

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОФИЛЯ ЭЛЕКТРОДОВ МАГНИТОПЛАЗМЕННОГО РЕЛЬСОВОГО УСКОРИТЕЛЯ НЕЭЛЕКТРОПРОВОДНЫХ ТЕЛ В РЕЖИМЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

А.Б. Жолобенко, д.т.н., проф. С.Н.Шостко

На основе аналитического решения задачи диффузии постоянного тока из контактной поверхности электродов в проводящее полупространство получено выражение для профиля электродов, обеспечивающих наилучшее преобразование электрической энергии в кинетическую энергию метаемого тела.

Введение. При разработке и проектировании магнитоплазменных рельсовых ускорителей одной из основных проблем является проблема эффективного преобразования подведенной электрической энергии в кинетическую энергию метаемого тела. Как известно, основные энергетические потери в рельсотронах приходятся на рассеивание тепла в электродах. Поэтому минимизация тепловых потерь для повышения КПД является *актуальной задачей*. С другой стороны, от профиля электродов, соотношения размеров поперечного сечения и калибра канала ствола зависит величина электромагнитной силы. Возникает необходимость нахождения компромиссного решения. Анализ разгона тел в электромагнитных ускорителях с различной геометрией рельсов (прямоугольных, трапецевидных, усеченных секторных, в виде сегментов и других) посвящено большое количество работ. В [1], например, приведено описание ускорителя с профилем рельсов Т-образной формы из соображений обеспечения большой механической прочности и лучшей теплопередачи. Углы рельсов закруглены с целью снижения локальной плотности тока. В то же время оптимизация геометрических размеров сечений в упомянутых работах не проводилась.

В работе [2] решена задача определения оптимальной высоты электродов прямоугольного поперечного сечения по критерию максимума КПД. Толщину рельсов можно уменьшать в направлении движения тела в соответствии с глубиной диффузии постоянного тока. Однако вопрос об оптимальном профиле электродов до настоящего времени оставался открытым. Его рассмотрению посвящена настоящая статья.

Целью настоящей работы является обоснование формы поперечного сечения электродов магнитоплазменного рельсового ускорителя,

обеспечивающих наилучшее преобразование подведенной электрической энергии в кинетическую энергию метаемого тела.

Постановка задачи и ее решение. Рассмотрим процесс разгона тел в магнитоплазменном рельсотроне в условиях эрозионной стойкости электродов [2]. В соответствии с [3, 4] уравнение движения тела под действием электромагнитной силы Лоренца и сил сопротивления, действующих во время движения как на метаемое тело, так и на плазменный поддон, имеет вид

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{b}{2} I^2 - \left(\frac{fm_{\text{пл}}}{2d} + \lambda \right) v^2, \quad (1)$$

где m – ускоряемая масса, $m = m_T + m_{\text{пл}}$; m_T – масса тела; $m_{\text{пл}}$ – масса плазменного поддона; v – скорость массы; b – погонная индуктивность электродов; I – максимально допустимая величина силы электрического тока в условиях эрозионной стойкости электродов; f – коэффициент трения плазменного поддона о боковые стенки канала ствола; λ – суммарный коэффициент лобового сопротивления и трения, возникающего между боковой поверхностью тела и внутренними стенками канала ствола; d – калибр канала ствола.

При ускорении тела в режиме постоянного тока с постоянными коэффициентами сопротивления f и λ и постоянной погонной индуктивностью b выражение для мгновенной скорости запишется как

$$v(t) = v_m \frac{(v_m + v_0) e^{\beta t} - (v_m - v_0)}{(v_m + v_0) e^{\beta t} + (v_m - v_0)}, \quad (2)$$

где v_0 – скорость инъекции тела в канал ствола рельсотрона, при которой обеспечивается эрозионная стойкость электродов; v_m – максимальная скорость тела, выражение для которой получаем из решения уравнения (1) при $dv/dt = 0$:

$$v_m = \sqrt{bI^2 / (fm_{\text{пл}} / d + 2\lambda)}; \quad (3)$$

$$\beta = \frac{I}{m} \sqrt{b(fm_{\text{пл}} / d + 2\lambda)}. \quad (4)$$

Для определения положения метаемого тела в канале ствола проинтегрируем выражение (2) по времени. В результате имеем

$$x(t) = v_m \left(\frac{2}{\beta} \ln \frac{(v_m + v_0) e^{\beta t} + (v_m - v_0)}{2v_m} - t \right). \quad (5)$$

Задавая требуемую конечную скорость тела v_p на выходе канала ствола, из (2) получаем время разгона

$$t_p = \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{(v_m - v_0)(v_m + v_p)}{(v_m + v_0)(v_m - v_p)} \right). \quad (6)$$

Из (5) и (6) следует выражение для длины разгона

$$x_p = \frac{v_m}{\beta} \ln \frac{v_m^2 - v_0^2}{v_m^2 - v_p^2}. \quad (7)$$

Перейдем к рассмотрению КПД магнитоплазменного рельсотрона в виде

$$\eta = W_k / (W_i + W_{дж}), \quad (8)$$

где W_k – полученная телом кинетическая энергия,

$$W_k = 1/2 \cdot m_T (v_p^2 - v_0^2); \quad (9)$$

W_i – работа силы Лоренца по преодолению сил сопротивления и перемещению тела в положение x_p ,

$$W_i = 1/2 \cdot bI^2 x_p; \quad (10)$$

$W_{дж}$ – джоулевы потери в электродах и плазменном поддоне,

$$W_{дж} = I^2 \left(R_{пл} t_p + \int_0^{t_p} R(t) dt \right), \quad (11)$$

$R_{пл}$ – сопротивление плазменного поддона; $R(t)$ – мгновенное сопротивление электродов,

$$R(t) = 2\rho_{эл} \int_0^t \frac{v(\tau)}{S(\tau)} d\tau, \quad (12)$$

$\rho_{эл}$ – удельное сопротивление электродов; $S(t)$ – мгновенное поперечное сечение токового слоя электродов.

Максимизация КПД рельсотрона при заданной величине кинетической энергии метаемого тела на выходе канала ствола является задачей условной минимизации джоулевых потерь. Условием являются выражения (3) и (6), связывающие время разгона и величину погонной индуктивности электродов, которая определяется калибром канала ствола, геометрической формой поперечного сечения токового слоя и его размерами при длине электродов существенно превышающей величину калибра. Так как при очень больших скоростях тело за десятки микросекунд проходит расстояние значительно превышающее калибр канала ствола, а глубина проникновения тока в электроды за это время незначительна, то погонную индуктивность можно считать постоянной в процессе разгона при неизменной высоте электродов и определять по формуле [5]:

$$b = \frac{\mu}{\pi} \left(\ln \frac{d + z_{\text{кр}}}{h + z_{\text{кр}}} + \frac{3}{2} \right), \quad (13)$$

где μ – магнитная постоянная, $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; h – высота контактного слоя электродов; $z_{\text{кр}}$ – глубина проникновения постоянного тока за время $t_{\text{кр}}$; $t_{\text{кр}}$ – критический интервал времени, начиная с которого длина пути, пройденного телом, существенно превышает калибр.

Поэтому рабочее сечение электродов для расчета величины погонной индуктивности ускорителя имеет площадь $h \times z_{\text{кр}}$. Дальнейшее проникновение тока в рельсы будет в основном влиять лишь на сопротивление электродов, а значит можно ставить задачу о профиле электродов с минимальным тепловым рассеиванием.

При постоянном токе в электродах электромагнитное поле в однофазной среде с высокой проводимостью описывается уравнением параболического типа [6]. Так как длина электродов существенно больше линейных размеров поперечного сечения, то можно рассматривать двумерную задачу диффузии постоянного тока в проводящее полупространство

$$\frac{\partial j}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 j}{\partial z^2} \right),$$

$$0 < t < \infty, \quad -\infty < x < \infty, \quad 0 < z < \infty, \quad (14)$$

$$j(0, x, z) = \frac{I}{hz_{\text{кр}}} \left[1 \left(x + \frac{h}{2} \right) - 1 \left(x - \frac{h}{2} \right) \right] \delta(z),$$

где $j(t, x, z)$ – плотность тока; a^2 – коэффициент диффузии постоянного тока, $a^2 = \rho_{\text{эл}} / \mu$; $1(x)$ – единичная ступенчатая функция; $\delta(z)$ – дельта-функция.

Применяя метод интегрального преобразования Фурье [6], получаем

$$j(t, x, z) = \frac{I}{z_{\text{кр}}} \frac{e^{-z^2/(4a^2t)}}{2ah\sqrt{\pi t}} \left[\operatorname{erf} \left(\left(x + \frac{h}{2} \right) / (2a\sqrt{t}) \right) - \operatorname{erf} \left(\left(x - \frac{h}{2} \right) / (2a\sqrt{t}) \right) \right], \quad (15)$$

где $\operatorname{erf}(x)$ – интеграл вероятности,

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du. \quad (16)$$

Задавая в выражении (15) различные значения t , можно получить линии уровня плотности тока в полуплоскости. А выбрав пороговый уровень плотности тока θ ($\theta < 1$) относительно максимального значения в данный момент времени (в данном сечении) имеем контур, ограничивающий токовый слой электродов в рассматриваемом поперечном сечении за время от момента контакта в данном положении до момента

окончания процесса разгона. Положив в (15) $z = 0$ и $x = 0$, получаем зависимость плотности тока от времени на границе, что в модели ступенчатого распространения постоянного тока соответствует закону изменения площади токового слоя. Выражение для контура токового слоя электродов при каждом фиксированном значении t принимает вид

$$z^2 = -4a^2t \cdot \ln \frac{2\theta \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{h}{4a\sqrt{t}}\right)}{\operatorname{erf}\left(\left(x + \frac{h}{2}\right)/(2a\sqrt{t})\right) - \operatorname{erf}\left(\left(x - \frac{h}{2}\right)/(2a\sqrt{t})\right)}. \quad (17)$$

Выбирая порог по площади для уменьшения плотности тока по половинному уровню $\theta = 0,5$, имеем

$$S_0(t) = 2ah\sqrt{\pi t} / \operatorname{erf}\left(\frac{h}{4a\sqrt{t}}\right). \quad (18)$$

Из (15) хорошо видно, что в результате решения задачи диффузии постоянного тока (14) в одномерных моделях по координатам x и z получаем выражение для глубины диффузии тока при пороге по уровню $1/\sqrt{2}$

$$z(t) = a\sqrt{2\pi t} = \sqrt{2\pi\rho_{эл}t/\mu}, \quad (19)$$

которое и будет использовано для вычисления z_{kp} , и выражение для диффузии тока по высоте электрода при таком же уровне порога в виде

$$x(t) = \frac{h}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{\operatorname{erf}(h/4a\sqrt{t})} - 1 \right]. \quad (20)$$

Анализ (20) показывает, что если $t = 0$, то $x(t) = 0$ и если $h = 0$, то $x(t) = z(t)$, что соответствует общепринятым представлениям.

Таким образом, текущая величина площади токового слоя будет

$$S(t) = \begin{cases} hz_{kp}, & t \leq t_{kp}; \\ hz_{kp} + S_0(t - t_{kp}), & t > t_{kp}. \end{cases} \quad (21)$$

После подстановки (21) в выражение (12) величина мгновенного сопротивления электродов запишется как

$$R(t) = \begin{cases} \int_0^t \frac{v(\tau)}{hz(t-\tau)} d\tau, & t \leq t_{kp}, \\ \int_0^{t-t_{kp}} \frac{v(\tau)}{hz_{kp} + S_0(t-t_{kp}-\tau)} d\tau + \int_{t-t_{kp}}^t \frac{v(\tau)}{hz(t-\tau)} d\tau, & t > t_{kp}. \end{cases} \quad (22)$$

Подставляя в (8) выражения (9) и (10), а также выражение (11) с подстановкой t_p из (6) и $R(t)$ из (22), получаем представление КПД как функции высоты токового слоя h . Находя максимум этого выражения на отрезке $[h_{кр}, d]$, получаем оптимальное значение $h = h^*$. Здесь $h_{кр} = l/j_{кр}$, где $j_{кр}$ – погонная плотность тока расплавления электродов.

Таким образом, найдено оптимальное значение высоты контактного слоя рельсов, которая определяет профиль и размеры электродов, обеспечивающих наилучшее преобразование электрической энергии в кинетическую энергию метаемого тела.

Покажем на примере решение задачи оптимизации. Пусть необходимо произвести расчет оптимального по КПД рельсотрона с медными электродами оптимальной формы для метания тела массой 25 г калибра 20 мм со скоростью 4000 м/с при скорости инъекции тела в канал ствола 1000 м/с. Из условия эрозионной стойкости медных электродов [2] получаем $I = 170$ кА. Критическую погонную плотность тока медных электродов зададим равной 43 кА/мм [7], отсюда $h_{кр} = 4$ мм. Исходя из скорости инъекции и заданного калибра определяем $t_{кр} = 80$ мкс. В соответствии с (19) $z_{кр} = 2,6$ мм. При характерных для работы рельсотрона калибра 20 мм значениях массы плазменного поддона 1 г, коэффициентах сопротивления f около 0,01 и λ порядка 10^{-4} [3] график зависимости КПД от высоты контактного слоя приведен на рис. 1 кривой 1.

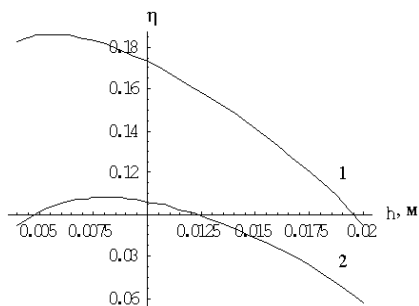


Рис. 1. Зависимость КПД от высоты электродов

Максимум КПД составляет 19 % и достигается при $h = 0,006$ м. Как

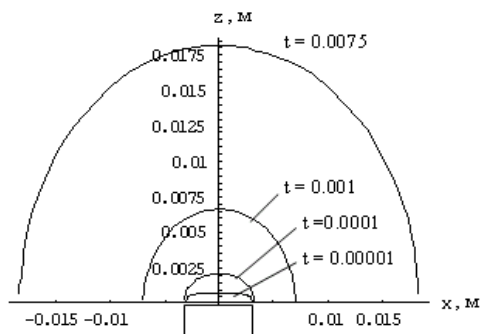


Рис. 2. Контур оптимального профиля электрода

видно из графика, неправильный выбор высоты контактного слоя в пределах калибра может привести к потере КПД на 9%. Для сравнения, кривой 2 на этом же рисунке показан график КПД рельсотрона с электродами прямоугольного сечения. Его максимальное значение составляет 11 %, а неоптимальный выбор высоты элект-

тров в пределах калибра снижает КПД на 5%. Следовательно, выбор оптимального профиля электродов и размеров его сечения способствует существенному повышению КПД магнитоплазменного рельсотрона.

Сечения оптимальных электродов, определяемые значением $h = 0,006$ м в соответствии с формулой (17) для различных временных интервалов воздействия постоянного тока при разгоне метаемого тела, показаны на рис. 2. Контуры оптимального профиля имеют грибовидную форму.

Выводы. Полученное в результате решения задачи максимизации КПД аналитическое выражение для контура оптимального профиля электродов может быть использовано для инженерных расчетов при разработке и проектировании магнитоплазменных рельсовых ускорителей с наилучшим преобразованием электрической энергии в кинетическую энергию метаемого тела в условиях эрозионной стойкости электродов.

Дальнейшие исследования целесообразно посвятить решению задачи оптимизации профиля электродов в магнитоплазменных рельсотронах фиксированной длины для разгона тел до заданной скорости, что имеет большое как теоретическое, так и практическое значение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Peterson D. et all. Design and testing of high pressure railguns and projectiles // *IEEE Transactions of Magnetics*. – 1984. – V. 20, № 2.
2. Жолобенко А.Б. Синтез оптимального магнитоплазменного рельсотрона для разгона неэлектронпроводных тел в режиме постоянного тока // *Збірник наукових праць ХВУ*. –Х.: ХВУ. – 2003. – Вип. 3 (46). – С. 93 – 94.
3. Железный В.Б., Загорский А.В., Кацнельсон С.С., Кудрявцев А.В., Плеханов А.В. Теоретическое и экспериментальное моделирование работы рельсового ускорителя // *ЖПМТФ*. – 1993. – № 2. – С. 32 – 36.
4. Shahinpoor M., Hawke R.S. Analitic solutions to dynamic equations of plasma armature railguns // *IEEE Transactions on Magnetics*. – 1989. – Vol. 25, №1. – P. 508 – 513.
5. Калантаров Н.Л., Цейтлин А.А. Расчет индуктивностей. – М.: Госэнергоиздат, 1955. – 368 с.
6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 736 с.
7. Дробышевский Э.М., Жуков Б.Г., Назаров Е.В. и др. Электродинамический разгон диэлектрических тел в рельсотроне в режиме постоянного тока // *ЖТФ*. – 1991. – Т.61, № 4. – С. 170 – 179.

Поступила 9.10.2004

ЖОЛОБЕНКО Алексей Борисович, старший научный сотрудник Объединенного научно-исследовательского института ВС. Область научных интересов – адаптивные системы управления, оптимальный синтез, электродинамическое ускорение масс.

ШОСТКО Светослав Николаевич, доктор техн. наук, профессор, главный научный сотрудник Объединенного научно-исследовательского института ВС. Область научных ин-

t=0.0001
0.0005

в – адаптивные системы направленной передачи энергии лазерного и микроволнового излучения, мощные источники электромагнитного излучения, гиперзвуковое ускорение масс.