

ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПОТОКІВ У МЕРЕЖІ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ ЗА ДОПОМОГОЮ ПРОЦЕДУРИ АЛЬТЕРНАТИВНОЇ МАРШРУТИЗАЦІЇ

к.т.н. О.Д. Анохіна, С.Ю. Гайдаров,
к.ф.-м.н. О.О. Можаяєв, С.Г. Семенов
(подав д.т.н., проф. В.А. Краснобаєв)

Розглянуто процедуру застосування альтернативної маршрутизації в мережах передачі даних. Запропоновано алгоритми визначення оптимальних потоків і найбільш раціональних маршрутів у мережах передачі даних.

Постановка задачі. Проблеми маршрутизації присутні в мережах будь-якого типу – як у мережах комутації пакетів і повідомлень, так і в мережах комутації каналів. Звичайно, конкретна реалізація алгоритму маршрутизації істотно залежить від специфічних особливостей мереж, але в цілому для різних мереж використовується досить схожий математичний апарат – алгоритми найкоротшого шляху і потокові алгоритми. Специфіка мереж виявляється в складі вхідних параметрів, що враховуються, і обмежень на обраний маршрут, а також у вимогах на його якість.

Аналіз літератури показав, що питання маршрутизації в «традиційних» обчислювальних мережах розглянуті досить докладно, на приклад [1, 2], а також і в багатьох інших джерелах. Під алгоритмом маршрутизації розуміється правило, відповідно до якого в кожному вузлі мережі передачі даних здійснюється вибір лінії зв'язку для передачі блоку даних (повідомлення або пакета). Згідно [2], під фіксованою (нерозгалуженою, одношляховою) маршрутизацією розуміється така процедура вибору маршруту, при якій для передачі даних від вузла-джерела до вузла-адресата використовується єдиний маршрут. Однак, як розглянуто в [3], завантаження всіх ресурсів мережі повинні бути максимально можливими для підвищення обсягів переданого трафіку. Для того, щоб досягти збалансованого завантаження всіх ресурсів мережі шляхом раціонального вибору шляхів проходження трафіку через мережу, у загальному випадку краще використовувати процедури альтернативної, розгалуженої, багатшляхової маршрутизації.

Метою даної статті є розгляд альтернативної процедури вибору маршруту для виконання задачі визначення оптимальних потоків і ви-

значення найбільш раціональних маршрутів у мережі передачі даних за критерієм середньої затримки.

Модель мережі передачі даних. Розглянемо наступну модель мережі передачі даних (МПД). МПД складається з N вузлів комутації і M ліній зв'язку. Передбачається, що:

- 1) усі лінії зв'язку абсолютно надійні;
- 2) усі лінії зв'язку завадостійкі;
- 3) вузли комутації мають нескінченну пам'ять;
- 4) час обробки у вузлах комутації відсутній;
- 5) довжини всіх повідомлень незалежні і розподілені по показовому

закону із середнім значенням $\frac{1}{\mu}$ (байт);

6) трафік, що надходить у мережу, утворює пуассоновський потік із середнім значенням γ_{ij} (повідомлень/сек) для повідомлень, що виникають у вузлі i та призначених вузлу j ; тоді повний зовнішній трафік

$$\gamma = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma_{ij}; \quad (1)$$

7) кожна лінія зв'язку складається з єдиного дуплексного каналу зв'язку з пропускною здатністю, рівною r_{kl} [байт/сек] ((k, l) – лінія зв'язку між вузлами k і l).

Позначимо через $X_{kl}^{(i,j)}$ – частку потоку γ_{ij} , що проходить по лінії (k, l) :

$$0 \leq X_{kl}^{(i,j)} \leq 1. \quad (2)$$

Тоді

$$\lambda_{kl} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} X_{kl}^{(i,j)}, \quad (3)$$

де λ_{kl} – величина потоку в лінії (k, l) [повідомлень/сек], обумовлена потоком γ_{ij} .

Для перемінних $X_{kl}^{(i,j)}$ повинна виконуватися умова збереження потоку в мережі, що записується таким способом:

$$\sum_{k=1}^N X_{kl}^{(i,j)} - \sum_{k=1}^N X_{lk}^{(i,j)} = \begin{cases} -1, & l = i; \\ 0, & l \neq i, j; \\ 1, & l = j. \end{cases} \quad (4)$$

Позначимо через Z_{ij} – середній час, який затрачується на передачу повідомлення, що виникло в вузлі i та призначається вузлу j (міжкінцева затримка повідомлення). Важливою характеристикою якості функціо-

нування мережі передачі даних є середня затримка повідомлення в мережі – T , яка визначається як урівноважена сума між кінцевих затримок Z_{ij} , тобто

$$T = \frac{1}{\gamma} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \gamma_{ij} Z_{ij}. \quad (5)$$

Застосування формули Літтла [5] до мережі черг призведе до загального, і в той же час надзвичайно простого результату, який вперше одержаний Л. Клейнроком [6]:

$$T = \frac{1}{\gamma} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \lambda_{kl} t_{kl}, \quad (6)$$

де t_{kl} – середній час перебування повідомлень у лінії (k, l) [4].

Середній час перебування повідомлень у лінії (k, l) , що складається з часу передачі повідомлення – $\frac{1}{\mu p_{kl}}$ і часу чекання в черзі – W_{kl} , визначається за формулою:

$$t_{kl} = \frac{1}{\mu p_{kl}} + W_{kl}; \quad (7)$$

$$W_{kl} = \frac{1}{\mu p_{kl}} \times \frac{\lambda_{kl}}{\mu p_{kl} - \lambda_{kl}}, \quad (8)$$

або

$$t_{kl} = \frac{1}{\mu p_{kl} - \lambda_{kl}}. \quad (9)$$

Позначимо величину потоку в лінії (k, l) як $f_{kl} = \frac{\lambda_{kl}}{\mu}$ (байт/сек). Тоді

$$t_{kl} = \frac{1}{\mu} \times \frac{1}{p_{kl} - f_{kl}}. \quad (10)$$

При підстановці t_{kl} у вираз (5) отримуємо вираз для середньої затримки повідомлень по мережі

$$T = \frac{1}{\gamma} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \frac{f_{kl}}{p_{kl} - f_{kl}}. \quad (11)$$

Зроблені припущення і позначення дозволяють сформулювати задачу пошуку таких значень перемінних $X_{kl}^{(i,j)}$, котрі забезпечать оптимальне (найменше) значення величини T .

Вибір оптимальних потоків. Формальним результатом рішення задачі вибору оптимальних потоків у мережі є множина змінних $X_{kl}^{(i,j)}$; $i, j, k, l = 1, 2, \dots, N$. Знаючи ці змінні, легко визначити величини потоків у лініях зв'язку $f_{kl}^{(i,j)}$, множину оптимальних маршрутів для всіх пар вузлів «джерело – адресат» і частки від вхідних потоків γ_{ij} , які потрібно передати оптимальними маршрутами. Однак, у ряді випадків, необхідно знати, які саме маршрути призводять до оптимального розподілу потоків [4].

Більш строго ставиться наступна задача: для кожної пари вузлів «джерело (i) – адресат (j)» необхідно визначити множину оптимальних маршрутів

$$P_{ij} = \left\{ \pi_{ij}^{(r)} \right\}, r = 1, 2, R_{ij}$$

(R_{ij} – кількість оптимальних маршрутів з вузлу i до вузлу j) та частку потоків від вхідного потоку з відповідністю, з якою використовуються маршрути.

Відомо:

- 1) топологічна структура МПД;
- 2) матриця вхідних потоків – $\|\gamma_{ij}\|$;
- 3) пропускні здібності ліній зв'язку – $\|p_{kl}\|$;
- 4) середня довжина повідомлення – $\frac{1}{\mu}$.

Потрібно знайти:

змінні $X_{kl}^{(i,j)}$ і, отже, потоки в лініях зв'язку $f_{kl}^{(i,j)}$ такі, що:

$$T = \frac{1}{\gamma} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \frac{f_{kl}}{p_{kl} - f_{kl}} \rightarrow \min \quad (12)$$

при виконанні обмежень:

$$f_{kl} = \frac{1}{\mu} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \gamma_{ij} X_{kl}^{(i,j)}, \quad k, l = 1, 2, \dots, N; \quad (13)$$

$$f_{kl} < p_{kl}, \quad k, l = 1, 2, \dots, N; \quad (14)$$

$$\sum_{k=1}^N X_{kl}^{(i,j)} - \sum_{k=1}^N X_{lk}^{(i,j)} = \begin{cases} -1, & l = i; \\ 0, & l \neq i, j; \\ 1, & l = j; \end{cases} \quad (15)$$

$$0 \leq X_{kl}^{(i,j)} \leq 1, \quad i, j, k, l = 1, 2, \dots, N. \quad (16)$$

Обмеження (16) припускає, що для передачі повідомлень з вузла i до вузла j може бути використано більш одного маршруту, тобто задача (12) – (16) описує альтернативну процедуру вибору маршрутів.

Альтернативна маршрутизація. У випадку альтернативної маршрутизації існує єдиний локальний мінімум даної задачі, що є глобальним мінімумом, для перебування якого розроблено досить велике число обчислювальних методів [5, 6].

Найбільш відомим методом рішення даної задачі є метод відхилення (девіації) потоку, який запропоновано у роботі [5], де доведено, що метод відхилення потоку в границі зменшує значення цільової функції до мінімуму.

Для заданої множини потоків у лініях зв'язку f визначимо „вагу” лінії зв'язку (k, l) як часткову похідну середньої затримки за змінною f_{kl} , тобто $\frac{\partial T}{\partial f_{kl}}$. Нехай φ – потік за найкоротшими маршрутами, визначеними

відповідно до «ваг» $\frac{\partial T}{\partial f_{kl}}$. Нехай далі, $\hat{f} = \beta \times \varphi + (1 - \beta) \times f$ – опукла комбінація v і f , яка мінімізує функцію $T(\beta)$.

Якщо $T(\hat{f}) = T(f)$, то f – оптимальний потік.

Розглянемо різницю: $T(\hat{f}) - T(f) = \delta T$.

Для $\beta \ll 1$ маємо:

$$T(\hat{f}) - T(f) \approx \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N (\hat{f}_{kl} - f_{kl}) \frac{\partial T}{\partial f_{kl}} = \beta \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N (\varphi_{kl} - f_{kl}) \frac{\partial T}{\partial f_{kl}}.$$

Тоді

$$\sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N (\varphi_{kl} - f_{kl}) \frac{\partial T}{\partial f_{kl}} \geq 0 \quad (17)$$

або

$$\sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \left(\varphi_{kl} \frac{\partial T}{\partial f_{kl}} \right) \geq \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \left(f_{kl} \frac{\partial T}{\partial f_{kl}} \right), \quad (18)$$

причому в точці оптимуму нерівність (18) переходить у рівність. Таким чином, для того щоб у результаті ітерацій потік \hat{f} наближався до опти-

мального рішення, необхідно мінімізувати величину $\sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \left(\varphi_{kl} \frac{\partial T}{\partial f_{kl}} \right)$,

де φ – потік за найкоротшими маршрутами, визначеними відповідно до «ваг» $W_{kl} = \frac{\partial T}{\partial f_{kl}}$.

Використовуючи вищевказані викладення, можна скласти алгоритм відхилення потоку.

Висновки. Проведене моделювання альтернативної процедури вибору маршруту дозволило вирішити задачу визначення оптимальних потоків і найбільш раціональних маршрутів у мережах передачі даних. Надалі можливо складання алгоритму відхилення потоку.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бертсекас Д., Галлагер Р. *Сети передачи данных: Пер. с англ.* – М.: Мир, 1989. – 544 с.
2. Клейнрок Л. *Вычислительные системы с очередями: Пер. с англ.* – М.: Мир, 1979. – 600 с.
3. Семенов С.Г. Оптимізація трафіка на основі збалансованого завантаження інформаційно-телекомунікаційної мережі // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вип. 8 (36). – С. 206 – 210.
4. Вишневский В.М. *Теоретические основы проектирования компьютерных сетей.* – М.: Техносфера, 2003. – 512 с.
5. Fratta L., Gerla M., Kleinrock L. *The flow deviation method: An approach to store-and-forward communication network design // Networks.* – 1973. – V. 3, № 2. – P. 97 – 133.
6. Gerla M., Kleinrock L. *On the topological design of distributed computer networks // IEEE Trans on Communications.* – 1977. – V. COM-25, № 1. – P. 48 – 53.

Надійшла 30.09.2004

АНОХІНА Ольга Дмитрівна, канд. техн. наук, доцент кафедри математики ХІЕУ. У 1981 році закінчила ММФ ХДУ. Область наукових інтересів – нелінійна взаємодія радіохвиль у різних середовищах, керування процесами в інформаційних системах.

ГАЙДАРОВ Сергій Юрійович, старший науковий співробітник інформаційно-обчислювального центру ХУ ПС. У 1980 році закінчив Харківське ВВКНУ. Область наукових інтересів – керування процесами в інформаційних системах.

МОЖАЄВ Олександр Олександрович, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. спів., пров. наук. спів. інформаційно-обчислювального центру ХУ ПС. Область наукових інтересів – нелінійна взаємодія радіохвиль у різних середовищах, керування процесами в інформаційних системах.

СЕМЕНОВ Сергій Геннадійович, заступник начальника інформаційно-обчислювального центру ХУ ПС. У 1994 році закінчив ХВУ, у 2000 році НЮАУ. Область наукових інтересів – оптимізація обчислювальних мереж.