

## МЕТОДЫ АНАЛИЗА ОБОБЩЕННЫХ ВРЕМЕННЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ ПЕТРИ

Л.Ч. Угоренко, А.В. Сисков  
(представил д.т.н., проф. Е.И. Бобыр)

*В статье рассматриваются вопросы аналитического исследования стохастических процессов, моделируемых с помощью временных сетей Петри, с использованием методов теории полумарковских процессов и теории графов. Предлагаемые подходы к анализу графа достижимости маркировок сети и способы задания законов распределения времени срабатывания переходов позволяют получить как предельные распределения вероятностей нахождения системы в выбранных разметках, так и значения математического ожидания и дисперсии времени достижения процессом различных состояний.*

**Постановка проблемы.** Сети Петри являются одним из современных формальных аппаратов моделирования, достаточно часто используемым при анализе параллельных взаимодействующих процессов в сложных системах. Использование расширений сетей Петри, а именно обобщенных временных стохастических сетей, оперирующих с произвольными законами распределения времени срабатывания переходов, позволяет значительно расширить область применения сетевых моделей и повысить степень их адекватности реальным системам. Способом получения конкретных значений исследуемых параметров моделируемой системы является, как правило, непосредственная имитация. Однако при этом необходимо решать вопросы, связанные с определением необходимого количества проводимых экспериментов, а также степени доверия к получаемым результатам. Вместе с тем, для некоторого класса сетей Петри оказывается возможным привлечение теории полумарковских процессов, а также теории графов, с целью определения точных значений основных характеристик исследуемых процессов.

**Анализ литературы.** Типичным подходом к аналитическому исследованию моделей, построенных на временных сетях Петри, является генерация множества достижимости сети и на его основе оценка стационарных вероятностей состояний некоторого случайного временного процесса  $X(t)$ , определяемого как смена разметок искомой сети [1, 2]. Для конечного пространства всех допустимых разметок-состояний  $E = \{e_0, e_1, \dots, e_n\}$

переход с вероятностью  $p_{ij}$  из разметки  $e_i$  в разметку  $e_j$  определяет марковскую цепь, вложенную в рассматриваемый процесс. При условии конечности множества достижимости стохастической сети Петри стационарные вероятности  $\pi_j$  состояний  $e_j$  марковской цепи, вложенной в процесс  $X(t)$ , определяются путем решения системы однородных уравнений:

$$\pi_j = \sum_{e_i \in E} \pi_i p_{ij}; \quad \sum_{e_j \in E} \pi_j = 1.$$

При допущении, что рассматриваемый процесс является регулярным, т.е. за конечный промежуток времени совершается конечное число переходов, стационарные вероятности  $p_j$  нахождения сети Петри в выбранной разметке не зависят от вида распределения времени «сидения» процесса в состоянии допустимой разметки, а только от математического ожидания  $M(t_j)$  этого времени и стационарных вероятностей марковской цепи

$$p_j = \frac{\pi_j M(t_j)}{\sum_{e_i \in E} \pi_i M(t_i)}. \quad (1)$$

В [3] этот подход расширен для случая как ограниченных, так и неограниченных сетевых моделей с бесконечным множеством достижимости, но при условии регулярности его структуры, так что оно может быть сведено к конечному числу эквивалентных бесконечных множеств. Это позволяет рассчитывать вероятности нахождения системы в определенных состояниях как элементы геометрической прогрессии с одинаковым показателем.

Методика вычисления предельного распределения вероятностей достижимых разметок для неэкспоненциальных временных стохастических сетей Петри [2, 4] основана на понятии состояния случайного процесса, образуемого парой «разметка – вектор, состоящий из функций распределения остаточного времени срабатывания всех переходов», что позволяет описывать случайные процессы в сети как полумарковские. В [5] рассматривается область применения этой методики – обобщенные временные стохастические сети Петри (ОВССП), и необходимое условие применения – ограниченность предыстории сети.

В ОВССП используются как временные переходы с произвольным распределением времени срабатывания общего вида, так и мгновенные переходы, используемые с целью реализации процедур логического характера, что значительно расширяет возможности моделирования.

Ограниченность предыстории сети заключается в том, что в любом цикле на графе разметок существует по крайней мере одна разметка, в которой либо возбуждены только переходы с экспоненциальным распределением времени их срабатывания, либо у всех возбужденных неэкспо-

ненциальных переходов отсчет времени срабатывания начинается заново. Иначе говоря, в такой разметке – точке регенерации – происходит «забывание» истории процесса. Это позволяет, используя технику кратных интегралов, определить функции распределения времени «сидения» процесса в каждой разметке, рассчитать значения переходных вероятностей и предельных распределений вероятностей достижимых разметок.

**Цель статьи.** При моделировании временных процессов функционирования сложных систем, кроме вышеприведенных характеристик, практический интерес представляет определение времени перехода процесса из одних определенных состояний в другие. Например, для сетевых моделей комплексов программных средств [6] важным параметром, определяющим производительность системы, является время выполнения алгоритма, т.е. время возвращения модели в состояние исходной разметки. Оценку временных интервалов между событиями во временной сети с произвольными временами срабатывания переходов в [7] предлагается проводить с использованием метода Монте-Карло, т.е. имитационным способом. Однако для получения точных значений таких оценок (математического ожидания и дисперсии) оказывается возможным использование как методов теории полумарковских процессов, так и теории графов.

**Анализ временных интервалов между событиями в сетях Петри с использованием аппарата полумарковских процессов.** Для графа достижимости сети Петри, удовлетворяющей условию ограниченности предыстории, обозначим через  $F_i(t)$  функцию распределения времени нахождения процесса  $X(t)$  в разметке  $e_i$ . Примем допущение, что в каждой достижимой разметке остаточные времена срабатывания одновременно возбужденных переходов независимы, а процесс смены разметок может быть описан цепью Маркова с единственным положительным возвратным классом. Тогда все функции распределения  $F_i(t)$  времени пребывания процесса в каждой разметке, математическое ожидание  $M(t_i)$  и дисперсия  $D(t_i)$  этого времени, а также вероятности переходов системы по всем состояниям могут быть определены по методике, подробно рассмотренной в [2, 4, 5].

Пусть  $G$  – подмножество множества достижимости  $E$ , определяющее некоторые состояния. Соответственно  $\bar{G}$  – множество всех остальных состояний, т.е.  $G \cup \bar{G} = E$  и  $G \cap \bar{G} = \emptyset$ . Определим через  $\tau_i$  время достижения процесса  $X(t)$  состояния  $e_k \in G$  при условии, что начальным состоянием процесса является  $e_i$ , а через  $T_i(t)$  – функцию распределения случайной величины  $\tau_i$ . Будем обозначать также

$$m_i(r) = \int_0^{\infty} t^r F_i(t) dt .$$

Тогда математические ожидания для моментов  $r$ -го порядка времени достижения любого состояния из области  $G$  определяются системой уравнений [8]:

$$M(\tau_i^r) = a(i, r) + \sum_{e_j \in \bar{G}} p_{ij} M(\tau_j^r),$$

где  $a(i, r) = \sum_{e_j \in G} p_{ij} m_i(r) + \sum_{e_j \in \bar{G}} p_{ij} \left( \sum_{k=1}^r C_r^k m_i(k) M(\tau_j^{r-k}) \right)$ .

При этом  $p_{ij} M(\tau_j^r) = 0$  и  $p_{ij} m_i(r) = 0$ , если  $p_{ij} = 0$ , и  $M(\tau_j^0) = 1$ .

После несложных преобразований для оценки математического ожидания времени достижения процессом области  $G$  получаем систему уравнений

$$M(\tau_i) = M(t_i) + \sum_{e_j \in \bar{G}} p_{ij} M(\tau_j), \quad (2)$$

а для моментов второго порядка

$$M(\tau_i^2) = D(t_i) + [M(t_i)]^2 + \sum_{e_j \in \bar{G}} p_{ij} (M(\tau_j^2) + 2M(\tau_j)M(t_i)),$$

откуда дисперсия времени достижения процессом области  $G$  с учетом (2)

$$\begin{aligned} D(\tau_i) &= M(\tau_i^2) - [M(\tau_i)]^2 = D(t_i) + \sum_{e_j \in \bar{G}} p_{ij} M(\tau_j^2) - [M(\tau_i) - M(t_i)]^2 = \\ &= D(t_i) + \sum_{e_j \in \bar{G}} p_{ij} (D(\tau_j) + [M(\tau_j)]^2) - [M(\tau_i) - M(t_i)]^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим простейший пример расчета основных характеристик модели программной системы циклического типа, приведенной в [6] и включающей пять состояний-событий. Синтезируемая стохастическо-детерминированная временная сеть Петри является замкнутой, ординарной, активной и безопасной. Область допустимых разметок сети полностью определяется событийным графом. Вследствие этого процесс смены разметок зависит только от законов распределения времени срабатывания переходов и вероятностей переходов событийного графа, что удовлетворяет условию ограниченности предыстории. При этом множество  $E$  допустимых разметок соответствует множеству анализируемых событий, происходящих в системе.

Пусть в результате статистической оценки времени, частоты и последовательности событий получены событийный граф (рис. 1), матри-

цы переходных вероятностей, математического ожидания и дисперсии времени (в секундах) нахождения системы в соответствующих состояниях:

$$P_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0,25 & 0 & 0,75 & 0 & 0 \\ 0,67 & 0 & 0 & 0,33 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$M(t_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}; \quad D(t_i) = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,3 \\ 0,4 \\ 0,5 \\ 0,6 \end{pmatrix}.$$

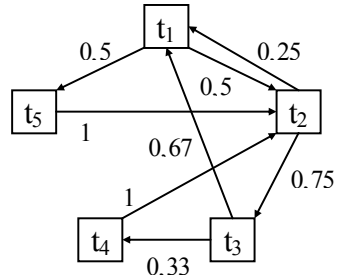


Рис. 1. Пример событийного графа, лежащего в основе временной сети Петри

Система уравнений стационарных вероятностей  $\pi_i$  вложенной марковской цепи, ее решение и рассчитываемые по (1) вероятности  $P_i$  нахождения процесса в выбранных состояниях (с точностью до 4 знаков) имеют вид:

$$\begin{cases} \pi_1 = 0,25\pi_2 + 0,67\pi_3; \\ \pi_2 = 0,5\pi_1 + \pi_4 + \pi_5; \\ \pi_3 = 0,75\pi_2; \\ \pi_4 = 0,33\pi_3; \\ \pi_5 = 1 - (\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4); \end{cases} \quad \pi_i = \begin{pmatrix} 0,2407 \\ 0,3199 \\ 0,2399 \\ 0,0792 \\ 0,1203 \end{pmatrix}; \quad P_i = \begin{pmatrix} 0,1368 \\ 0,2728 \\ 0,2727 \\ 0,1125 \\ 0,2052 \end{pmatrix}.$$

При условии, что событие-состояние  $t_2$  является началом моделируемого процесса, система уравнений для определения математического ожидания  $M(\tau_2)$  времени возвращения процесса в исходное состояние (т.е. времени выполнения алгоритма) и ее решение определяется из (2):

$$\begin{cases} M(\tau_2) = 3 + 0,25M(\tau_1) + 0,75M(\tau_3); \\ M(\tau_1) = 2 + 0,5M(\tau_5); \\ M(\tau_3) = 4 + 0,67M(\tau_1) + 0,33M(\tau_4); \\ M(\tau_4) = 5; \\ M(\tau_5) = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} M(\tau_2) = 11; \\ M(\tau_1) = 5; \\ M(\tau_3) = 9; \\ M(\tau_4) = 5; \\ M(\tau_5) = 6. \end{cases}$$

Отметим, что математическое ожидание времени выполнения алгоритма по кратчайшему маршруту (состояния-события  $t_2, t_1$ ) составляет 5 с, по максимальному ( $t_2, t_3, t_1, t_5$ ) – 15 с.

Система уравнений (3) для оценки дисперсии  $D(\tau_2)$  этого времени имеет следующий вид:

$$\begin{cases} D(\tau_2) = 0,3 + 0,25 [D(\tau_1) + 5^2] + 0,75 [D(\tau_3) + 9^2] - (11 - 3)^2; \\ D(\tau_1) = 0,2 + 0,5 [D(\tau_5) + 6^2] - (5 - 2)^2; \\ D(\tau_3) = 0,4 + 0,67 [D(\tau_1) + 5^2] + 0,33 [D(\tau_4) + 5^2] - (9 - 4)^2; \\ D(\tau_4) = 0,5 - (5 - 5)^2; \\ D(\tau_5) = 0,6 - (6 - 6)^2. \end{cases}$$

Ее решение дает  $D(\tau_2) = 10,8725 \text{ с}^2$ . При этом, если дисперсии времени нахождения системы во всех состояниях были бы равны нулю, то значение дисперсии времени выполнения алгоритма равнялось  $9,7725 \text{ с}^2$ .

**Анализ временных интервалов между событиями в сетях Петри на основе редукции числа их состояний.** Рассмотренный метод нахождения точечных характеристик временных процессов имеет недостаток, связанный с практической трудностью решения значительного числа уравнений, образующихся при рассмотрении сетей Петри с большим количеством позиций и переходов и, как следствие, соответствующим числом состояний-разметок графа достижимости. Решением указанной проблемы может быть выработка правил исключения из рассмотрения определенных позиций и переходов и введения вместо них новых, в результате чего происходит снижение (редукция) числа состояний анализируемой сети, при условии сохранения ее поведенческих и временных свойств.

Для простых временных сетей Петри (где переходам приписано детерминированное время срабатывания) такие правила «слияния переходов» предложены в [9]. Для обобщенных временных сетей Петри, когда времена срабатывания переходов заданы известными аналитическими выражениями, функция суммарного времени срабатывания последовательности переходов находится как свертка соответствующих функций распределения, для чего может быть использовано Фурье-преобразование [10]. Следует отметить, что подобный подход схож с методами исследования ГЕРТ-сетей [11], где при слиянии параллельных и последовательных дуг предварительно находятся приписанные дугам производящие функции моментов, для которых, так же как и для преобразований Фурье, произведение определяет свертку функций распределений независимых случайных величин.

Применение таких методов оказывается возможным только для достаточно узкого класса распределений и неприемлемо для большинства функций с ограниченным интервалом допустимых значений, в том числе и для функций распределений, задаваемых таблично, что особенно характерно при построении моделей на основе экспериментальных данных [13].

С целью учета особенностей такого описания временных процессов, а также решения рассмотренных выше проблем введем новое расширение временной сети Петри, описываемое набором

$$NP = \{P, T, F, H, GV, GS, M_0\},$$

где  $P$  – множество позиций;  $T$  – множество переходов;  $F : P \times T$  – функция предшествования, а  $H : T \times P$  – функция следования множества позиций  $P$  и переходов  $T$ ;  $GV : T \times f^{(i)}(X)$  – функция соответствия между множеством переходов  $T$  и множеством стохастических величин, таблично описывающих функцию плотности распределения времени срабатывания перехода на конечном интервале возможных значений, т.е.

$$f^{(i)}(X) = \{f_0^{(i)}(x_0^{(i)}), f_1^{(i)}(x_1^{(i)}), \dots, f_{N_i}^{(i)}(x_{N_i}^{(i)})\};$$

$GS : T \times P_S$  – функция соответствия между множеством групповых переходов  $T$ , образующих полную группу несовместных событий, и множеством вероятностей их срабатывания  $P_S$ ;  $M_0$  – начальная маркировка.

Предлагаемое расширение сетей Петри, во-первых, использует моделирующие возможности стохастическо-детерминированных временных сетей Петри [12], во-вторых, позволяет описывать с требуемым уровнем точности законы распределения случайных величин практически любого вида, в-третьих, сохраняет интервальные особенности временных сетей модели Мерлина и возможность применения для их анализа известных математических аппаратов. Кроме того, при таком описании временных параметров срабатывания переходов оказывается возможным предложить метод редукции числа состояний временной сети Петри, обобщающий известные подходы к анализу графовых и сетевых моделей [11, 13, 14], и позволяющий получить значения математического ожидания и дисперсии времени достижения анализируемым процессом выбранных состояний без построения и решения систем уравнений, рассмотренных выше. Пусть каждому переходу  $t_i$  сети Петри поставлено в соответствие, кроме заданной функции  $f^{(i)}(X)$  плотности вероятности времени срабатывания перехода,  $M(t_i)$  и  $D(t_i)$  – значения его математического ожидания и дисперсии, а для групповых переходов определены вероятности  $P(t_i)$  срабатывания перехода в группе. Тогда при слиянии любых последовательно выполняемых переходов (рис. 2) для нового перехода  $t_k$ :

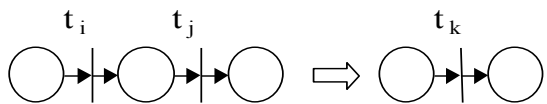


Рис. 2. Слияние последовательных переходов

$$M(t_k) = M(t_i) + M(t_j); \quad D(t_k) = D(t_i) + D(t_j); \quad P(t_k) = P(t_i) \cdot P(t_j).$$

Для расчета функции плотности вероятности  $f^{(k)}(X)$ , представляющей собой свертку функций  $f^{(i)}(X)$  и  $f^{(j)}(X)$ , используются формулы

$$x_m^{(k)} = x_r^{(i)} + x_s^{(j)} ;$$

$$f_m^{(k)}(x_m^{(k)}) = f_r^{(i)}(x_r^{(i)}) \cdot f_s^{(j)}(x_s^{(j)})$$

для всех возможных пар значений с индексами  $r$  и  $s$ . Располагая полученные величины  $x_m^{(k)}$  в порядке возрастания, равные между собой значения объединяются, при этом соответствующие им значения  $f_m^{(k)}$  суммируются.

При слиянии параллельных альтернативных переходов (рис. 3) для нового перехода математическое ожидание, дисперсия времени его срабатывания и вероятность срабатывания определяются выражениями:

$$M(t_k) = \frac{P(t_i) \cdot M(t_i) + P(t_j) \cdot M(t_j)}{P(t_i) + P(t_j)} ;$$

$$D(t_k) = \frac{P(t_i)[D(t_i) + M^2(t_i)] + P(t_j)[D(t_j) + M^2(t_j)]}{P(t_i) + P(t_j)} - M^2(t_k) ;$$

$$P(t_k) = P(t_i) + P(t_j) .$$

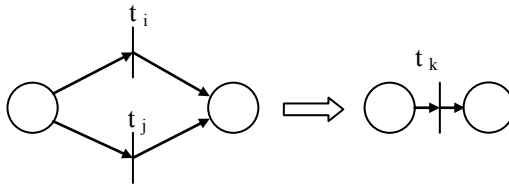


Рис. 3. Слияние параллельных альтернативных переходов

В случае, если параллельные альтернативные переходы не являются групповыми, вероятности их срабатывания определяются из выражения:

$$P(t_i) = \sum_r f_r^{(i)}(x_r^{(i)}) \prod_{j \neq i} \sum_a f_a^{(j)}(x_a^{(j)})$$

при всех таких  $a$ , что  $x_a^{(j)} \geq x_r^{(i)}$ .

В частности, при рассмотрении двух альтернативных переходов

$$P(t_i) = \sum_r f_r^{(i)}(x_r^{(i)}) \sum_a f_a^{(j)}(x_a^{(j)}) = 1 - P(t_j) = 1 - \sum_s f_s^{(j)}(x_s^{(j)}) \sum_b f_b^{(i)}(x_b^{(i)})$$

для всех  $b$ , удовлетворяющих условию  $x_b^{(i)} \geq x_s^{(j)}$ .



Для определения новой функции распределения (при слиянии параллельных переходов) процедура упорядочивания и объединения одинаковых значений аргументов применяется для объединенной совокупности  $x_r^{(i)}$  и  $x_s^{(j)}$ , при этом

$$f_m^{(k)}(x_m^{(k)}) = \begin{cases} f_r^{(i)}(x_r^{(i)}) \cdot \frac{P(t_i)}{P(t_i) + P(t_j)}, & \text{если } x_m^{(k)} = x_r^{(i)}; \\ f_s^{(j)}(x_s^{(j)}) \cdot \frac{P(t_j)}{P(t_i) + P(t_j)}, & \text{если } x_m^{(k)} = x_s^{(j)}. \end{cases}$$

Наконец, при слиянии параллельных альтернативных переходов сети, один из которых входит в состав петли (рис. 4), применяются выражения:

$$M(t_k) = M(t_j) + \frac{P(t_i) \cdot M(t_i)}{1 - P(t_i)};$$

$$D(t_k) = D(t_j) + \frac{P(t_i) \cdot D(t_i)}{1 - P(t_i)} + \frac{P(t_i) \cdot M^2(t_i)}{[1 - P(t_i)]^2};$$

$$P(t_k) = \frac{P(t_j)}{1 - P(t_i)}.$$

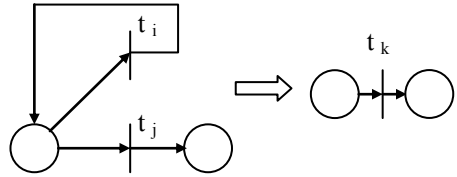


Рис. 4. Слияние переходов в составе петли

Так как определение всех значений  $f^{(k)}(X)$  в данном случае невозможно (число значений аргумента определяется числом выполнения петли, которое может быть бесконечным), ограничим их количество величиной  $n$ , исходя из того, что

$$P(t_k) = \sum_{r=1}^{\infty} P(t_j) \cdot P(t_i)^{r-1} = \sum_{r=1}^n P(t_j) \cdot P(t_i)^{r-1} + \frac{P(t_j)}{1 - P(t_i)} \cdot P(t_i)^n.$$

Выбор значения  $n$  можно обосновать задаваемым уровнем условной вероятности  $\varepsilon$  того, что процесс смены разметок сети будет определяться петлей, так что

$$\frac{P(t_j)}{1 - P(t_i)} \cdot P(t_i)^n \leq \varepsilon.$$

Расчет значений и проверку выполнения данного условия можно осуществлять рекуррентно, на каждом шаге сравнивая два возможных варианта развития процесса. Для первого варианта расчет значений ве-

роятности, математического ожидания и дисперсии характеристик необходимо проводить по формулам последовательного случая (происходит выход из петли), для второго – по формулам параллельного (выхода из петли не происходит, вычисленные значения используются на следующем шаге).

Рассмотрим метод редукции числа состояний временной сети Петри, построенной на основе событийного графа (рис. 1) и представленной на рис. 5. Возле каждого перехода, кроме его обозначения, вверху указано математическое ожидание времени его срабатывания, а внизу – вероятность срабатывания (групповые переходы имеют одинаковый начальный индекс).

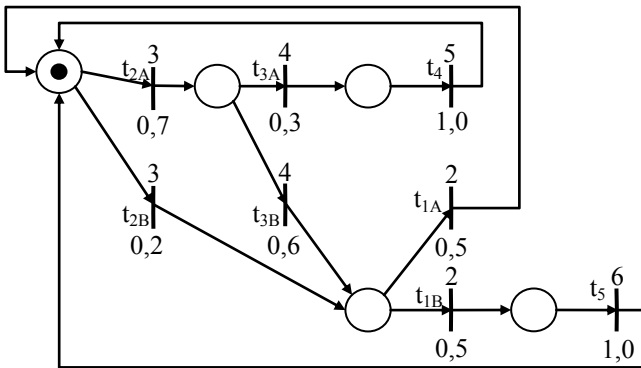
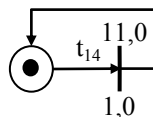
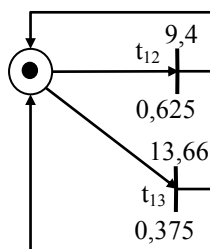
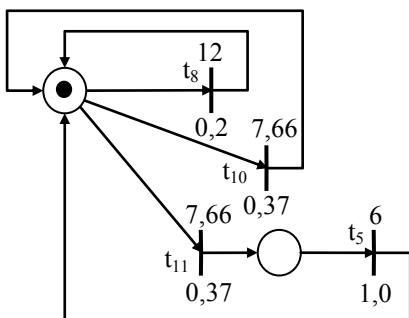
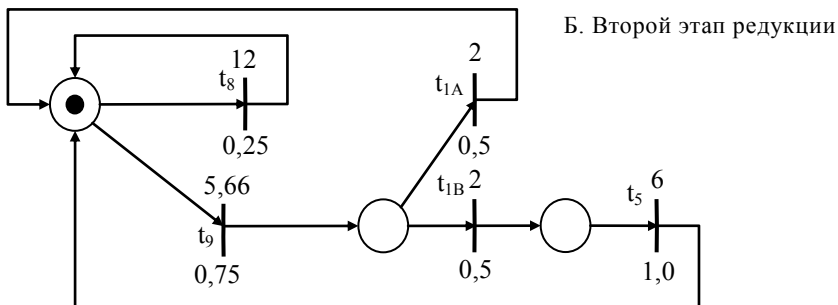
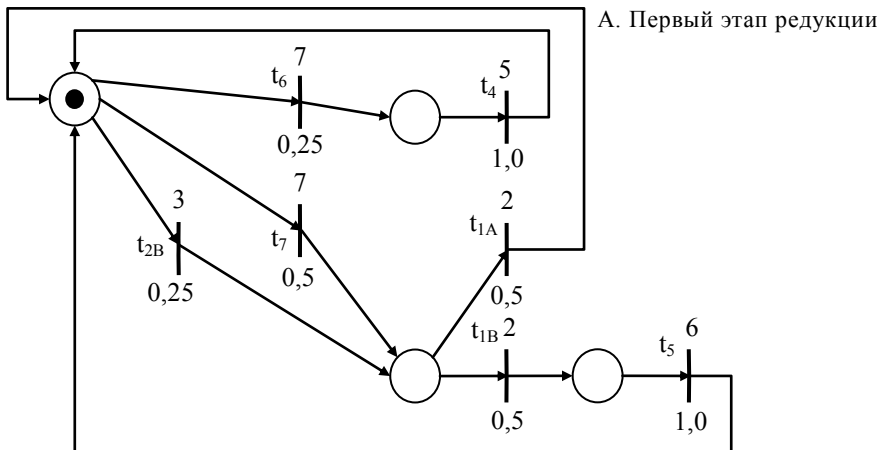


Рис. 5. Временная сеть Петри, моделирующая выполнение циклической программы

На первом этапе проводится слияние переходов  $t_{2A}$  и  $t_{3A}$ , а также  $t_{2A}$  и  $t_{3B}$ , с использованием формул для последовательного случая, в результате чего будет получена сеть с новыми переходами  $t_6$  и  $t_7$ , приведенная на рис. 6, А.

На втором этапе слиянию подлежат переходы  $t_6$  и  $t_4$  (последовательный случай) и переходы  $t_{2B}$  и  $t_7$  (параллельный случай), с образованием соответствующих переходов  $t_8$  и  $t_9$  (рис. 6, Б).

На третьем этапе происходит слияние последовательных пар переходов  $t_9$ ,  $t_{1A}$  (образующих переход  $t_{10}$ ) и  $t_9$ ,  $t_{1B}$  (образующих переход  $t_{11}$ ). На четвертом – параллельной пары  $t_8$ ,  $t_{10}$  и последовательной  $t_{11}$ ,  $t_5$ . Окончательное объединение переходов  $t_{12}$  и  $t_{13}$  позволяет получить значение математического ожидания времени выполнения программы, равное 11 с (рис. 6, В, Г, Д), как и было получено при решении системы уравнений, рассмотренных выше.



В. Третий этап

Г. Четвертый этап

Д. Пятый этап

Рис. 6. Этапы последовательной редукции числа состояний временной сети Петри

Слияние переходов, как было указано выше, предполагает увеличение первоначальной размерности  $N$  множеств заданных значений  $f_i(x)$ : в худшем случае для параллельного случая в 2 раза, для последовательного в  $N$  раз после первого же слияния. Данная особенность может вызвать определенные вычислительные сложности при редукции состояний временной сети Петри большой размерности. Для решения этой проблемы, учитывая изначальную погрешность данных, таблично характеризующих функцию плотности вероятности, предлагается ее представление значениями в точках дискретизации, образованных не интервалами  $\Delta x$ , а равными интервалами  $\Delta f = 1/N$ . Такая дискретизация позволяет, во-первых, не хранить значения  $f_j^{(i)}(x_j^{(i)})$ , поскольку они известны, во-вторых, не вычислять их произведения при свертке (они все равны  $1/N^2$ ), в-третьих, после каждого слияния двух переходов и образования нового понижать образуемую размерность множества  $f^k(x)$  до первоначальной путем аппроксимации значений аргумента, при которых  $f_m^k(x_m^k) = 1/N$ .

**Выводы.** Выведенные с помощью теории полумарковских процессов выражения применимы для достаточно широкого класса сетей Петри, оперирующих с произвольными законами распределения времени срабатывания переходов. Условие ограниченности предыстории сети позволяет получить точные значения основных характеристик исследуемых процессов, причем для их расчета в общем случае не требуется знание вида законов распределения нахождения системы в различных состояниях, а только их математического ожидания и дисперсии.

Предложенное расширение временных сетей Петри, объединяющее моделирующие возможности стохастическо-детерминированных сетей Петри и сетей модели Мерлина, позволяет описывать практически любые законы распределения случайных величин, характеризующих времена срабатывания переходов, и кроме того, использовать для анализа сети достаточно простые и эффективные с вычислительной точки зрения алгоритмы, обеспечивающие получение как точечных, так и интервальных оценок исследуемых временных процессов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Marsan M.A., Balbo G., Ghiola G., Conte G., Donatelli S. *An introduction to generalized stochastic Petri Nets* // *Microelectronics and reliability*. – 1991. – 31, № 4. – P. 699 – 725.
2. Иванов Н.Н. *Временные стохастические сети Петри с неэкспоненциальными законами распределения времени срабатывания переходов* // *Автоматика и телемеханика*. – 1994. – № 9. – С. 156 – 166.

3. *Широчин В.П., Москальков А.М., Обейдат А.-С. Оценка производительности распределенных систем на основе стохастических сетей Петри // Электронное моделирование. – 1994. – № 4. – С. 48 – 53.*
4. *Иванов Н.Н. Неэкспоненциальные временные стохастические сети Петри с ограниченной предысторией // Автоматика и телемеханика. – 1995. – № 4. – С. 145 – 156.*
5. *Иванов Н.Н. Обобщенные временные стохастические сети Петри // Автоматика и телемеханика. – 1996. – № 10. – С. 156 – 167.*
6. *Угоренко Л.Ч. Синтез трассовой модели функционирования вычислительных систем в составе АСУ реального времени с использованием аппарата сетей Петри // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ. – 2003. – Вип. 3. – С. 118 – 123.*
7. *Гладун А.Я., Проценко Е.И. Математические методы анализа показателей производительности корпоративных сетей с использованием стохастических сетей Петри // Проблемы управления и автоматизи. – 2001. – № 3. – С. 104 – 119.*
8. *Сильвестров Д.С. Полумарковские процессы с дискретным множеством состояний. – М.: Сов. радио, 1980. – 272 с.*
9. *Buy U., Sloan R.H. Analysis of Real-Time Programs with Simple Time Petri Nets // ACM Press. International Symposium on Software Testing and Analysis – 1994. – P. 228 – 239.*
10. *Salimifard K., Wright M. Performance Analysis of Business Processes Using Stochastic Petri Nets With General Timing. – PNPМ, 2001. – P. 164 – 174.*
11. *Филлипс Д., Гарсиа-Диас А. Методы анализа сетей. – М.: Мир, 1984. – 384 с.*
12. *Лобков С.Н., Фатхи В.А., Климович Г.И., Дуднакова О.В. Стохастическо-детерминированные временные сети Петри как средство описания моделей многопроцессорных вычислительных систем // УС и М. – 1991. – № 8. – С. 60 – 68.*
13. *Головкин Б.А. Расчет характеристик и планирование параллельных вычислительных процессов. – М.: Радио и связь, 1983. – 272 с.*
14. *Скалозуб В.В., Шинкаренко В.И. Анализ временных характеристик алгоритмов и процессов в конвейерных вычислительных системах на основе моделей нечетких сетевых графов // Проблемы программирования. – 2002. – № 1/2. – С. 211 – 302.*

Поступила 30.08.2004

**УГОРЕНКО Леонид Чеславович**, старший научный сотрудник НИЛ кафедры Харьковского университета Воздушных Сил. В 1990 году окончил Пушкинское ВВУРЭ. Область научных интересов – моделирование процессов функционирования вычислительных систем и сетей.

**СИСКОВ Александр Васильевич**, старший научный сотрудник НИЛ кафедры Харьковского университета Воздушных Сил. В 1997 году окончил Харьковский военный университет. Область научных интересов – методы анализа сложных информационных систем.