

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ МЕТОДИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ НА ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ АЭРОБАЛЛИСТИЧЕСКОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

д.т.н. В.И. Антюфеев, И.Е. Бакулин

Проведен анализ влияния общепринятых упрощений математических моделей инерциальных навигационных систем (ИНС) на точность определения текущих параметров движения (ПД) аэробаллистического летательного аппарата (ЛА). Предложена усовершенствованная математическая модель ИНС аэробаллистического ЛА, методические погрешности которой, в отличие от известных, не зависят от текущей высоты полета ЛА. Приведены результаты имитационного моделирования процесса навигационных измерений с использованием предложенной модели.

Постановка проблемы. В настоящее время для определения текущих ПД ЛА различного назначения наиболее широкое применение нашли ИНС, общий принцип функционирования которых заключается в моделировании с точностью до инструментальных погрешностей движения объекта навигации [1]. Точность определения текущих ПД ЛА в значительной мере обусловлена адекватностью математических моделей невозмущенного функционирования ИНС реальным процессам навигационных измерений.

Существующие математические модели инерциальных навигационных систем средней и низкой точности основаны на представлении фигуры Земли в виде сферы радиуса 6371 км. Более точные математические модели инерциальных навигационных систем основаны на представлении фигуры Земли эллипсоидом Красовского. Входящие в них аналитические соотношения для вычисления текущих значений ускорения свободного падения g и радиусов кривизны главных нормальных сечений земного эллипсоида Q и G являются функциями геодезических широты B и высоты h полета ЛА.

Допускаемые на этапе разработки ИНС упрощения математических моделей их невозмущенного функционирования и погрешности алгоритмов численного решения навигационной задачи являются основными источниками методических погрешностей ИНС [1, 2].

Анализ основных исследований и публикаций, в частности [1] – [8], показал, что в существующих математических моделях ИНС ЛА, основанных на представлении фигуры Земли эллипсоидом Красовского, с целью упрощения вычислительных операций применяются следующие приближенные соотношения для вычисления текущих значений g , Q и G :

$$\begin{aligned} g(h) &\approx g_{30}(1 - 2h/a + \beta_k \sin^2 B); \\ Q(h) &\approx a \left(1 + e^2(1,5 \sin^2 B - 1) + \frac{h}{a} \right); \\ G(h) &\approx a \left(1 + \frac{e^2}{2} \sin^2 B + \frac{h}{a} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где g_{30} – ускорение свободного падения на поверхности экватора;

a – радиус земного экватора;

$\beta_k = 0,0053024$ – коэффициент Клеро;

$e^2 = 0,00669342$ – квадрат эксцентриситета земного эллипсоида.

В работах [1, 2, 4] показано, что применение данного допущения в математических моделях ИНС существующих ЛА, отношение высоты полета которых к радиусу земного экватора не превосходит величины квадрата земного эксцентриситета ($h \leq ae^2 = 52,18$ км), не приводит к существенному снижению точности вычислений текущих ПД ЛА даже в течение длительного времени функционирования ИНС. Исходя из этого, можно предположить, что для ЛА, высота полета которых существенно превышает вышеуказанное значение, непосредственное применение такого допущения, при разработке математической модели ИНС, приведет к существенным ошибкам вычислений текущих ПД ЛА с ее использованием.

Целью статьи является анализ влияния рассмотренных выше допущений на точность определения текущих ПД аэробаллистического ЛА, высота полета которого в апогее может превышать 160 км, а также разработка усовершенствованной математической модели ИНС, позволяющей уменьшить методические погрешности ИНС до пренебрежимо малых величин.

Исходные положения. Известно [1, 2], что вектор кажущегося ускорения \bar{a} , измеряемый тремя взаимно ортогонально расположенными одностепенными акселерометрами определяется соотношением

$$\bar{a} = \frac{d\bar{W}}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{W} + 2\bar{\Omega} \times \bar{W} - \bar{g}, \quad (2)$$

где \bar{W} – вектор относительной земной скорости ЛА;

t – время;

$\bar{\omega}$ – вектор угловой скорости вращения опорного трехгранника ИНС;
 $\bar{\Omega}$ – вектор угловой скорости вращения Земли;
 \bar{g} – вектор ускорения свободного падения.

Текущее состояние ИНС в общем виде описывается [2] вектором фазовых координат

$$\bar{y} = (W_\xi, W_\eta, W_\zeta, B, L, h)^T, \quad (3)$$

где \bar{y} – вектор фазовых координат ИНС;

W_ξ, W_η, W_ζ – проекции вектора скорости ЛА на соответствующие оси опорного трехгранника $\xi\eta\zeta$ ИНС;

B, L, h – геодезические координаты ЛА.

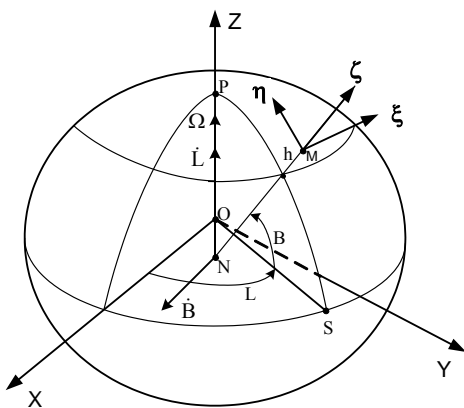


Рис. 1. Ориентация опорного трехгранника $\xi\eta\zeta$ ИНС в пространстве

За основу разработки примем ИНС полуаналитического типа на базе гиросtabilизированной платформы с геодезической ориентацией опорного трехгранника $\xi\eta\zeta$. Такая ИНС будет функционировать в режиме гироскопа, постоянно поддерживая следующее направление своих осей: ξ – по касательной к местному меридиану на восток, η – по касательной к местной параллели на север и ζ – вверх по геодезической вертикали, как это показано на рис. 1.

Использование геодезического репера в качестве опорного трехгранника ИНС позволяет существенно упростить вычислительные алгоритмы по сравнению с алгоритмами функционирования свободной в азимуте ИНС и ИНС работающей в режиме гироскопа.

Математическую постановку задачи разработки математической модели ИНС можно сформулировать следующим образом: на основании соотношения (2) для выбранной ориентации опорного трехгранника ИНС необходимо получить систему уравнений, позволяющих вычислять текущие значения вектора фазовых координат ИНС (3).

При разработке модели примем следующие допущения:

– фигура Земли описывается эллипсоидом Красовского;

- инструментальные погрешности ИНС отсутствуют;
- погрешностями бортового вычислителя при обработке навигационной информации можно пренебречь.

Результаты расчетов и их анализ. На основании соотношения (2) проекции вектора относительной угловой скорости вращения трехгранника на оси ξ , η и ζ будут равны

$$\omega_{\xi} = -W_{\eta}Q^{-1}; \quad \omega_{\eta} = W_{\xi}G^{-1}; \quad \omega_{\zeta} = W_{\xi}G^{-1}\text{tg}B. \quad (4)$$

Для выбранной ориентации трехгранника $\xi\eta\zeta$ в пространстве к курсовому гироскопу Γ_3 ИНС необходимо приложить управляющий момент, определяемый соотношением

$$M_3 = H_3(\Omega\sin B + W_{\xi}G^{-1}\text{tg}B). \quad (5)$$

Управляющие моменты, которые необходимо приложить к гироскопам Γ_1 и Γ_2 , будут определяться соотношениями:

$$M_1 = -H_1W_{\eta}Q^{-1};$$

$$M_2 = H_2(W_{\xi} + G\Omega\cos B)G^{-1}. \quad (6)$$

Для выбранной ориентации опорного трехгранника ИНС, в соответствии с (2), алгоритм вычисления текущих путевых скоростей ЛА будет определяться соотношениями:

$$\dot{W}_{\xi} = a_{\xi} - (\omega_{\eta} + 2\Omega\cos B)W_{\zeta} + (\omega_{\zeta} + 2\Omega\sin B)W_{\eta};$$

$$\dot{W}_{\eta} = a_{\eta} + \omega_{\xi}W_{\zeta} - (\omega_{\zeta} + 2\Omega\sin B)W_{\xi}; \quad (7)$$

$$\dot{W}_{\zeta} = a_{\zeta} - \omega_{\xi}W_{\eta} + (\omega_{\eta} + 2\Omega\cos B)W_{\xi} - g,$$

так как проекции вектора \bar{g} на оси ξ и η будут равны нулю. Тогда, с учетом (4), алгоритм вычисления текущих геодезических координат ЛА будет определяться соотношениями:

$$\dot{B} = Q^{-1}W_{\eta}; \quad \dot{L} = (G\cos B)^{-1}W_{\xi}; \quad \dot{h} = W_{\zeta}. \quad (8)$$

Вычисление текущих значений W_{ξ} , W_{η} , W_{ζ} , B , L , h ЛА с использованием соотношений (4) – (8) требует вычисления текущих значений g , Q и G либо по приближенным соотношениям (1), либо по более точным. В частности для вычисления текущих значений ускорения свободного падения на высоте h , над поверхностью земного эллипсоида можно воспользоваться формулой Гельмерта-Кассиниса, которая является точной при неограниченной высоте полета ЛА [4]

$$g = \frac{g_{\text{э0}}a^2}{(a+h)^2}(1 + 0,005317\sin^2 B + 0,000007\sin^2 2B), \quad (9)$$

где $g_{30} = 9,78049 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения на экваторе.

Радиусы кривизны главных нормальных сечений земного эллипсоида для некоторой точки M , находящейся на высоте h над поверхностью эллипсоида, могут быть описаны точными соотношениями [2]:

$$Q = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} + h;$$

$$G = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 B)^{1/2}} + h, \quad (10)$$

Таким образом, предложенную математическую модель ИНС составляет совокупность соотношений (4-10). Общую схему невозмущенного функционирования ИНС удобно представить в виде функциональной схемы (рис. 2), как состоящую из гироплатформы с установленными на ней гироскопами и акселерометрами и трех вычислительных блоков:

- блока вычисления текущих путевых скоростей, определяемого соотношениями (7) и (9);
- блока вычисления текущих геодезических координат, определяемого соотношениями (8);
- блока вычисления угловых скоростей и моментов для управления гироплатформой, определяемого соотношениями (4) – (6).

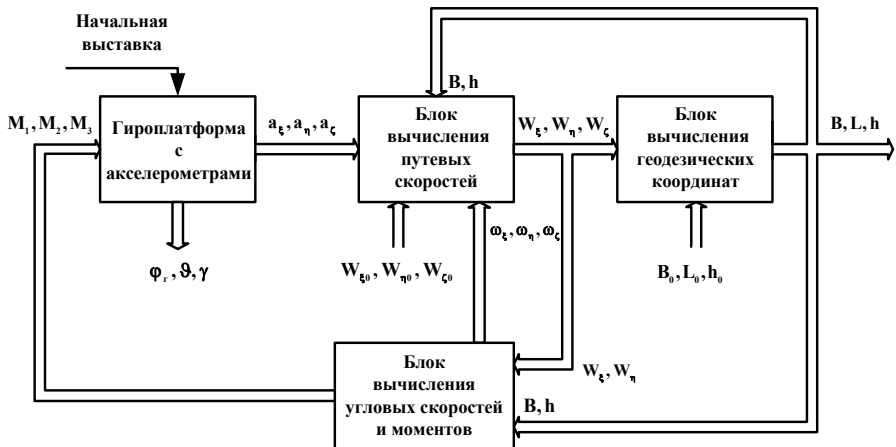


Рис. 2. Функциональная схема инерциальной навигационной системы

Адекватность предложенной математической модели ИНС реальным процессам подтверждается результатами имитационного моделирования, представленными на рис. 3.

Из рис. 3 видно, что погрешности $\Delta\xi_y$, $\Delta\eta_y$, $\Delta\zeta_y$ определения текущих геодезических координат B, L, h аэробаллистического ЛА, за время полета, не превышающего 500 с, с использованием предложенной математической модели ИНС, не будут превышать единиц метров. Для сравнения на рис. 3 представлены графики погрешностей $\Delta\xi$, $\Delta\eta$, $\Delta\zeta$ ИНС, в математической модели которой применяются приближенные соотношения (1) для определения значений ускорения свободного падения и радиусов кривизны главных нормальных сечений земного эллипсоида.

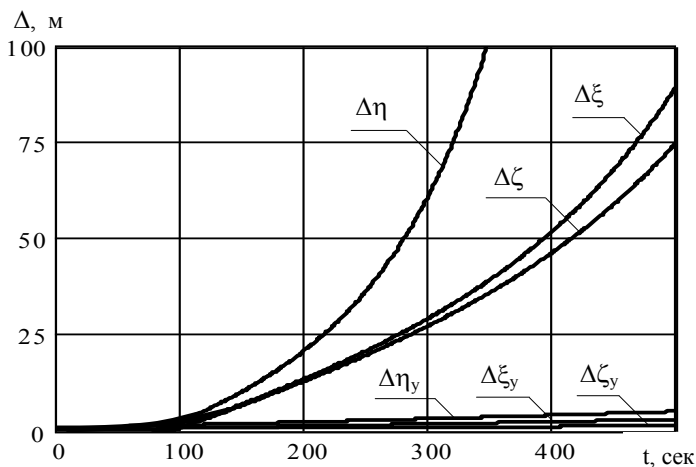


Рис. 3. Зависимость методических погрешностей определения геодезических координат аэробаллистического ЛА от времени полета для различных математических моделей инерциальных навигационных систем: $\Delta\xi$, $\Delta\eta$, $\Delta\zeta$ – погрешности определения B, L, h ЛА с использованием традиционной математической модели ИНС; $\Delta\xi_y$, $\Delta\eta_y$, $\Delta\zeta_y$ – погрешности определения B, L, h ЛА с использованием усовершенствованной математической модели ИНС

Выводы. При разработке математической модели ИНС аэробаллистического ЛА, высота полета которого в апогее превышает 160 км, необходимо применять точные соотношения (9), (10) для вычисления ускорения свободного падения и радиусов кривизны главных нормальных сечений земного эллипсоида. Предложенная усовершенствованная математическая модель ИНС аэробаллистического ЛА, в отличие от известных, не имеет методических погрешностей в рамках принятых допущений о представлении фигуры Земли эллипсоидом Красовского.

Погрешности определения текущих координат аэробаллистического ЛА, с использованием предложенной модели, не будут превышать единиц метров.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Помыкаев И.И., Селезнев В.П., Дмитроченко Л.А. Навигационные приборы и системы. / Под ред. проф. И.И. Помыкаева. – М.: Машиностроение, 1983. – 456 с.*
2. *Бабич О.А. Обработка информации в навигационных комплексах. – М.: Машиностроение, 1991. – 512 с.*
3. *Баллистика и навигация ракет: Учебник для вузов / А.А. Дмитриевский, Н.М. Иванов, Л.Н. Лысенко, С.С. Богодистов / Под ред. А.А. Дмитриевско-го. – М.: Машиностроение, 1985. – 312 с.*
4. *Бромберг П.В. Теория инерциальных систем навигации. – М.: Наука, 1979. – 296 с.*
5. *Жбанов Ю.К., Климов Д.М., Урюпин М.А. Математическое моделирование инерциальных навигационных систем // Изв. АН. Техническая кибернетика. – 1993. – № 1. – С. 97 – 105.*
6. *Кузовков Н.Т., Салычев О.С. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация. – М.: Машиностроение, 1982. – 216 с.*
7. *Фролов В.С. Радиоинерциальные системы наведения. – М.: Сов. радио, 1976. – 184 с.*
8. *Сосновский А.А., Хаймович И.А. Радиоэлектронное оборудование летательных аппаратов: Справочник. – М.: Транспорт, 1987. – 256 с.*

Поступила 12.11.2004

АНТЮФЕЕВ Валерий Иванович, доктор техн. наук, ст. научн. сотрудник, главный научный сотрудник Объединенного научно-исследовательского института Вооруженных Сил. В 1969 году окончил Харьковский государственный университет. Область научных интересов – системы навигации летательных аппаратов, цифровая обработка изображений.

БАКУЛИН Игорь Евгеньевич, научный сотрудник Объединенного научно-исследовательского института Вооруженных Сил. В 1995 году окончил Харьковский военный университет. Область научных интересов – метрология, системы навигации летательных аппаратов.
