

## АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЁТА ЭФФЕКТИВНОСТИ ЗЕНИТНО-РАКЕТНОГО КОМПЛЕКСА ПРИ ОТРАЖЕНИИ ЗАДАННОГО НАЛЁТА СРЕДСТВ ВОЗДУШНОГО НАПАДЕНИЯ

д.т.н., проф. Б.Н. Ланецкий, С.Н. Донцов

*Рассматривается аналитическая модель для расчёта величины математического ожидания числа уничтожаемых средств воздушного нападения (СВН) из состава заданного налёта зенитным ракетным комплексом группировки зенитной ракетной обороны (ЗРО), используемая для сравнительного анализа вариантов проектируемого зенитно-ракетного комплекса (ЗРК) и решения других задач.*

**Постановка проблемы.** При сравнительном анализе вариантов проектируемого ЗРК наиболее приемлемы аналитические модели для расчёта показателя эффективности ЗРК, чувствительные к изменениям тактико-технических характеристик (ТТХ) проектируемого ЗРК и СВН из состава заданного налёта. Известные аналитические модели для оценки показателя эффективности ЗРК – математического ожидания (м.ож) числа уничтожаемых целей, – характеризуются низкой чувствительностью к изменениям ТТХ ЗРК и СВН, что не позволяет решать задачи сравнительного анализа по этому показателю различных вариантов проектируемого ЗРК.

**Анализ литературы.** В известных аналитических моделях для оценки математического ожидания числа уничтоженных целей [2 – 5] принимаются следующие допущения.

1. Заданный налёт СВН аппроксимируется в виде простейшего потока однотипных СВН.

2. Процесс функционирования ЗРК при отражении налёта, как правило, представлен однофазной многоканальной СМО с ограниченным временем пребывания в очереди и неограниченной длиной очереди, а вероятность обстрела любого СВН из состава заданного налёта, рассчитываемой по такой модели характеризуется одинаковой вероятностью  $P_{\text{обс}}$ .

3. Математическое ожидание числа уничтожаемых целей из состава налёта СВН рассчитывается по соотношению:  $M = N_{\text{ц}} P_{\text{обн}} P_{\text{обс}} P_{\text{пор}}$ , где  $N_{\text{ц}}$  – число СВН, действовавших в зоне обстрела ЗРК в течение заданного налёта;  $P_{\text{обн}}$  – вероятность обнаружения отдельного СВН, оказавшегося в зоне обнаружения ЗРК;  $P_{\text{обс}}$  – вероятность обстрела отдельного СВН, оказавшегося в

зоне обстрела ЗРК, назначенным количеством ЗУР, при условии его своевременного обнаружения;  $P_{\text{пор}}$  – вероятность поражения отдельного СВН, оказавшегося в зоне поражения ЗРК, назначенным количеством ЗУР при условии его своевременного обнаружения и обстрела. Вероятности  $P_{\text{обн}}$ ,  $P_{\text{обс}}$ ,  $P_{\text{пор}}$  рассчитываются в предположении однородного потока СВН, безотказной работы ЗРК и других допущений.

Такая упрощённая аналитическая модель характеризуется низкой чувствительностью к изменениям ТТХ ЗРК и СВН заданного налёта, что затрудняет её использование для решения задачи сравнительного анализа различных вариантов проектируемого ЗРК и других задач.

**Цель статьи.** Разработать аналитические модели для расчёта показателя эффективности ЗРК, которые можно использовать для решения задач сравнительного анализа по этому показателю различных вариантов проектируемого ЗРК.

Предполагается заданным сценарий типового налёта СВН (налёт СВН с одного направления или с разных (типа “звёздный”) и др.) и его отражения средствами ЗРО [1]. Для зенитных ракетных комплексов группировки ЗРО, в том числе проектируемого, с использованием графоаналитического метода осуществляется “протяжка” трасс СВН через их зоны обнаружения, обстрела, поражения. Все СВН  $s$ -го налёта, обстреливаемые исследуемым ЗРК, нумеруются в порядке их обстрела. При этом номера  $i$  СВН характеризуют не только очередность обстрела, но и их тип. Эффективность функционирования ЗРК при обслуживании СВН из состава налёта определяется условиями их обстрела, лётно-техническими характеристиками СВН и показателями функционального назначения ЗРК. Все обстреливаемые исследуемым ЗРК СВН из состава заданного налёта предлагается разбить на группы совместно обстреливаемых целей (с.о.ц.), которые в свою очередь разбиваются на подгруппы обстреливаемых целей с  $k$  занятыми целевыми каналами ЗРК.

При этом под  $r$ -й группой совместно обстреливаемых целей из состава  $s$ -го налёта ( $sr$ -й группой) понимают такие цели, по которым на интервале времени от момента  $\tau_{\text{гн}}$  начала обслуживания первой цели до момента  $\tau_{\text{гк}}$  окончания обслуживания последней цели непрерывно выполняется комплексом одна из операций стрельбы. В составе  $sr$ -й группы по количеству  $k_1$  занятых целевых каналов ЗРК выделяются  $q$ -е подгруппы СВН ( $srq$ -е подгруппы), при  $k_1 = \overline{1, K_1}$ , где  $k_1$  – число целевых каналов ЗРК.

Разбиение налёта СВН на группы совместно обстреливаемых целей выполняется с целью корректного учёта влияния показателей надёжно-

сти исследуемого ЗРК на эффективность его функционирования. Разбиение групп совместно обстреливаемых целей на подгруппы, характеризуемые  $k_1$  одновременно занятыми целевыми каналами, обусловлено необходимостью корректного учёта влияния совместного функционирования составных частей ЗРК на эффективность обстрела таких целей.

В результате такого разбиения СВН  $s$ -го налёта для рассматриваемого ЗРК определяются интервалы  $[t_{in}^{(s)}, t_{ik}^{(s)}]$  боевой работы по каждой  $i$ -й цели из состава  $s$ -го налёта СВН, интервалы  $[\tau_{rn}^{(s)}, \tau_{rk}^{(s)}]$  боевой работы по каждой  $sr$ -й группе, интервалы  $[\tau_{qn}^{(sr)}, \tau_{qk}^{(sr)}]$  боевой работы по каждой  $srq$ -й подгруппе. Это разбиение должно удовлетворять следующим условиям:

$$\bigcup_{r=1(l) \overline{r(s)}} \underline{I}_{sr} = I_s ; \quad \bigcap_{r=1(l) \overline{r(s)}} \underline{I}_{sr} = \emptyset ; \quad \bigcup_{q=1(l) \overline{q(sr)}} \underline{I}_{srq} = I_{sr} ; \quad \bigcap_{q=1(l) \overline{q(sr)}} \underline{I}_{srq} = \emptyset ;$$

где  $I_s$  – множество номеров средств воздушного нападения  $s$ -го налёта, обстреливаемого рассматриваемым ЗРК;  $I_{sr}$  – подмножество номеров СВН  $sr$ -й группы,  $r = 1, 2, \dots, \overline{r(s)}$ ,  $\overline{r(s)}$  – максимальное число  $sr$ -х групп;  $\underline{I}_{srq}$  – подмножество номеров СВН  $srq$ -й подгруппы,  $q = 1, 2, 3, \dots, \overline{q(sr)}$ ,  $\overline{q(sr)}$  – максимальное число  $srq$ -х подгрупп в составе  $sr$ -й группы.

Число занятых ракетных каналов при обстреле  $srq$ -й подгруппы равно  $k_2(srq) = \sum_{i \in \underline{I}_{srq}} \mu_i$ , где  $\mu_i$  – расход ракет на обстрел  $i$ -го СВН из состава  $srq$ -й подгруппы.

Предполагается, что  $srq$ -е подгруппы обслуживаются независимо друг от друга. Для каждой  $srq$ -й подгруппы разрабатывается аналитическая модель расчёта м.ож. числа уничтожаемых целей СВН как сумма вероятностей уничтожения отдельных СВН, входящих в состав  $srq$ -й подгруппы. При этом расчётные соотношения вероятностей  $P_{уц}(k)$  определяются условиями их совместного обстрела при  $k_1$  занятых целевых и  $k_2$  занятых ракетных каналах ЗРК.

Расчёт величины м.ож. числа уничтожаемых целей сводится к расчёту вероятностей  $P_{уц}(1)$  уничтожения одиночных СВН и вероятностей уничтожения СВН, входящих в состав  $srq$ -х подгрупп, характеризующихся величиной  $P_{уц}(k)$ ,  $k \geq 2$ .

Для расчёта вероятностей уничтожения СВН из состава налёта разрабатываются аналитические модели функционирования ЗРК при

стрельбе по одиночной цели, по подгруппе из  $\varphi$  целей при одновременно занятых  $k_1$  целевых каналах. Модель функционирования ЗРК при стрельбе по одиночной цели предполагает выполнение операций боевой работы в так называемых подзонах, на которые разбита каждая из пространственно-временных зон обслуживания цели (зона обнаружения, зона обстрела, зона поражения). Разбиение зон обслуживания цели на подзоны производится с учётом ТТХ ЗРК, СВН и условий стрельбы и обусловлено следующими факторами.

Зона поражения зенитно-ракетного комплекса имеет сложную объёмную конфигурацию, характеризуемую ближней, дальней, верхней, нижней и боковыми границами. Размеры и форма зоны поражения при заданной величине вероятности поражения типовой воздушной цели определяются следующими факторами: потенциальные возможности радиотехнических средств по обнаружению и устойчивому сопровождению целей, время вывода ракеты на кинематическую траекторию, досягаемость ракеты по дальности и высоте, соотношение располагаемых и потребных перегрузок ракеты, точность наведения ракеты на цель, характеристики боевой части и радиовзрывателя, параметры движения цели и характеристики их уязвимости. При этом вероятность поражения цели не одинаковая в различных областях зоны поражения и уменьшается от области с максимальной вероятностью поражения цели в направлении к границам зоны поражения, где вероятность поражения цели соответствует заданной. В соответствии с этим всю зону поражения рассматриваемого ЗРК применительно к  $i$ -й одиночно обстреливаемой цели можно разбить на определённое количество областей поражения, каждая из которых характеризуется своей величиной вероятности поражения цели.

Вероятность обнаружения цели радиолокационными средствами ЗРК  $P(D)$ , зависящая от дальности действия этих радиолокационных средств, стремится к нулю на максимальных дальностях и к единице на минимальных дальностях обнаружения цели [6]. Обнаружение цели всегда более вероятно на некоторых средних дальностях, чем на больших и малых, так как обнаружение цели на больших дальностях маловероятно в силу недостаточной энергетической эффективности радиолокационных средств или условий стрельбы, а на малых дальностях обнаружения менее вероятно, поскольку маловероятно, что цель не будет обнаружена, прежде чем она сблизится с радиолокационным средством от максимально возможной до данной. Следовательно, зону обнаружения можно разбить на  $l$  исходных подзон (областей). Их число, размеры могут быть изменены в зависимости от характеристик зоны поражения.

Аналогично можно выделить области зоны устойчивого сопровождения средствами разведки ЗРК, области зоны захвата цели на сопровождение, области зоны принятия решения на обстрел, области зоны обстрела, области зоны оценки результатов стрельбы.

Таким образом, для заданной траектории полёта СВН определённого типа и ТТХ ЗРК можно выделить области зоны поражения и соответствующие им области зоны обстрела и зоны обнаружения. Чтобы цель была поражена в определённой  $n$ -й области зоны поражения её необходимо обстрелять в соответствующей  $m$ -ой области зоны обстрела и в свою очередь обнаружить и устойчиво сопровождать в определённой  $l$ -й области зоны обнаружения (и устойчивого сопровождения)

Для расчёта вероятности уничтожения одиночной цели разработана аналитическая модель функционирования ЗРК. Процесс функционирования ЗРК при стрельбе по одиночной цели представлен в виде графа состояний и переходов, имеющего иерархическую структуру со сложным подчинением [7] (рис. 1), где кружочками обозначены события ( $A_1$  – цель обнаружена,  $A_{1l}$  – цель обнаружена в  $l$ -й области зоны обнаружения,  $A_{2m}$  – цель обстреляна в  $m$ -й области зоны обстрела,  $A_{3p}$  – цель поражена в  $p$ -й области зоны поражения), а стрелками возможные переходы.

Вероятности обнаружения цели в  $l$ -х областях обнаружения (при  $l = 1, 2, 3$ ) обозначим  $P_{\text{обн}l}$ . Тогда вероятность обнаружения цели в 1-й области зоны обнаружения рассчитывается как вероятность события  $A_{11}$ , т.е.  $P_{\text{обн}1} = P(A_{11})$ ; вероятность обнаружения цели во 2-й области зоны обнаружения как  $P_{\text{обн}2} = P(\overline{A_{11}})P(A_{12} / \overline{A_{11}})$  и т.д.

Аналогичным образом рассчитываются вероятности обслуживания цели в соответствующих областях последующих пространственно-временных зон при условии выполнения предыдущих операций боевой работы (в определённых областях соответствующих зон).

В соответствии с вышеизложенным обнаружение цели в 1 $l$ -й области является гипотезой для обстрела цели в 2 $m$ -й области зоны обстрела, что в свою очередь, является условием поражения цели в 3 $p$ -й области зоны поражения. Тогда в соответствии с формулой полной вероятности вероятность уничтожения  $i$ -й одиночной цели (вероятность события  $A$ ) может быть определена как

$$P_{\text{унич}}(i) = P_i(A) = \sum_{l=1}^L P_i(A_{1l}) \left[ \sum_{m=1}^M (P_i(A_{2m} / A_{1l}) P_i(A_{3p} / A_{1l} A_{2m})) \right],$$

где  $P_i(A_{3p}/A_{1l}A_{2m})$  – вероятность поражения цели в р-й области поражения при условии события  $A_{1l}A_{2m}$ ,  $P_i(A_{2m}/A_{1l})$  – вероятность обстрела цели в m-й области зоны обстрела при условии события  $A_{1l}$ ,  $P_i(A_{1l})$  – вероятность обнаружения цели в l-й области зоны обнаружения.

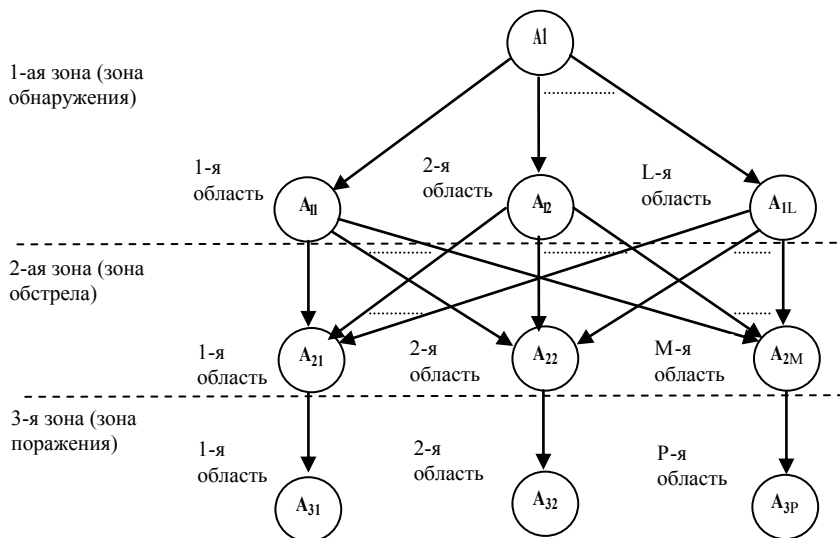


Рис. 1. Граф состояний и переходов, описывающий процесс функционирования ЗРК при стрельбе по одиночной цели

Граф, изображённый на рис. 1, легко поддаётся модификации, при необходимости его можно детализировать, а в других случаях, когда вероятности событий пренебрежимо малы, упростить. В этом случае граф может принять вид, изображённый на рис. 2.

При расчёте вероятностей уничтожения целей из состава  $sq$ -й подгруппы учитываются: а) влияние на своевременное выполнение последующей операции при обслуживании данной цели своевременного выполнения предыдущей операции и своевременного выполнения однотипной операции по предыдущей цели в  $sq$ -й подгруппе; б) количество одновременно занятых каналов (по мере возрастания числа занятых каналов время поиска и захвата очередной цели на сопровождение увеличивается).

Описание процесса стрельбы по цели из состава  $sq$ -й подгруппы многоканальным ЗРК с временным разделением каналов требует детали-

зации этапов боевой работы ЗРК с последовательно выполняемыми операциями. Например, для МСНР с ФАР такими операциями являются поиск и захват цели на сопровождение, пуск и захват ракет на сопровождение и др. В связи с этим на успешность выполнения операций обслуживания  $i$ -й цели из состава  $sq$ -й подгруппы оказывает влияние не только выполнение предыдущих операций по этой цели, но и выполнение однотипных операций обслуживания  $(i - 1)$ -й цели (а в общем случае всех предыдущих целей из подгруппы).

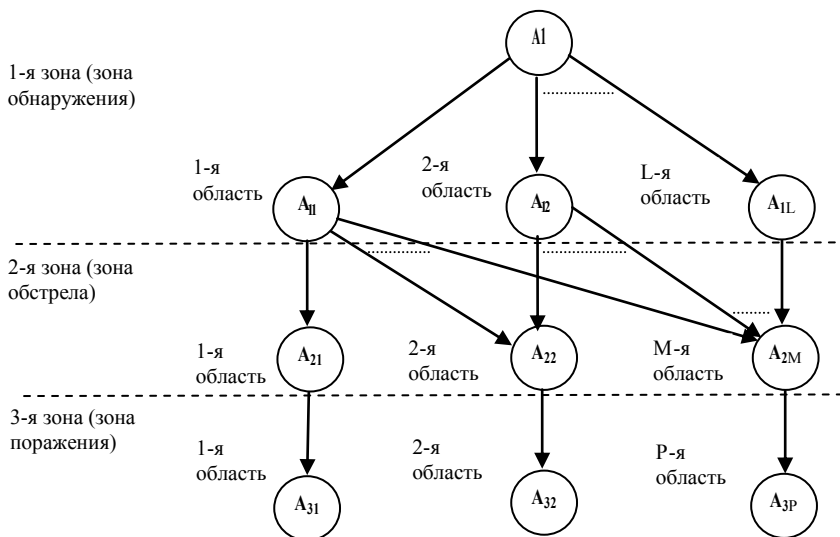


Рис. 2. Упрощенный граф состояний и переходов, описывающий процесс функционирования ЗРК при стрельбе по одиночной цели

Процесс функционирования многоканальным ЗРК при стрельбе по  $i$ -й цели из состава  $sq$ -й подгруппы описывается более сложным графом (рис. 3).

Как и в предыдущей модели, структурная схема поддается упрощению за счёт исключения физически не реализуемых событий или событий, имеющих пренебрежимо малую вероятность.

Расчётное соотношение для м.ож. числа СВН  $\xi_{sq}$ , уничтожаемых ЗРК при боевой работе по  $sq$ -й подгруппе имеет вид:

$$M[\xi_{sq}] = M \left[ \sum_{i \in I_{sq}} \xi_{sq_i} \right] = \sum_{i \in I_{sq}} P_{yh_i},$$

где значение  $P_{y_{\Pi}}$  рассчитывается с использованием графа, который изображен на рис. 3.

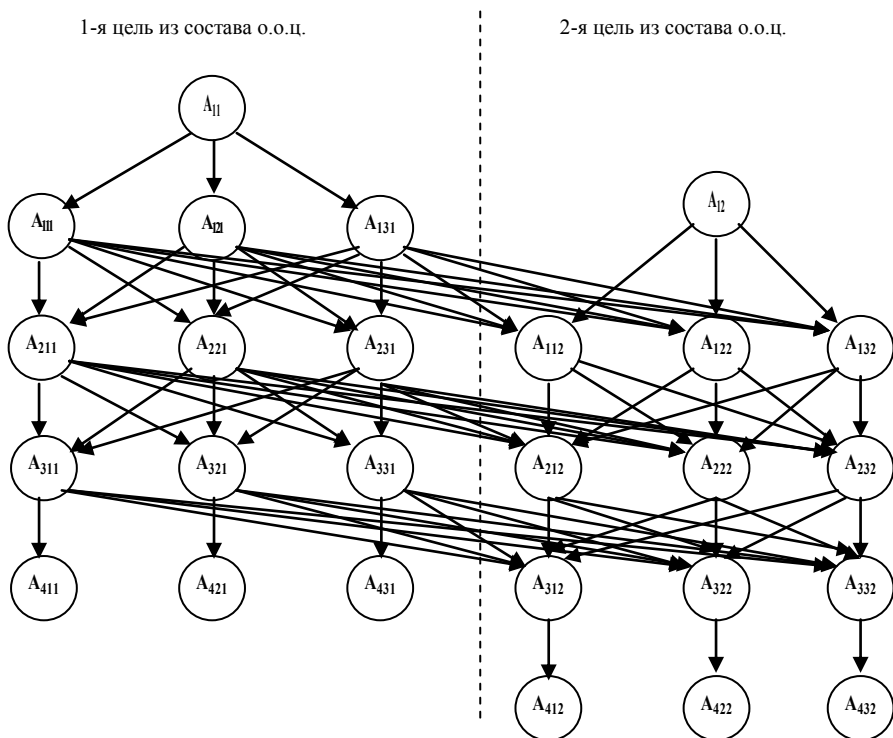


Рис. 3. Граф состояний и переходов, описывающий процесс функционирования ЗРК при стрельбе по  $sq$ -й подгруппе в составе двух целей (для случая разбиения каждой из пространственно-временных зон на три области)

Так как обстрел  $sq$ -х подгрупп независимый процесс, тогда м.ож. числа  $\xi_{sr}$ , уничтожаемых ЗРК при боевой работе по  $sr$ -й группе СВН при условии идеальных характеристик надёжности и живучести ЗРК, можно найти по формуле

$$M[\xi_{sr}] = \sum_{q(sr)}^{\overline{q(sr)}} M[\xi_{srq}]$$

Аналогично, математическое ожидание числа средств воздушного нападения из состава  $S$ -го налёта  $\xi_S$ , уничтожаемых ЗРК при условии идеальных характеристик надёжности и живучести ЗРК, можно найти по формуле



$$M[\xi_{ss}] = \sum_{r(s)=1}^{\overline{r(s)}} M[\xi_{sr}] = \sum_{r(s)=1}^{\overline{r(s)}} \sum_{q(sr)=1}^{\overline{q(sr)}} \sum_{i \in I_{srq}} P_{y_{i\bar{q}}}.$$

**Вывод.** Разработанная аналитическая модель описывает функционирование ЗРК при отражении заданного налёта СВН с учетом ТТХ разнотипных СВН заданного налёта и показателей эффективности функционирования ЗРК при их обстреле. При этом обеспечивается более высокая чувствительность оцениваемого показателя эффективности ЗРК к изменениям ТТХ ЗРК и СВН, чем в известных аналитических моделях, возможность учёта характеристик надёжности ЗРК, решение задач сравнительного анализа вариантов построения проектируемых (модернизируемых) ЗРК и других задач.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ланецкий Б.Н., Зверев А.А. Оценка эффективности функционирования боевых и технических средств мобильных зенитных ракетных комплексов и систем // Збірник наукових праць ХВУ. – Х.: ХВУ. – 2002. – Вип. 5 (43). – С. 109 – 113.
2. Петухов С.И., Степанов А.Н. Эффективность ракетных средств ПВО. – М.: Воениздат, 1976. – 104 с.
3. Неупокоев Ф.К. Стрельба зенитными ракетами. – М.: Воениздат, 1980. – 104 с.
4. Раскин Л.Г. Математические методы исследования операций и анализа сложных систем вооружения ПВО. Математическое моделирование функционирования сложных систем. – Х.: ВИРТА, 1988. – 177 с.
5. Ковтуненко А.П., Шеринев Н.А. Основы теории построения и моделирования функционирования сложных систем вооружения (системы зенитного управляемого ракетного оружия). – Х.: ВИРТА, 1992. – 233 с.
6. Горбунов В.А. Эффективность обнаружения целей. – М.: Воениздат, 1989. – 160 с.
7. Гадасин В.А., Ушаков И.А. Надёжность сложных информационно-управляющих систем. – М.: Сов. радио, 1975.

Поступила 4.09.2004

**ЛАНЕЦКИЙ Борис Николаевич**, доктор техн. наук, профессор, профессор кафедры ХВУ. Область научных интересов – эксплуатация, надёжность и эффективность в технике.

**ДОНЦОВ Сергей Николаевич**, начальник отделения кафедры ХВУ. В 1995 окончил ХВУ, в 1998 окончил адъюнктуру при ХВУ. Область научных интересов – эксплуатация, надёжность и эффективность в технике.