

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЯГОВЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ

д.т.н., проф. В.Д. Дмитриенко, к.т.н. В.И. Носков, М.В. Липчанский

*Предлагается упрощенная математическая модель тягового электропривода мотор-вагонного состава с двигателями постоянного тока. С ее помощью принципом максимума Понтрягина решается задача оптимального управления приводом при разгоне электропоезда.*

**Постановка проблемы.** В странах СНГ и Украине в связи с необходимостью замены выработавших свой срок службы или морально устаревших транспортных средств на пассажирском и грузовом транспорте значительное внимание уделяется проблемам модернизации существующих и разработки новых систем управления тягового подвижного состава железнодорожного транспорта [1 – 3]. Это вызвано, прежде всего, необходимостью дальнейшего повышения эффективности перевозок и возможностью роста скорости движения, повышением надежности и ресурсосбережением. В связи с этим в последнее время особое внимание уделяется проблемам совершенствования систем автоматического управления тяговыми агрегатами локомотивов и электропоездов.

**Анализ последних достижений и публикаций.** В настоящее время на локомотивах и мотор-вагонном подвижном составе железных дорог Украины используются системы управления с пропорциональными, пропорционально-интегральными, пропорционально-дифференциальными и пропорционально-интегрально-дифференциальными (ПИД) законами управления [4]. Применение этих законов управления обусловлено, прежде всего, их универсальностью и надежностью регуляторов на их основе. Однако системы управления на основе этих регуляторов по качеству управления уступают системам оптимального управления [4]. В связи с этим проблемам синтеза оптимальных систем управления тяговым подвижным составом уделяется значительное внимание [3 – 6]. Однако проблема оптимального управления электроприводом постоянного тока современных электропоездов до сих пор полностью не решена.

**Целью статьи** является оптимизация закона управления тяговым электроприводом постоянного тока при разгоне электропоезда ЭПЛТ-2Т, выпускаемого ХК "Лугансктепловоз".

**Исследования и результаты.** Структурная схема рассматриваемого объекта управления представлена на рис. 1.

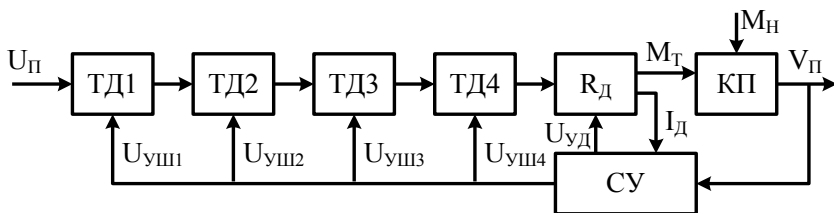


Рис. 1. Структурная схема объекта управления

На рис. 1 приняты следующие обозначения:  $U_{\text{П}}$  – напряжение питания контактной сети; ТД1, ... , ТД4 – тяговые электродвигатели постоянного тока с последовательным возбуждением;  $U_{\text{УШ1}}, \dots, U_{\text{УШ4}}$  – сигналы управления шунтирующими резисторами обмоток возбуждения тяговых двигателей;  $R_{\text{д}}$  – дополнительный или пусковой резистор;  $U_{\text{Уд}}$  – сигнал управления дополнительным резистором;  $M_{\text{Т}}$  – тяговой момент электропривода;  $M_{\text{Н}}$  – момент нагрузки;  $V_{\text{П}}$  – скорость электропоезда,  $I_{\text{д}}$  – ток в цепи дополнительного резистора; КП – колесная пара; СУ – система управления.

При определении оптимальных законов управления сложными нелинейными объектами очень важно выбрать правильную стратегию их поиска. Для привода постоянного тока электропоездов при решении целого ряда задач управления целесообразно выбрать стратегию, предусматривающую поиск оптимальных решений в два этапа. На первом этапе выполняется синтез оптимального регулятора с помощью упрощенной модели, а на втором – проверка и уточнение полученного регулятора или закона управления на более полной и точной модели, которая могла бы дать ответ по поводу практической ценности того или иного предложения.

Определим на упрощенной математической модели электропривода постоянного тока оптимальный закон управления дополнительным резистором. Для этого получим вначале упрощенную математическую модель объекта управления.

При разработке упрощенной математической модели объекта управления для решения указанной задачи оптимального управления четыре отдельных тяговых двигателя могут быть заменены одним эквивалентным двигателем, имеющим ту же мощность и тяговой момент, что и четыре отдельных двигателя. Эквивалентная схема замещения тя-

гового двигателя постоянного тока с последовательным возбуждением и дополнительным (пусковым) резистором  $R_d$  приведена на рис. 2.

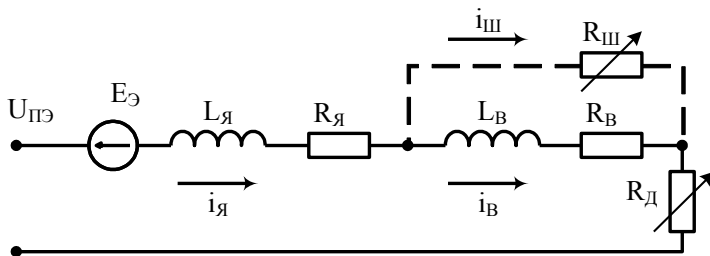


Рис. 2. Схема замещения эквивалентного тягового электродвигателя

На рис. 2 приняты следующие обозначения:  $U_{ПЭ}$  – напряжение питания эквивалента двигателя;  $E_{Э}$  – э.д.с. эквивалентного двигателя;  $i_{я}$ ,  $L_{я}$ ,  $R_{я}$  – ток, индуктивность и сопротивление якорной цепи двигателя;  $i_{в}$ ,  $L_{в}$ ,  $R_{в}$  – ток, индуктивность и сопротивление обмотки возбуждения;  $i_{ш}$ ,  $R_{ш}$  – ток и сопротивление цепи шунтирующего резистора;  $R_{д}$  – дополнительный резистор.

Шунтирующий резистор  $R_{ш}$  используется при управлении оборотами тяговых двигателей при скоростях движения электропоезда более 60 км/ч. В электропоезде ЭПЛТ-2Т у тяговых двигателей имеется шесть ступеней ослабления поля за счет дискретного изменения шунтирующего резистора  $R_{ш}$ . При скоростях движения электропоезда менее 60 км/ч  $R_{ш} = \infty$  и управление частотой вращения, током и тяговым моментом двигателей осуществляется с помощью пускового (дополнительного) резистора  $R_{д}$ , имеющего тринадцать ступеней и предназначенного для ограничения тока двигателей при пуске до выхода их на естественную характеристику с полным возбуждением.

В данной статье рассматривается задача определения оптимального закона изменения только дополнительного сопротивления  $R_{д}$ . В этом случае  $R_{ш} = \infty$  и схема замещения эквивалентного тягового электродвигателя может быть упрощена (рис. 3).

На рис. 3 приняты следующие обозначения:

$$L_{Э} = L_{я} + L_{в};$$

$$R_{Э} = R_{я} + R_{в}.$$

Из упрощенной эквивалентной схемы замещения тягового двигателя несложно получить дифференциальное уравнение, описывающее изменение тока двигателя [3]

$$L_{\text{Э}} \frac{di}{dt} = U_{\text{П}} - E - R_{\text{Э}} i - R_{\text{Д}} i. \quad (1)$$

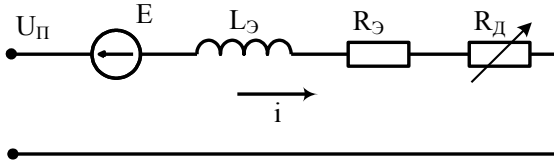


Рис. 3. Упрощенная схема замещения эквивалентного тягового двигателя

Обороты  $n$  двигателя могут быть определены из уравнения движения [3]:

$$J \frac{dn}{dt} = M_{\text{T}} - M_{\text{H}}, \quad (2)$$

где  $J$  – момент инерции массы электропоезда, приведенный к колесной паре;  $M_{\text{T}}$  – момент тяги состава;  $M_{\text{H}}$  – момент нагрузки.

С учетом известных соотношений из теории двигателей постоянного тока с последовательным возбуждением и теории движения электропоездов [3, 5, 11] система уравнений (1), (2) может быть приведена к виду:

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= a_{10} + a_{11} n + a_{12} n e^{\beta i} + a_{13} i + a_{14} u; \\ \frac{dn}{dt} &= a_{20} + a_{21} i + a_{22} i e^{\beta i} + a_{23} n + a_{24} n^2, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $a_{ij}$  ( $i = 1, 2; j = \overline{0, 4}$ ) – постоянные коэффициенты;  $\beta$  – постоянный коэффициент, определяемый по кривой намагничивания с помощью выражения  $\Phi_{\text{Д}} = \gamma W (1 - e^{\beta i})$ ;  $\Phi_{\text{Д}}$  – поток двигателя;  $\gamma$  – постоянный коэффициент;  $W$  – число ампер-витков обмоток эквивалентного двигателя;  $u$  – управление (падение напряжения на дополнительном резисторе).

Систему уравнений (3) удобнее записать в виде:

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{10} + a_{11} x_2 + a_{12} x_2 e^{\beta x_1} + a_{13} x_1 + a_{14} u; \quad (4)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = a_{20} + a_{21} x_1 + a_{22} x_1 e^{\beta x_1} + a_{23} x_2 + a_{24} x_2^2, \quad (5)$$

где тяговый момент эквивалентного двигателя описывается двучленом

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_1 e^{\beta x_1},$$

а момент сопротивления движению – трехчленом

$$a_{20} + a_{23} x_2 + a_{24} x_2^2.$$

Проверка полученной математической модели (4), (5) в различных режимах разгона электропоезда показала соответствие процессов полученных на реальном объекте процессам в математической модели.

Рассмотрим задачу аналитического конструирования регулятора для объекта, описываемого системой уравнений (4), (5) при минимизации функционала стоимости, представляющего собой линейную взвешенную комбинацию квадрата управления и времени разгона электропоезда

$$I = \int_0^{t_k} (k_1 + k_2 u^2) dt, \quad (6)$$

где  $t_k$  – время разгона электропоезда;  $k_1, k_2$  – постоянные коэффициенты.

Сформулированная задача может быть решена с помощью принципа максимума Понтрягина [8, 9]. Основные соотношения в этом случае имеют вид:

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \psi_i}, \quad x_i(0) = x_{i0}, \quad i = 0, 1, 2; \quad (7)$$

$$\frac{d\psi_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad i = 0, 1, 2; \quad (8)$$

$$H = \psi_1 f_1(x_1, x_2, u) + \psi_2 f_2(x_1, x_2) + \psi_0 (k_1 + k_2 u^2); \quad (9)$$

$$H(x_i(t), \psi_i(t), u(t)) = \max_{u \in D} H(x_i(t), \psi_i(t), u(t)), \quad (10)$$

где  $x_0$  – новая фазовая координата системы;  $H$  – гамильтониан системы;  $\psi_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ) – сопряженные функции;  $f_1(x_1, x_2, u)$ ,  $f_2(x_1, x_2)$  – соответственно правые части уравнений (4) и (5);  $D$  – область допустимых управлений.

Поскольку гамильтониан системы не зависит явно от времени, то имеем [8]

$$H = \text{const} = 0. \quad (11)$$

Если управление  $u$  находится внутри допустимой области управлений  $D$ , то справедливо соотношение

$$\Phi = \frac{\partial H}{\partial u} = \psi_1 \frac{\partial f_1}{\partial u} + \psi_2 \frac{\partial f_2}{\partial u} + \psi_0 \frac{\partial(k_1 + k_2 u^2)}{\partial u} = 0. \quad (12)$$

В силу однородности гамильтониана  $H$  по  $\psi_i$  оптимальное управление определяется не значениями  $\psi_i$ , а их отношениями к одной из них.

Поскольку  $\frac{\partial H}{\partial x_0} \equiv 0$ , то из выражения (8) следует, что  $\psi_0 = \text{const}$ . Поэтому, не нарушая общности, можно принять  $\psi_0 = -1$ .

Таким образом, имеем два уравнения (11), (12), содержащих  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  и управление  $u$ . Для исключения сопряженных переменных  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  необходимо третье уравнение, которое получим с помощью скобок Пуассона [9, 10]:

$$\begin{aligned} [H\Phi] &= \frac{\partial H}{\partial x_1} \frac{\partial \Phi}{\partial \psi_1} - \frac{\partial H}{\partial \psi_1} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} + \frac{\partial H}{\partial x_2} \frac{\partial \Phi}{\partial \psi_2} - \frac{\partial H}{\partial \psi_2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} = \\ &= (\psi_1(a_{12} \beta x_2 e^{\beta x_1} + a_{13}) + \psi_2(a_{21} + a_{22} e^{\beta x_1} + a_{22} \beta x_1 e^{\beta x_1})) a_{14}. \end{aligned} \quad (13)$$

Уравнения (9), (11), (12) линейны относительно сопряженных переменных  $\psi_1$  и  $\psi_2$ , поэтому исключить их из этих уравнений не представляет труда. В результате получим выражение вида

$$A_2 u^2 + A_1 u + A_0 = 0, \quad (14)$$

где  $A_2 = k_2$ ;  $A_0 = -k_1$ ;

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{2k_2}{a_{14}} \left[ a_{10} + a_{11} x_2 + a_{12} x_2 e^{\beta x_1} + a_{13} x_1 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(a_{12} \beta x_2 e^{\beta x_1} + a_{13})(a_{20} + a_{21} x_1 + a_{22} x_1 e^{\beta x_1} + a_{23} x_2 + a_{24} x_2^2)}{a_{21} + a_{22} e^{\beta x_1} + a_{22} \beta x_1 e^{\beta x_1}} \right]. \end{aligned}$$

Из уравнения (14) при известных фазовых координатах  $x_1$ ,  $x_2$  можно определить оптимальное управление

$$u_1 = \frac{-A_1 + \sqrt{A_1^2 - 4A_0A_2}}{2A_2}, \quad (15)$$

при условии, что оно находится внутри допустимой области управлений  $u_1 \in D$ . В противном случае пользоваться уравнением (14) нельзя, так как оно получено в предположении, что из рассмотрения исключены граничные значения управления, которые могут быть найдены с помощью более сложного выражения (10).

Поскольку в рассматриваемой задаче область допустимых управлений задается в виде интервала  $[0 \leq u \leq U_{\max}]$ , а по физике управляемого объекта не может быть мгновенных переключений управления с нижнего граничного значения в верхнее и наоборот, то с помощью соотношения (15) несложно получить выражение для определения оптимального управления с учетом заданной области ограничений уравнения

$$u = \begin{cases} 0, & \text{если } u_1 \leq 0, \\ u_1, & \text{если } 0 \leq u_1 \leq U_{\max}, \\ U_{\max}, & \text{если } u_1 \geq U_{\max}. \end{cases} \quad (16)$$

Математическое моделирование разгона объекта управления с регулятором, определенным соотношениями (15), (16) подтвердили его работоспособность и позволили получить более экономичные режимы разгона электропоезда, чем при ступенчатом изменении пускового резистора.

**Выводы.** Таким образом, разработана математическая модель для решения задачи синтеза оптимальных управлений дополнительным резистором  $R_d$  при разгоне электропоезда с электроприводом постоянного тока. Полученная математическая модель исследована в замкнутом контуре управления электроприводом постоянного тока с последовательным возбуждением. С помощью этой модели и принципа максимума Понтрягина синтезирована структура регулятора, обеспечивающего оптимальный разгон электропоезда. В дальнейшем предполагается проверка и уточнение математической модели формирования управлений на полной модели электропривода.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Плис В.И., Стекольников Д.В., Волков В.М. *Результаты испытаний электропоезда ЭП1 с микропроцессорной системой управления и диагностики / Повышение эффективности работы железнодорожного транспорта Сибири и Дальнего Востока: Материалы НПК. – Хабаровск: ДВГУПС, 1999. – С. 143.*
2. Немец Д., Израелян А. *Современные системы управления для железнодорожного транспорта / Перспективы и тенденции развития электротехнического оборудования. Труды пятого международного симпозиума ЭЛМАШ, в 2 т. – М.: ЭЛМАШ. – 2004. – Т. 2. – С. 198 – 202.*
3. Носков В.И., Дмитриенко В.Д., Заповольский Н.И., Леонов С.Ю. *Моделирование и оптимизация систем управления и контроля локомотивов. – Х.: ХФИ "Транспорт Украины", 2003. – 248 с.*

4. *Базилевский Ф.Ю., Балабанович А.М. Синтез оптимального по быстродействию закона управления дизель-генератором тепловоза / Совершенствование конструкции локомотивов и системы их обслуживания. Межвузовский сб. научн. трудов. – С.-Пб.: Петербургский гос. унив. путей сообщения РФ, 2004. – С. 40 – 45.*
5. *Носков В.И., Заполовский Н.И., Колыбин Ю.Н. Липчанский М.В. Оптимизационная модель для синтеза терминальных управлений движением электропоезда // Вісник НТУ "ХПИ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Автоматика та приладобудування. – Х.: НТУ "ХПИ". – 2001. – № 4. – С. 198 – 202.*
6. *Руденко В.Ф., Аналитический синтез системы автоведения поезда // Совершенствование конструкции локомотивов и системы их обслуживания. Межвузовский сб. научн. трудов. – С.-Пб.: Петербургский гос. унив. путей сообщения РФ, 2004. – С. 110 – 116.*
7. *Даниленко А.Ф., Дмитриенко В.Д., Заполовский Н.И. Математические модели оптимальных систем управления тяговым асинхронным приводом тепловозов // Электронное моделирование. – 1991. – Т. 13, №2. – С. 40 – 44.*
8. *Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука, 1987. – 712 с.*
9. *Верлань А.Ф., Дмитриенко В.Д., Корсунов Н.И., Шорох В.А. Эволюционные методы компьютерного моделирования. – К.: Наук.думка, 1992. – 256 с.*
10. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М., Теоретическая физика. В 10 томах. Т. 1. Механика. – М.: Наука, 1988. – 215 с.*
11. *Розенфельд В.Е., Исаев И.П., Сидоров Н.Н. Теория электрической тяги: Учебник для вузов ж.-д. трансп. – М.: Транспорт, 1983 – 328 с.*

Поступила 11.10.2005

**ДМИТРИЕНКО Валерий Дмитриевич**, доктор технических наук, профессор, профессор Национального технического университета "Харьковский политехнический институт". В 1971 году окончил Харьковский политехнический институт. Область научных интересов – моделирование сложных объектов и искусственный интеллект.

**НОСКОВ Валентин Иванович**, кандидат технических наук, главный конструктор ГП "ЭЛЕКТРОТЯЖМАШ". В 1965 году окончил Харьковский авиационный институт. Область научных интересов – тяговый электропривод подвижного состава железных дорог, математическое моделирование.

**ЛИПЧАНСКИЙ Максим Валентинович**, аспирант Национального технического университета "Харьковский политехнический институт". В 1998 году окончил Харьковский государственный политехнический университет. Область научных интересов – системы управления тяговыми электроприводами, математическое моделирование.