

## МОДЕЛІ РУХУ СУЧАСНИХ ПОВІТРЯНИХ ЦІЛЕЙ

В.В. Боровков

(подав д.т.н., проф. С.В. Козелков)

*Проаналізовано основні види математичних моделей руху повітряних цілей, що застосовуються для організації супроводження траєкторій цілей в бортових РЛС.*

**Вступ.** Характер руху повітряних об'єктів і траєкторії їхнього руху залежать від ряду факторів, таких, як тип об'єкта (літак, вертоліт, крилата ракета), його маневрені можливості, виконуємі задачі, заданий маршрут польоту, протидія супротивника, дія випадкових збурень у вигляді вітру. Для спостерігача зазначені причини дають підставу розглядати процес руху повітряної цілі як вихід деякої динамічної системи з випадковими початковими умовами і випадковими впливами на її вхіді.

Вибір тієї чи іншої моделі руху цілі визначається низкою питань. Звичайно, при розробці моделі руху цілі задаються деякою гіпотезою про характер руху. Найпростішою гіпотезою є припущення, що вектор швидкості цілі є постійним у часі (тобто ціль не маневрує). Більш складною є гіпотеза про те, що вектор швидкості цілі змінюється в часі, тобто ціль безупинно маневрує в просторі. Іноді використовують гіпотезу про те, що ціль робить періодичні маневри. При такій гіпотезі в процесі обробки даних виникає задача виявлення моментів початку і закінчення маневру.

Усю сукупність використовуваних у системах обробки даних моделей повітряних цілей можна розбити на три види: поліноміальні моделі траєкторій цілей; лінійні динамічні моделі; нелінійні динамічні моделі.

Поліноміальна модель цілі заснована на апроксимації траєкторії цілі в горизонтальній та вертикальній площинах двома поліномами від часу. При гіпотезі про те, що ціль не маневрує, ступінь поліномів дорівнює одиниці. При обробці даних про ціль, що маневрує, ступінь поліномів приймається рівною двом. Задача обробки даних у цих випадках зводиться до оцінки невідомих коефіцієнтів поліномів.

Динамічна лінійна модель руху цілі характерна для випадку, коли компонентами вектора стану цілі є її прямокутні чи вимірювані координати і  $(n - 1)$  їхніх старших похідних. Тут для кожної з координат пропонуються ідентичні моделі з векторами стану:

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T; \quad y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T; \quad z = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T, \quad (1)$$

де  $x_1, y_1, z_1$  – координати цілі, а при  $n > 1$ :

$$x_n = \frac{dx_{n-1}}{dt}; \quad y_n = \frac{dy_{n-1}}{dt}; \quad z_n = \frac{dz_{n-1}}{dt},$$

тобто модель (1), наприклад для  $x$ , в векторно-матричній формі має вигляд

$$\frac{dx}{dt} = Fx, \quad (2)$$

де  $F$  – матриця системи  $n \times n$ , у якій над головною діагоналлю знаходяться одиниці, а інші елементи – нульові.

Структурна схема моделі (2) є послідовним з'єднанням  $n$  інтегруючих ланок. З (2) виводиться різницеве рівняння лінійної моделі. Для визначення матриці переходу  $\Phi_{k, k-1}$  використовується формула

$$\Phi_{k, k-1} = L^{-1} \{ [pI - F]^{-1} \} = \Phi(t - t_0), \quad (3)$$

де  $t - t_0 = t_k - t_{k-1} = T_k$ .

Звідси

$$\Phi_{k, k-1} = L^{-1} \begin{bmatrix} p-1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p-1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T_k & T_k^2/2 & \dots & T_k^{n-1}/(n-1)! \\ 0 & 1 & T_k & \dots & T_k^{n-2}/(n-2)! \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

В результаті різниче рівняння моделі руху цілі має вигляд

$$x_k = \Phi_{k, k-1} x_{k-1}. \quad (5)$$

На основі моделі (5) будується також модель, що враховує прискорення цілі, як випадковий процес. Нелінійна модель складається таким чином, щоб у вектор стану моделі увійшли модулі горизонтальної швидкості і курсу польоту цілі. Нелінійна модель дозволяє врахувати найбільш характерні особливості пілотування літаків. Звичайно льотчик з метою забезпечення живучості літака намагається виконувати маневри по швидкості і курсу з максимальними прискореннями. При цьому максимальна величина поздовжнього прискорення визначається надлишком тяги, а максимальна величина прискорення за курсом – припустимим кутом крену літака на даному режимі польоту. Наприклад, для важких літаків припустимий кут крену при польоті по маршруті звичайно дорівнює  $30^\circ$ , а при заході на посадку  $15 - 20^\circ$ . В якості параметрів вектора стану моделі вибирається повітряна чи шляхова швидкість, курс чи шляховий кут, координати цілі. Якщо вітер на висоті польоту цілі невідомий, то у вектор стану увійдуть складові вітру  $u_x, u_y, u_z$ . Як приклад нелінійної моделі можна привести наступну:

$$\frac{dx_1}{dt} = v \cos \psi \cos q + u_x; \quad \frac{dy_1}{dt} = v \cos \psi \sin q + u_y; \quad \frac{dz_1}{dt} = v \sin \psi + u_z;$$

$$\frac{du_x}{dt} = 0; \quad \frac{du_y}{dt} = 0; \quad \frac{du_z}{dt} = 0; \quad \frac{dv}{dt} = a_v; \quad \frac{dq}{dt} = a_q; \quad \frac{d\psi}{dt} = a_\psi, \quad (6)$$

де  $x_1, y_1, z_1$  – координати цілі;  $v, q, \psi$  – повітряна швидкість, курс та тангаж цілі;  $a_v, a_q, a_\psi$  – прискорення по швидкості, курсу та тангажу.

У моделі (6) величини  $a_v, a_q$  і  $a_\psi$  відіграють роль керувань, прикладених до об'єкта. При рішенні задачі оцінки стану динамічної системи звичайно передбачається, що керування, прикладені до об'єкта, відомі і можуть бути введені на вхід фільтра оцінки. У даному ж випадку  $a_v, a_q$  і  $a_\psi$  звичайно невідомі. Однак, на обмеженому інтервалі часу, ці параметри постійні, причому дорівнюють нулю, коли ціль не маневрує, чи своїм максимальним значенням, коли ціль робить тільки один маневр. Ця обставина дозволяє при достатній кількості спостережень оцінити прискорення  $a_v, a_q$  і  $a_\psi$ , увівши їх у вектор стану. У результаті виходить наступний вид рівняння моделі<sup>^</sup>

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad (7)$$

де вектор стану  $x$  та векторна функція  $f(x)$  мають наступний вигляд:

$$x = [x_1; y_1; z_1; v; q; \psi; u_x; u_y; u_\psi; a_v; a_q; a_\psi];$$

$$f(x) = [v \cos \psi \cos q + u_x; v \cos \psi \sin q + u_y; v \sin \psi + u_z; a_v; a_q; a_\psi; 0; 0; 0; 0; 0]. \quad (8)$$

Дискретний варіант (8) при малому циклі  $T_k$  буде мати вигляд

$$x_k = x_{k-1} + f(x_{k-1}) T_{k-1}. \quad (9)$$

**Висновок.** Розглянуті моделі руху повітряних цілей дозволяють будувати фільтри супроводження траєкторій цілей у підсистемах вторинної обробки інформації бортових РЛС в залежності від характеру маневрування цілей та часу спостереження за цілями.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кузьмин С.3. *Основы цифровой обработки радиолокационной информации.* – М.: Радио и связь, 1986. – 486 с.
2. Тихонов В.И., Харисов В.Н. *Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем.* – М.: Радио и связь, 1991. – 608 с.

Надійшла 14.10.2004

**БОРОВКОВ Віталій Вікторович**, ад'юнкт НЦ ВПС. У 1986 році закінчив Київське вище військово-авіаційне інженерне училище. Область наукових інтересів – теорія радіолокаційних систем, фільтрація процесів з випадковою переміною структурою.