УДК 519.87

# ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЯ О ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНЫХ СТРАТЕГИЯХ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ДВУХ КОНКУРИРУЮЩИХ СТОРОН В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕННОЙ ИНФОРМИРОВАННОСТИ

к.т.н. А.А. Адаменко, С.В. Адаменко
(представил д.т.н., проф. В.М. Бильчук)

*Представлена модель конкурирования двух сторон в виде матричной игры в нечеткой постановке, которая позволяет принимать предпочтительные решения в условиях ограниченной информированности оперирующей стороны.*

**Постановка проблемы.** Принятие решения о предпочтительных стратегиях экономического поведения некоторой стороной А (оперирующей стороны) в условиях конкурирования с другой стороной В возможно на основе оценки эффективности применения сторонами своих различных стратегий с учетом действий конкурирующей стороны.

Систему целенаправленных действий (стратегий) каждой из конкурирующих сторон в интересах достижения своих целей можно рассматривать как операцию [1].

Оценка эффективности операции предполагает построение некоторой математической модели операции, что требует наличия у оперирующей стороны информации о целях, активных средствах сторон, их возможных стратегиях, об их информированности и порядке обмена информацией, о результатах операции в различных условиях и др.

Однако зачастую оперирующая сторона располагает лишь ограниченной информацией вышеизложенного содержания и вынуждена принимать решение о предполагаемых значениях исходных данных в условиях нестохастической (целевой, поведенческой, природной) неопределенности [1].

**Анализ литературы.** В условиях нестохастической неопределенности авторы [2] предлагают принимать решения о предпочтительных стратегиях экономического поведения одной из конкурирующих сторон посредством организации и проведения экспертизы. Предложенная данным автором схема организации экспертного оценивания позволяет получить четкие значения оцениваемых значений возможных результатов применения сторонами своих стратегий, на основании которых принимаются решения о предпочтительности той или иной стратегии. Однако, в условиях ограниченной информированности задание строгих границ оцениваемого параметра "волевым" порядком или искусственное введение однозначности означают огрубление исходных данных и могут способствовать получению пускай четкого, но неверного результата.

Математические модели задач принятия решений в условиях поведенческой неопределенности изучает теория игр [3]. Согласно положениям, изложенным в данном источнике, применение теории игр предполагает наличие неопределенности лишь в действиях противоположной стороны. Остальные исходные данные, характер которых изложен в постановке проблемы, должны быть формализованы в четком виде.

Данный «классический» подход не предусматривает ограниченность информации у оперирующей стороны и, как следствие – возможность использования в качестве исходных данных нечеткой информации, например, представленной в виде нечетких множеств [4].

На решение данной проблемы обращено внимание в [5]. Авторы данной работы предусматривают представление исходных данных в виде нечетких множеств. При этом в качестве модели противодействия сторон принята игра двух лиц в нечеткой постановке. Однако данный труд не предусматривает возможность нечеткого описания количества активных средств сторон и результатов их возможного противодействия.

**Цель статьи** – построение математической модели конкурирования двух сторон, которая позволяла бы принимать предпочтительные решения в условиях ограниченной информированности оперирующей стороны на основании нечетких исходных данных.

**Основной материал.** При построении математической модели конкурирования двух сторон будем исходить из наихудших условий – оперирующая сторона проводит исследования, например, на перспективный момент времени и в условиях неустановившейся экономической обстановки, и не располагает достаточной информацией, чтобы четко определить:

– формализованные конечные цели сторон в операции (например, уровень снижения прибыли противоположной стороны, который заставил бы ее отказаться от выпуска определенного вида продукции);

– количество их активных средств, которыми они могут распоряжаться в рассматриваемый момент времени для достижения своих конечных целей в операции (например, количество денежных средств, выделенных каждой из сторон для захвата рынка сбыта);

– стратегии применения сторонами своих активных средств (например, распределение общей суммы выделенных денежных средств между возможными вариантами захвата рынка сбыта: снижение цены продукции, реклама, введение системы скидок и т.п.);

– результаты применения сторонами своих стратегий (например, уровень снижения прибыли противоположной стороны).

В этих условиях более объективную информацию о прогнозируемой величине для проведения дальнейших исследований дает описание данной величины нечетким множеством вида

$$\tilde{\Theta} = \{\mu_{\tilde{\Theta}}(z_j), z_j\}, \ z_j \in Z, \ j = \overline{1, n}, \qquad (1)$$

где $z_j$ – элемент некоторого универсального множества Z; $\mu_{\tilde{\Theta}}(z_j)$ – значения функции принадлежности элемента $z_j$ к нечеткому множеству $\tilde{\Theta}$, которую следует трактовать как меру уверенности в том, что элемент $z_j$ принадлежит к нечеткому множеству $\tilde{\Theta}$; n – количество элементов в нечетком подмножестве, значения функции принадлежности которых отличны от нуля.

Допустим, что оперирующей стороной на основании имеющейся информации могут быть проведены следующие исследования.

1. Сформированы нечеткие формализованные цели сторон $\tilde{Y}_A^{тр}$ и $\tilde{Y}_B^{тр}$ вида

$$\tilde{Y}_A^{тр} = \left\{\mu_{\tilde{Y}_A^{тр}}\left(Y_A^k\right), Y_A^k\right\}, \ \tilde{Y}_B^{тр} = \left\{\mu_{\tilde{Y}_B^{тр}}\left(Y_B^s\right), Y_B^s\right\}, \ k = \overline{1, n_A}, \ s = \overline{1, n_B}, \qquad (2)$$

где $Y_A^k$ и $Y_B^s$ – элементы универсального множества Y натуральных чисел; $\mu_{\tilde{Y}_A^{тр}}(Y_A^k)$ и $\mu_{\tilde{Y}_B^{тр}}(Y_B^s)$ – значения функций принадлежности элементов $Y_A^k$ и $Y_B^s$ к нечетким множествам $\tilde{Y}_A^{тр}$ и $\tilde{Y}_B^{тр}$ соответственно; $n_A$ и $n_B$ – количество элементов в носителях нечетких множеств $\tilde{Y}_A^{тр}$ и $\tilde{Y}_B^{тр}$ соответственно.

2. Описаны (например, в соответствии с [6]) нечеткими множествами количество $\tilde{N}_A$ и $\tilde{N}_B$ активных средств у каждой из сторон вида

$$\tilde{N}_A = \left\{\mu_{\tilde{N}_A}\left(N_A^m\right), N_A^m\right\}, \ \tilde{N}_B = \left\{\mu_{\tilde{N}_B}\left(N_B^n\right), N_B^n\right\}, \ m = \overline{1, \ell_A}, \ n = \overline{1, \ell_B}, \qquad (3)$$

где $N_A^m$ и $N_B^n$ – элементы универсального множества U натуральных чисел; $\ell_A$ и $\ell_B$ – количество элементов в носителях нечетких множеств $\tilde{N}_A$ и $\tilde{N}_B$ соответственно; $\mu_{\tilde{N}_A}(N_A^m)$ и $\mu_{\tilde{N}_B}(N_B^n)$ – значения функций принадлежности элементов $N_A^m$ и $N_B^n$ к нечетким множествам $\tilde{N}_A$ и $\tilde{N}_B$ соответственно.

3. Сформированы (например, в соответствии с [7]) нечеткие множества $\tilde{S}_A$ и $\tilde{S}_B$ стратегий применения сторонами своих активных средств вида

$$\tilde{S}_A = \left\{\mu_{\tilde{S}_A}\left(S_A^{i,m}\right), S_A^{i,m}\right\},\ i = \overline{1, k_A^m},\ m = \overline{1, \ell_A}; \qquad (4)$$

$$\tilde{S}_B = \left\{\mu_{\tilde{S}_B}\left(S_B^{j,n}\right), S_B^{j,n}\right\},\ j = \overline{1, k_B^n},\ n = \overline{1, \ell_B},$$

где $\ell_A$ ($\ell_B$) – количество элементов в носителе нечеткого множества $\tilde{N}_A$ ($\tilde{N}_B$); $S_A^{i,m}$ ($S_B^{j,n}$) – стратегия стороны A (B), которая предполагает распределение $N_A^m$ ($N_B^n$) активных средств стороны A (B); $\mu_{\tilde{S}_A}(S_A^{i,m})$ [$\mu_{\tilde{S}_B}(S_B^{j,n})$] – значение функции принадлежности стратегии $S_A^{i,m}$ ($S_B^{j,n}$) к нечеткому множеству $\tilde{S}_A$ ($\tilde{S}_B$) стратегий применения стороной A (B) своих средств поражения; $k_A^m$ ($k_B^n$) – количество элементов в носителе нечеткого множества $\tilde{S}_A$ ($\tilde{S}_B$).

В силу того, что операция проводится в условиях поведенческой неопределенности и имеют место нечеткие множества стратегий сторон, при формализации задачи принятия решения следует рассматривать задачу в условиях нечеткого множества $\tilde{S}$ конфликтных ситуаций вида

$$\tilde{S} = \tilde{S}_A \times \tilde{S}_B,$$

где $\tilde{S}_A$ и $\tilde{S}_B$ – нечеткие множества стратегий применения сторонами своих активных средств вида [4]; знак "$\times$" – знак декартового пересечения множеств.

Учитывая нечеткий вид множеств стратегий сторон, получим следующий вид нечеткого множества $\tilde{S}$ конфликтных ситуаций вида

$$\tilde{S} = \left\{\mu_{\tilde{S}_A}\left(S_A^{i,m}\right), S_A^{i,m}\right\} \times \left\{\mu_{\tilde{S}_B}\left(S_B^{j,n}\right), S_B^{j,n}\right\} = \left\{\mu_{\tilde{S}}\left(S_{m,n}^{i,j}\right), S_{m,n}^{i,j}\right\}, \qquad (5)$$

где $S_A^{i,m}$ ($S_B^{j,n}$) – стратегия стороны A (B), которая предполагает распределение $N_A^m(N_B^n)$ активных средств стороны A(B); $\mu_{\tilde{S}_A}(S_A^{i,m})$ $[\mu_{\tilde{S}_B}(S_B^{j,n})]$ – значение функции принадлежности стратегии $S_A^{i,m}(S_B^{j,n})$ к нечеткому множеству $\tilde{S}_A(\tilde{S}_B)$ стратегий применения стороной A(B) своих средств поражения; $S_{m,n}^{i,j} = S_A^{i,m} \times S_B^{j,n}$ – конфликтная ситуация как декартово пересечение множеств стратегий $S_A^{i,m}$ и $S_B^{j,n}$ стороны A и B соответственно, при этом $i = \overline{1, k_A^m}$, $j = \overline{1, k_B^n}$, $m = \overline{1, \ell_A}$, $n = \overline{1, \ell_B}$; $\ell_A(\ell_B)$ – количество элементов в носителе нечеткого множества $\tilde{N}_A(\tilde{N}_B)$, задающего количество активных средств стороны A(B); $k_A^m(k_B^n)$ – количество элементов в носителе нечеткого множества $\tilde{S}_A(\tilde{S}_B)$; $\mu_{\tilde{S}}(S_{m,n}^{i,j})$ – значение функции принадлежности конфликтной ситуации $S_{m,n}^{i,j}$ к нечеткому множеству $\tilde{S}$ конфликтных ситуаций.

На основании правил проведения операций с нечеткими множествами [4], можно утверждать, что значение функции принадлежности конфликтной ситуации $S_{m,n}^{i,j}$ к нечеткому множеству $\tilde{S}$ конфликтных ситуаций следует определять из выражения

$$\mu_{\tilde{S}}\left(S_{m,n}^{i,j}\right) = \min\left(\mu_{\tilde{S}_A}\left(S_A^{i,m}\right),\ \mu_{\tilde{S}_B}\left(S_B^{j,n}\right)\right),$$

где $\mu_{\tilde{S}_A}(S_A^{i,m})$ $[\mu_{\tilde{S}_B}(S_B^{j,n})]$ – значение функции принадлежности стратегии $S_A^{i,m}(S_B^{j,n})$ к нечеткому множеству $\tilde{S}_A(\tilde{S}_B)$ стратегий применения стороной A(B) своих средств поражения.

Так как решение о результатах применения сторонами своих стратегий принимается в условиях нестохастической неопределенности, о чем шла речь ранее, то предположим, что результаты для сторон A и B в каждой конфликтной ситуации $S_{m,n}^{i,j}$ описаны нечеткими множествами $\tilde{w}_{A(m,n)}^{i,j}$ и $\tilde{w}_{B(m,n)}^{i,j}$ в соответствии с принятым показателем эффективности операции.

Поскольку мера уверенности в возможности конфликтной ситуации $S_{m,n}^{i,j}$ равна значению функции принадлежности $\mu_{\tilde{S}}(S_{m,n}^{i,j})$, то и мера уверенности в возможности результатов в операции также будет равна $\mu_{\tilde{S}}(S^{i,j}_{m,n})$.

Таким образом, имеем нечеткие множества возможных результатов операции вида:

$$\tilde{W}_A = \left\{\mu_{\tilde{W}_A}\left(\tilde{w}^{i,j}_{A(m,n)}\right), \tilde{w}^{i,j}_{A(m,n)}\right\}; \quad \tilde{W}_B = \left\{\mu_{\tilde{W}_B}\left(\tilde{w}^{i,j}_{B(m,n)}\right), \tilde{w}^{i,j}_{B(m,n)}\right\},$$

где $\tilde{w}^{i,j}_{A(m,n)}$ и $\tilde{w}^{i,j}_{B(m,n)}$ – нечеткие множества результатов операции для стороны A и B соответственно в конфликтной ситуации $S^{i,j}_{m,n}$, при этом $i=\overline{1,k^m_A}$, $j=\overline{1,k^n_B}$, $m=\overline{1,\ell_A}$, $n=\overline{1,\ell_B}$; $\ell_A$ ($\ell_B$) – количество элементов в носителе нечеткого множества $\tilde{N}_A$ ($\tilde{N}_B$), задающего количество активных средств стороны A (B); $k^m_A$ ($k^n_B$) – количество элементов в носителе нечеткого множества $\tilde{S}_A$ ($\tilde{S}_B$); $\mu_{\tilde{W}_A}\left(\tilde{w}^{i,j}_{A(m,n)}\right)$ и $\mu_{\tilde{W}_B}\left(\tilde{w}^{i,j}_{B(m,n)}\right)$ – значение функции принадлежности нечетких множеств $\tilde{w}^{i,j}_{A(m,n)}$ и $\tilde{w}^{i,j}_{B(m,n)}$ к нечеткому множеству $\tilde{W}_A$ и $\tilde{W}_B$ соответственно.

Очевидно, что для конфликтной ситуации $S^{i,j}_{m,n}$ справедливо тождество

$$\mu_{\tilde{W}_A}\left(\tilde{w}^{i,j}_{A(m,n)}\right) = \mu_{\tilde{W}_B}\left(\tilde{w}^{i,j}_{B(m,n)}\right) = \mu_{\tilde{S}}\left(S^{i,j}_{m,n}\right).$$

Так как цели сторон и результаты их конкурирования в операции описаны нечетко, то в качестве результата каждой из сторон в конфликтной ситуации $S^{i,j}_{m,n}$ целесообразно рассматривать уровни $\mu_{\tilde{Y}^{тр}_A}\left(\tilde{W}^{i,j}_{A(m,n)}\right)$ и $\mu_{\tilde{Y}^{тр}_B}\left(\tilde{W}^{i,j}_{B(m,n)}\right)$ достижения стороной A и B соответственно своих нечетких формализованных целей $\tilde{Y}^{тр}_A$ и $\tilde{Y}^{тр}_B$ при нечетких результатах $\tilde{w}^{i,j}_{A(m,n)}$ и $\tilde{w}^{i,j}_{B(m,n)}$ применения сторонами своих стратегий, то есть

$$\mu_{\tilde{Y}^{тр}_A}\left(\tilde{W}^{i,j}_{A(m,n)}\right) = f\left(\tilde{Y}^{тр}_A,\ \tilde{w}^{i,j}_{A(m,n)}\right),\ \mu_{\tilde{Y}^{тр}_B}\left(\tilde{W}^{i,j}_{B(m,n)}\right) = f\left(\tilde{Y}^{тр}_B,\ \tilde{w}^{i,j}_{B(m,n)}\right), \quad (6)$$

где f – некоторая функция, сопоставляющая нечеткие множества – аргументы функции.

В интересах упрощения дальнейшего рассмотрения предлагаемой математической модели примем следующее условное сокращение. Примем, что следующие условные обозначения равноправны:

$$\mu_{\tilde{Y}_A^{\text{тр}}}\left(\tilde{W}^{i,j}_{A(m,n)}\right) = \mu^{i.j}_{A(m,n)}, \ \mu_{\tilde{Y}_B^{\text{тр}}}\left(\tilde{W}^{i,j}_{B(m,n)}\right) = \mu^{i.j}_{B(m,n)}.$$

Наличие нечеткого множества конфликтных ситуаций делает возможным в качестве модели конкурирования двух сторон рассматривать игру двух лиц в нечеткой постановке вида

$$\Gamma = \left\langle J = \{A,B\}, \tilde{Y}_A^{\text{тр}}, \tilde{Y}_B^{\text{тр}}, \tilde{S}_A, \tilde{S}_B, \tilde{S}, \mu^{i.j}_{A(m,n)}, \mu^{i.j}_{B(m,n)} \right\rangle, \ i = \overline{1, k_A^m}, \ j = \overline{1, k_B^n},$$

$$m = \overline{1, \ell_A}, \ n = \overline{1, \ell_B},$$

где $J = \{A, B\}$ – множество игроков; $\tilde{Y}_A^{\text{тр}}$, $\tilde{Y}_B^{\text{тр}}$ – нечеткие формализованные цели игроков; $\tilde{S}_A$ и $\tilde{S}_B$ – нечеткие множества стратегий применения сторонами своих активных средств вида (4); $\tilde{S}$ – нечеткое множество конфликтных ситуаций вида (5); $\mu^{i.j}_{A(m,n)}$ и $\mu^{i.j}_{B(m,n)}$ – значения функций полезности (результатов) сторон в конфликтной ситуации $S^{i,j}_{m,n}$ вида (6); $\ell_A$ ($\ell_B$) – количество элементов в носителе нечеткого множества $\tilde{N}_A$ ($\tilde{N}_B$), задающего количество активных средств стороны A(B); $k_A^m$ ($k_B^n$) – количество элементов в носителе нечеткого множества $\tilde{S}_A$ ($\tilde{S}_B$).

Для решения данной игры $\Gamma$ предлагается задать ее матрицей C, вида

$$C = \left\| c^{i,j}_{m,n} \right\|, \text{ при } i = \overline{1, k_A^m}, \ j = \overline{1, k_B^n}, \ m = \overline{1, \ell_A}, \ n = \overline{1, \ell_B},$$

где $c^{i,j}_{m,n} = f\left(\mu^{i.j}_{A(m,n)}\right), \ \mu^{i.j}_{B(m,n)}, \ \mu_{\tilde{S}}\left(S^{i,j}_{m,n}\right)\Big)$ – значение функции выигрыша (проигрыша) стороны A (B) в конфликтной ситуации $S^{i,j}_{m,n}$; f – некоторая функция, сопоставляющая аргументы функции, вид которой принимается исследователем в зависимости от рассматриваемой задачи; $\mu^{i.j}_{A(m,n)}$ и $\mu^{i.j}_{B(m,n)}$ – значения функций полезности (результатов) сторон в конфликтной ситуации $S^{i,j}_{m,n}$ вида []; $\mu_{\tilde{S}}(S^{i,j}_{m,n})$ – значение функции принадлежности конфликтной ситуации $S^{i,j}_{m,n}$ к нечеткому множеству $\tilde{S}$ конфликтных ситуаций; $\ell_A$ ($\ell_B$) – количество элементов в носителе нечеткого множества $\tilde{N}_A$ ($\tilde{N}_B$), задающего количество активных средств стороны A(B); $k_A^m$ ($k_B^n$) – количество элементов в носителе нечеткого множества $\tilde{S}_A$ ($\tilde{S}_B$).

Предложенный вид матрицы С, которая будет задавать игру, позволяет решать игру аналогично решению матричной антагонистической игры с нулевой суммой.

**Выводы.** Представленная модель конкуренции двух сторон в виде матричной игры в нечеткой постановке, а также способ ее сведения к матричной антагонистической игре с нулевой суммой, позволяют принимать предпочтительные решения в условиях ограниченной информированности оперирующей стороны на основании нечетких данных.

В дальнейшем представляют интерес исследования, направленные на построение математической модели конкурирования трех и более сторон при нечетких исходных данных.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т. / Ред. совет: В.С. Авдуевский и др. – М.: Машиностроение, 1988. – Т. 3. Эффективность технических систем / Под общ. ред. В.Ф. Уткина, Ю.В. Крючкова. – 328 с.*
2. *Кармель О.Э. Экспертные системы в экономике. – М.: МГУ, 2003. – 254 с.*
3. *Томас Л., Саати Т. Математические модели конфликтных ситуаций. – М.: Сов. радио, 1977. – 302 с.*
4. *Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976. – 165 с.*
5. *Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. – М.: Наука, 1981. – 328 с.*
6. *Більчук В.М., Адаменко А.А., Брежнєв Є.В. Прийняття рішення щодо кількості засобів ураження противника в операції в умовах нестохастичної невизначеності // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 6 (22). – С. 233 – 235.*
7. *Адаменко А.А. Принятие решения о множестве стратегий применения противником своих разнотипных средств поражения в условиях нестохастической неопределенности // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вип. 1. – С. 182 – 186.*


*Поступила 12.10.2004*

***АДАМЕНКО Анатолий Анатольевич**, канд. техн. наук, зам. начальника отдела Харьковского университета Воздушных Сил. Область научных интересов – системный анализ сложных систем в условиях неопределенности.*

***АДАМЕНКО Сергей Валерьевич**, студент Криворожского экономического института Киевского Национального экономического университета. Область научных интересов – принятие экономических решений в условиях риска.*