k - \sum_{j:(j,i) \in E} x_{(j,i)}^k = 1; \quad k \in K, M_i = s_k; \\ \sum_{j:(i,j) \in E} x_{(i,j)}^k - \sum_{j:(j,i) \in E} x_{(j,i)}^k = -1; \quad k \in K, M_i = d_k. \end{array} \right. \quad (3)$$

Условия обеспечения защиты (резервирования) элементов сети при отказоустойчивой маршрутизации

Для определения резервного пути с целью реализации схем защиты узла, канала и пути в целом необходимо, наряду с неизвестными $x_{(i,j)}^k$, рассчитать дополнительные маршрутные переменные $\bar{x}_{(i,j)}^k$, которые характеризует долю k -го потока, протекающего в канале $(i, j) \in E$, но уже резервного маршрута. На переменные $\bar{x}_{(i,j)}^k$ также накладываются ограничения, подобные (1) – (3). В соответствии с результатами, предложенными в работе [2], при реализации схемы защиты канала $(i, j) \in E$ в предлагаемую модель необходимо ввести условия вида:

$$x_{(i,j)}^k \bar{x}_{(i,j)}^k = 0, \quad (4)$$

выполнение которых гарантирует использование канала $(i, j) \in E$ лишь одним маршрутом – либо основным, либо резервным вне зависимости от реализуемой стратегии: одно или многопутевой одноадресной маршрутизации. При реализации схемы защиты i -го узла модель дополняется таким условием:

$$\sum_{i:(i,j) \in E} x_{(i,j)}^k \bar{x}_{(i,j)}^k = 0, \quad (5)$$

выполнение которого гарантирует использование i -го узла (т.е. всех инцидентных ему каналов) либо основным, либо резервным маршрутом.

Для обеспечения защиты пути (путей) в структуре модели вводятся условия-равенства

$$\sum_{(i,j) \in E} x_{(i,j)}^k \bar{x}_{(i,j)}^k = 0, \quad (6)$$

что эквивалентно удовлетворению требований относительно отсутствия в основном и резервном маршрутах общих узлов и каналов (кроме узла-отправителя и узла-получателя).

Условия предотвращения перегрузки каналов связи при реализации различных схем резервирования элементов ТКС

В ходе моделирования процессов отказоустойчивой маршрутизации одноадресных потоков возникают определенные сложности при формализации условий предотвращения перегрузки каналов связи в условиях, когда лишь некоторые из рассматриваемых потоков переключаются с основных на резервные маршруты. В рамках предлагаемой потоковой модели [4] отказоустойчивой маршрутизации при предотвращении перегрузки каналов связи учитывается случай, когда не все, а только некоторые потоки переключаются на резервные пути. Поэтому предлагается ввести такие условия предотвращения перегрузки:

$$\sum_{k \in K} r_k \left(\frac{x_{(i,j)}^k + \bar{x}_{(i,j)}^k}{x_{(i,j)}^k \bar{x}_{(i,j)}^k + 1} \right) \leq \varphi_{(i,j)}, \quad (i, j) \in E, \quad (7)$$

если реализуется однопутевая маршрутизация одноадресных потоков.

В наиболее общем случае, включая и вариант (7), т.е. в случае реализации одновременно однопутевой и многопутевой маршрутизации одноадресных потоков, условие предотвращения перегрузки каждого конкретного канала связи будет таким:

$$\frac{1}{2} \sum_{k \in K} r_k \left((x_{(i,j)}^k + \bar{x}_{(i,j)}^k) + \sqrt{(x_{(i,j)}^k - \bar{x}_{(i,j)}^k)^2} \right) \leq \varphi_{(i,j)}. \quad (8)$$

Таким образом, выполнение условий (7), (8) позволяет предотвратить перегрузку каналов связи в телекоммуникационной сети даже в том случае, когда не все, а лишь некоторые потоки переключаются с основного на резервный маршрут. В этом случае для этих потоков всегда будет оставаться незадействованной некоторая часть пропускной способности каналов связи резервных маршрутов, реализуя тем самым, схему защиты (пропускной способности при организации отказоустойчивой маршрутизации в ТКС).

Выбор критерия оптимальности решений по отказоустойчивой маршрутизации в ТКС

Ввиду того, что в общем случае выбор маршрутов (как основных, так и резервных) в телекоммуникационной сети можно произвести множеством способов, целесообразно задачу отказоустойчивой маршрутизации сформулировать как оптимизационную. Важным моментом при формулировке любой оптимизационной задачи является выбор критерия оптимальности получаемых решений, вид которого, с одной, должен адекватно отражать физический смысл моделируемого процесса, а с другой – предоставлять возможность получения искомых результатов с заданными требованиями (приемлемой точностью, вычислительной сложностью в реальном времени и др.).

Классический подход при решении маршрутных задач в ТКС состоит в минимизации суммарной

метрики рассчитываемого маршрута, где под метрикой, как показали результаты проведенного анализа, как правило, выступают приведенные (нормализованные) параметры пропускной способности каналов (путей), средних задержек пакетов и других показателей качества обслуживания в ТКС.

В ряде случаев используют критерии, напрямую связанные с обеспечением оптимальной балансировки нагрузки (т.е. обеспечения сбалансированной загрузки ресурсов) в сети, т.к. известно, что чем меньше загруженность канала/очереди, тем лучшие значения принимают показатели качества обслуживания. Однако в этом случае усложняется процедура дифференцированного учета функциональных параметров отдельных каналов (скоростных и надежности), что при решении задач отказоустойчивой маршрутизации является очень важным моментом.

В работе [4] в ходе расчета маршрутных переменных $x_{(i,j)}^k$ и $\bar{x}_{(i,j)}^k$ при решении задач отказоустойчивой маршрутизации в ТКС предлагается использовать критерий оптимальности, связанный с минимизацией следующей целевой функции:

$$F = \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} c_{(i,j)}^k x_{(i,j)}^k + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} \bar{c}_{(i,j)}^k \bar{x}_{(i,j)}^k, \quad (9)$$

где $c_{(i,j)}^k$ и $\bar{c}_{(i,j)}^k$ – маршрутные метрики каналов основного и резервного маршрутов соответственно.

Функция (9) численно характеризует суммарные затраты на формирование и использование основного и резервного маршрутов между парой узлов отправитель и получатель (получатели). Кроме того, в ходе исследования модели (1) – (9) в работе [4] установлена необходимость ее дополнения условием

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} c_{(i,j)}^k x_{(i,j)}^k \leq \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} \bar{c}_{(i,j)}^k \bar{x}_{(i,j)}^k, \quad (10)$$

выполнение которого гарантирует то, что основной путь (мультипуть) всегда будет не хуже резервного в рамках выбранных метрик $c_{(i,j)}^k$ и $\bar{c}_{(i,j)}^k$, т.е. каждый k -й поток изначально должен использовать более короткий с точки зрения числа переприемов (при $c_{(i,j)}^k = \bar{c}_{(i,j)}^k = 1$) или более эффективный по производительности (при $c_{(i,j)}^k = \bar{c}_{(i,j)}^k = 10^7 / \phi_{(i,j)}$) путь (пути) [5].

Как показал проведенный анализ, использование критерия (9) действительно обеспечивает адекватное решение поставленной задачи по отказоустойчивой маршрутизации, однако был замечен и ряд проблемных моментов, которые в дальнейшем могут отрицательно сказаться на результативности практической реализации модели (1) – (10) в целом. В первую очередь это касается снижения общей производительности ТКС ввиду того, что использование резервных путей так или иначе связано с задействованием дополнительного сетевого ресурса (канального и буферного), который по этой причине не может быть использован другими потоками.

С другой стороны, необходимость расчета наряду с основными маршрутами еще и множества резервных путей сопряжено с повышением вычислительной нагрузки на маршрутизаторы ТКС, а также необходимостью поддержки маршрутных таблиц повышенной размерности, в которых бы хранились данные, как про основные, так и резервные пути. При этом пути этих двух типов необходимо не только рассчитать, но еще и поддерживать в активном состоянии. В целом перечисленные факторы, наряду со снижением производительности ТКС, отрицательно сказываются и на масштабируемости решений, связанных с отказоустойчивой маршрутизацией. Особенно это критично для ТКС большой размерности и с разветвленной сетевой структурой (высокой связностью узлов), что приводит в результате к расчету путей (основных и резервных) с большим числом каналов связи и маршрутизаторов.

Перечисленные недостатки являются общими практически для всех технологий, связанных с повышением надежности сети в целом, и являются своеобразной «платой» за обеспечение заданного уровня отказоустойчивости конечных решений. Для минимизации данных недостатков желательно, чтобы в результате проводимых расчетов резервный путь как можно меньше отличался по составу каналов и узлов от основного – в идеале лишь на проблемный элемент сети, подлежащий последующей защите. Это должно способствовать тому, что резервированию будут подлежать минимальные объемы пропускной способности каналов сети, что положительно скажется на ее производительности и показателях качества обслуживания в целом. Кроме того, тогда в узлах сети для каждого потока могут храниться уже не две маршрутные таблицы (для основного и резервного пути), а одна, но с минимально необходимыми корректировками, касающихся отличий основного и резервного путей.

В этой связи в данной работе предлагается критерий (9) изменить, заменив его на минимум следующей целевой функции

$$F = \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} c_{(i,j)}^k x_{(i,j)}^k + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} \bar{c}_{(i,j)}^k \bar{x}_{(i,j)}^k - \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} b_{(i,j)}^k x_{(i,j)}^k \bar{x}_{(i,j)}^k, \quad (11)$$

в которой введение третьего слагаемого как раз и связано с обеспечением максимального совпадения резервного пути с основным по составу входящих в них каналов и узлов; $b_{(i,j)}^k$ – достаточно большой по своей величине штрафной коэффициент ($b_{(i,j)}^k \gg c_{(i,j)}^k$ and $b_{(i,j)}^k \gg \bar{c}_{(i,j)}^k$).

Знак минус перед третьим слагаемым вводится по той причине, что степень совпадения резервного и основного путей необходимо максимизировать, а метрики данных путей (первое и второе слагаемое в (11)) должны быть минимальны.

Характеристика оптимизационных задач отказоустойчивой маршрутизации и их методов решения

Таким образом, решение технологической задачи по отказоустойчивой маршрутизации в рамках предложенного усовершенствования потоковой модели (1) – (11) сводится к решению оптимизационной задачи, связанной с минимизацией целевой функции (11) при наличии системы ограничений:

- (1) или (2), отвечающих за реализацию одно или многопутевой маршрутизации соответственно;
- (3), описывающих условия сохранения потока для одноадресной маршрутизации;
- (4) – (6), вводимых для реализации возможных схем защиты элементов сети (канала, узла и пути соответственно);
- (7), (8), формализующих условия предотвращения перегрузки каналов связи сети, включая случай, когда лишь некоторые из потоков переключаются на резервные пути;
- (10), которое отвечает за то, что основной путь (мультипуть) всегда будет не хуже резервного в рамках выбранных метрик.

В зависимости от вида целевой функции и вводимых ограничений, определяемого реализуемой стратегией (одно или многопутевой), сформулированная оптимизационная задача может относиться к тому или иному классу задач математического программирования, подразумевая использование соответствующего метода решения (табл. 1). Ввиду того, что ограничения (4) – (6), вводимые для реализации поддерживаемых схем защиты элементов сети и условия (7), (8), связанные с предотвращением перегрузки каналов связи сети, имеют нелинейный характер, то и сформулированная оптимизационная задача в любом случае будет относиться к классу задач нелинейного программирования. Кроме того, при реализации однопутевой маршрутизации маршрутные переменные будут носить булевый характер, в связи с чем решаемая оптимизационная задача уже будет относиться к подклассу задач смешанного целочисленного нелинейного программирования (Mixed Integer Nonlinear Programming, MINLP).

Таблица 1

Характеристика оптимизационных задач отказоустойчивой маршрутизации и их методов решения

Класс оптимизационной задачи	Методы решения
Стратегия маршрутизации: однопутевая	
Смешанного целочисленного нелинейного программирования	метод округления, метод ветвей и границ, методы последовательной линеаризации, метод имитации отжига, генетический алгоритм, различные смешанные (гибридные) методы
Стратегия маршрутизации: многопутевая	
Нелинейного программирования	метод неопределенных множителей Лагранжа, метод штрафных функций, градиентные методы и др.

Численный анализ повышения масштабируемости и производительности решений по отказоустойчивой маршрутизации

Проведем анализ влияния усовершенствования предложенной потоковой модели, заключающегося в замене целевой функции (9) на обновленный вариант (11), на масштабируемость и производительность решений по отказоустойчивой маршрутизации. Для этого рассмотрим сетевую структуру, представленную на рис. 1.

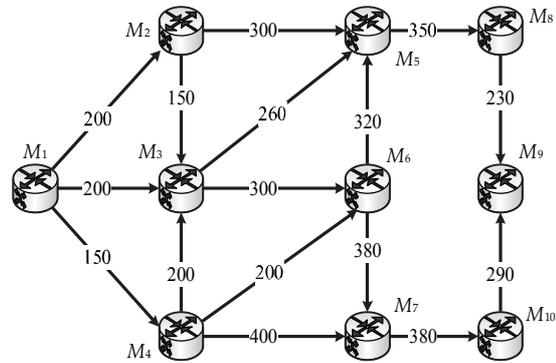


Рис. 1. Пример исследуемой структуры ТКС с десятью узлами и шестнадцатью каналами связи

Так для одноадресного потока пакетов, передаваемых с интенсивностью 150 1/с от первого маршрутизатора к девятому, оптимальным основным маршрутом в метрике числа переприемов будет, например, путь $M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_5 \rightarrow M_8 \rightarrow M_9$. Тогда резервным при обеспечении защиты канала (2, 5) и использовании целевой функции (9) будет путь $M_1 \rightarrow M_4 \rightarrow M_7 \rightarrow M_{10} \rightarrow M_9$, что повлечет необходимость выделения пропускной способности 150 1/с для рассматриваемого потока в каждом из восьми каналов связи основного и резервного путей (рис. 2). Резервный путь для наглядности на рис. 2 обозначен пунктиром.

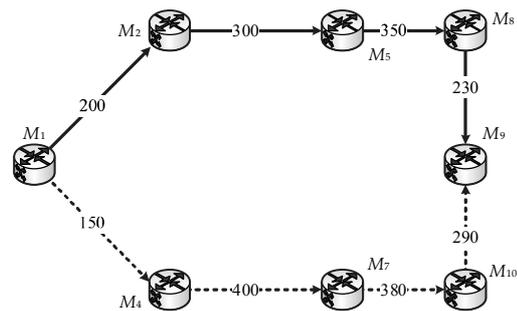


Рис. 2. Результаты расчета основного и резервного путей с использованием выражения (9)

В ходе оптимизации процесса отказоустойчивой маршрутизации с использованием модифицированной целевой функции (11) результат решения поставленной задачи несколько изменится. Это связано с тем, что в соответствии с физическим смыслом целевой функции (11) резервный путь стремится минимально отличаться от основного по составу используемых каналов связи и их загрузженности.

Переход к использованию целевой функции (11) в данном случае позволит повысить масштабируемость искомых решений и производительность ТКС в целом, т.к. суммарное число задействованных в ходе отказоустойчивой маршрутизации каналов связи при использовании резервного пути $M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_3 \rightarrow M_5 \rightarrow M_8 \rightarrow M_9$ сократится до шести (рис. 3).

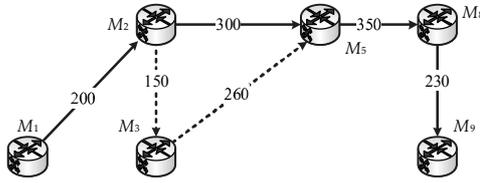


Рис. 3. Результаты расчета основного и резервного путей с использованием выражения (11)

Выводы

В соответствии с необходимостью реализации требований, выдвигаемых к перспективным решениям в области обеспечения отказоустойчивости маршрутных решений, в статье получила дальнейшее развитие потоковая модель отказоустойчивой маршрутизации в телекоммуникационной сети, направленная на реализацию основных схем резервирования элементов сети и их пропускной способности.

В рамках предложенной модели обеспечивается решение задачи отказоустойчивой маршрутизации путем минимизации аддитивной метрики основного и резервного маршрутов. При этом в качестве метрики могут выступать функции от ключевых функциональных характеристик каналов связи: пропускной способности, задержки, уровня потерь пакетов и др.

Новизной предложенной модели является модификация подлежащей минимизации целевой функции путем введения квадратичного члена, отвечающего за то, чтобы резервный путь как можно меньше отличался по составу каналов и узлов от основного – в идеале лишь на проблемный элемент сети, подлежащий по-

следующей защите. Это способствовало тому, что резервированию будут подлежать минимальные объемы пропускной способности каналов сети, что положительно скажется на ее производительности и показателях качества обслуживания в целом. В ходе исследования предложенной модели, во-первых, подтверждена ее работоспособность с точки зрения получения искомых решений в реальном времени, во-вторых, на ряде численных примеров продемонстрированы преимущества предложенных усовершенствований, касающихся предотвращения возможной перегрузки каналов связи, повышения масштабируемости и производительности получаемых решений в целом.

Список литературы

1. Hariyawan M.Y. Comparison Analysis of Recovery Mechanism at MPLS Network / M.Y. Hariyawan // *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*. – 2011. – Vol. 1, no. 2. – P. 151-160.
2. Лемешко А.В. Модель отказоустойчивой маршрутизации в MPLS-сети / А.В. Лемешко, А.А. Романюк, Е.В. Козлова // *Труды Северо-Кавказского филиала Московского технического университета связи и информатики*. – Ростов-на-Дону.: ПЦ «Университет» СКФ МТУСИ, 2013. – С. 203-206.
3. Lee Y. A Constrained Multipath Traffic Engineering Scheme for MPLS Networks / Y. Lee, Y. Seok, Y. Choi, C. Kim // *Proc. IEEE ICC'2002, Publisher: IEEE*. – 2002. – P. 2431-2436.
4. Lemeshko O.V. Fault-Tolerant Unicast, Multicast and Broadcast Routing Flow-Based Models / O.V. Lemeshko, K.M. Arous, O.S. Yeremenko // *Scholars Journal of Engineering and Technology*. – 2015. – 3(4A). – P. 343-350.
5. Лемешко О.В. Результати порівняльного аналізу поточкових моделей маршрутизації в телекомунікаційних мережах / О.В. Лемешко, О.А. Дробот, Д.В. Симоненко // *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*. – Х.: ХУ ПС, 2007. – Вип. 1(13). – С. 66-69.

Поступила в редколлегию 2.12.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Д.В. Агеев, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

ПІДВИЩЕННЯ МАСШТАБОВАНОСТІ ТА ПРОДУКТИВНОСТІ РІШЕНЬ З ВІДМОВОСТІЙКОЇ МАРШРУТИЗАЦІЇ В ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ МЕРЕЖАХ

О.В. Лемешко, О.С. Єременко, Н. Тарікі, К.М. Арус

На практиці реалізація відмовостійкої маршрутизації на основі резервування мережних ресурсів, як правило, пов'язана зі зниженням загальної продуктивності і масштабованості протокольних рішень. У зв'язку з цим запропонована потокова модель, яка орієнтує на підвищення масштабованості та продуктивності рішень щодо відмовостійкої маршрутизації. До складу моделі введені умови, які відповідають за те, що основний і резервний маршрути відрізняються тільки тими мережними елементами, для яких здійснюється резервування. Це знайшло своє відображення в зміні цільової функції в постановці та розв'язанні оптимізаційної задачі відмовостійкої маршрутизації. Наведені чисельні приклади підтвердили ефективність запропонованого рішення.

Ключові слова: потік, модель, відмовостійкість, маршрутизація, схема, резервування.

ENHANCEMENT SCALABILITY AND PERFORMANCE OF FAULT-TOLERANT ROUTING SOLUTIONS IN TELECOMMUNICATION NETWORKS

O.V. Lemeshko, O.S. Yeremenko, N. Tariki, K.M. Arous

Effective solution for enhancement scalability and productivity of fault-tolerant routing using the flow-based model was proposed. In practice, the fault-tolerant routing based on reservation of network resources is usually associated with decrease in overall performance and scalability of protocol solutions. In this regard, in structure of the model introduced conditions that are responsible for the fact that the primary and backup routes differed only by network elements for which redundancy provided. This was reflected in modification of objective function within the formulation and solution of optimization problem of the fault-tolerant routing. Numerical examples showed efficiency of the proposed solution.

Keywords: flow, model, fault-tolerant routing, scheme, backup.