

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА РАЗРЯДНОСТИ ЦИФРОВОГО ДЕМОДУЛЯТОРА СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

к.т.н. Н.Б. Никулин, к.т.н. А.И. Тыртышников, Е.Б. Одарущенко  
(представил д.т.н., проф. Н.В. Галай)

*Предложена методика определения разрядности цифрового демодулятора на основе оценки вероятности ошибки поэлементного приёма при заданном энергетическом проигрыше, по сравнению с аналоговым, и фиксированном значении вероятности ошибки.*

**Постановка задачи.** В настоящее время в практику радиосвязи интенсивно внедряются широкополосные сигналы. Широкополосный сигнал, благодаря своим хорошим автокорреляционным свойствам, может быть свёрнут в узкий импульс, что позволяет осуществлять эффективную борьбу с многолучевым характером распространения радиоволн. Приём широкополосных сигналов, осуществляемый методами селекции их по форме в частотно-временной области, приводит к более рациональному использованию отведённого радиосредств диапазона частот, а также эффективно решать вопросы борьбы с взаимными помехами.

Устройства демодуляции широкополосных сигналов основаны на изменении значения его корреляционной функции в момент времени  $T$ . Следовательно, необходимым этапом при обработке сигнала в устройстве является прохождение его либо через коррелятор, либо через согласованный фильтр.

Исходя из требований малых массогабаритных показателей, высокой надежности и технологичности, предъявляемых к современной радиоэлектронной аппаратуре, целесообразна реализация демодулятора сложных сигналов в виде цифрового согласованного фильтра [2]. Алгоритм работы цифрового согласованного фильтра определяется выражением

$$S_{\text{ВЫХ}}(N\Delta t) = \sum_{k=0}^{N-1} S_{\text{ВХ}}[(N-k)\Delta t]h(k\Delta t), \quad (1)$$

где  $N = T/\Delta t$ ;  $\Delta t$  – шаг дискретизации;  $h(k\Delta t)$  – выборки импульсной характеристики.

Структурная схема цифрового согласованного фильтра представле-

на на рис. 1.

**Целью данной работы** является получение методики определения разрядности цифрового демодулятора по заданному энергетическому проигрышу по сравнению с аналоговым демодулятором при заданной вероятности ошибки.

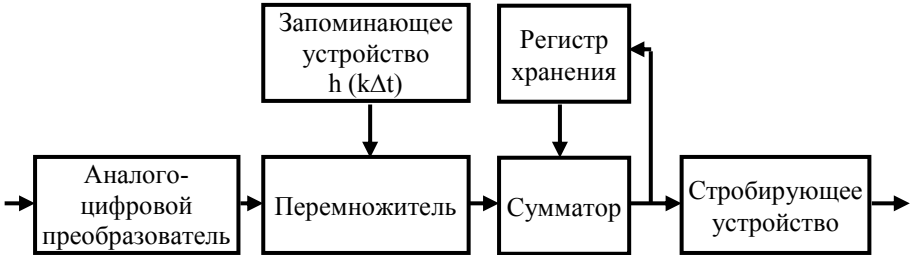


Рис. 1. Цифровой согласованный фильтр

**Анализ шумов дискретизации и квантования цифрового демодулятора.** При аппаратурной реализации цифрового демодулятора, эквивалентного аналоговому, в результате дискретизации и квантования выходные характеристики окажутся отличными от характеристик прототипа, что приведёт к ухудшению помехоустойчивости демодулятора, включающего цифровые согласованные фильтры.

Известно, что при реализации цифрового фильтра эквивалентного аналоговому фильтру – прототипу возникает алгоритмическая ошибка, обусловленная процессом дискретизации [1]. Эта ошибка является результатом замены интегральной свёртки аналогового фильтра – прототипа на дискретную свёртку цифрового фильтра. Согласно [1] алгоритмическая погрешность такой замены определяется следующим выражением:

$$\delta[N] = D[N] + \Delta t \left( \frac{3}{4} S^2[N] - \frac{1}{4} S^2[0] \right), \quad (2)$$

где  $N = T/\Delta t$ ,  $S[N]$  и  $S[0]$  –  $N$ -я и нулевая выборки сигнала.

В [1] показано, что при шаге дискретизации  $\Delta t = \frac{1}{2f_{\max}}$ , где  $f_{\max}$  – максимальная частота спектра радиосигнала  $D[N] = 0$ .

Следовательно,

$$\delta[N] = \Delta t \left( \frac{3}{4} S^2[N] - \frac{1}{4} S^2[0] \right). \quad (3)$$

С учётом особенностей сложных сигналов параллельной структуры соотношение (3) преобразуется к виду

$$\delta[N] = \Delta t \frac{1}{2} S^2[N]. \quad (4)$$

Расчеты, проведенные по (4), при выборе шага дискретизации в соответствии с теоремой Котельникова показывают, что при цифровой согласованной фильтрации сложных сигналов на промежуточной частоте величина алгоритмической погрешности незначительна и поэтому в дальнейшем ей можно пренебречь.

Шумы квантования цифрового фильтра обусловлены необходимостью представления уровня выборок входного сигнала и коэффициентов импульсной характеристики конечным числом разрядов. Это обстоятельство при прямой реализации нерекурсивного цифрового фильтра приводит к шумам: квантования входного сигнала по уровням, квантования коэффициентов импульсной характеристики, округления результатов арифметических операций.

Необходимо отметить, что каждый из перечисленных выше шумов носит случайный характер, поэтому при решении задачи анализа необходимо знать их законы распределения и числовые характеристики. В дальнейшем будем полагать, что ошибки в выходном сигнале, возникающие за счёт погрешности в построении цифрового фильтра, не зависят от ошибок, обусловленных входным шумом квантования. Соответственно, их характеристики и влияние на выходной сигнал рассмотрим по отдельности.

Рассмотрим вначале характеристики шума округления. Из схемы фильтра (рис.1) видно, что округление можно производить после суммирования (результаты перемножения представляются точно), либо до него. С точки зрения повышения быстродействия необходимо выбрать второй вариант.

В этом случае имеем  $N$  некоррелированных ошибок округления, равномерно распределенных в интервале  $-Q/2; Q/2$  ( $Q$  – шаг квантования) с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями  $Q^2/12$  [1].

При  $N > 10$  на основании центральной предельной теоремы выходной шум округления является нормальным случайным процессом с нулевым математическим ожиданием и дисперсией.

$$\sigma^2_{\text{ОКР}} = Q^2 N / 12. \quad (5)$$

Необходимо отметить, что при прямой форме построения нерекурсивного фильтра уровень выходного шума округления не зависит от параметров фильтра, поскольку шум не обрабатывается фильтром, а также уровень данного шума пропорционален длине  $N$  импульсной характеристики.

Второй разновидностью шума квантования при построении нерекурсивных фильтров в прямой форме, как было отмечено ранее, является

ся шум квантования входного сигнала по уровням. После аналого-цифрового преобразователя квантованные выборки входного сигнала определяются следующим выражением:

$$\hat{X}(K) = X(K) + \ell(K), \quad (6)$$

где  $X(K)$  – точная выборка,  $\ell(K)$  — ошибка квантования.

Ошибка квантования в этом случае также является равномерно распределённой случайной величиной в интервале  $-Q/2; Q/2$  с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $Q^2/12$  [1]. Необходимо отметить, что при квантовании входных выборок сложного сигнала ошибки квантования являются некоррелированными [1] и сама последовательность ошибок некоррелирована с последовательностью точных выборок  $\{X(K)\}_{K=0}^{N-1}$ . В связи с этим, шум квантования можно рассматривать как белый шум, дисперсия которого для прямой формы построения нерекурсивного фильтра будет определяться выражением

$$\sigma^2_{\text{АЦП}} = \frac{Q^2}{12} \sum_{K=0}^{N-1} h^2(K), \quad (7)$$

где  $h(k)$  – выборки импульсной характеристики фильтра.

Для цифрового фильтра, согласованного со сложным сигналом параллельной структуры справедливо следующее равенство

$$\Delta t \sum_{k=0}^{N-1} h^2(k) = \frac{TB}{2}, \quad (8)$$

где  $B$  – база сигнала.

Так как  $\Delta t = \frac{T}{N}$ , то на основании (8) имеем  $\sum_{k=0}^{N-1} h^2(k) = \frac{BN}{2}$ .

В результате получаем

$$\sigma^2_{\text{АЦП}} = \frac{Q^2}{12} \frac{BN}{2}. \quad (9)$$

Анализ шумов квантования коэффициентов импульсной характеристики проведенной в [1] показывает, что при большем значении  $N$ , шум квантования является нормальным случайным процессом с нулевым математическим ожиданием и дисперсией.

$$\sigma^2_K = \frac{Q^2}{12} N.$$

Таким образом, при прямой форме построения нерекурсивного фильтра, согласно ранее высказанного предположения независимости ошибок, возникающих при квантовании можно сделать вывод, что циф-

ровая реализация фильтра приводит к аддитивному шуму относительно входного сигнала с нормальным распределением при нулевом математическом ожидании и дисперсией равной

$$\sigma_{\text{ц}}^2 = \frac{Q^2}{12} \left( \frac{4+B}{2} \right) N. \quad (10)$$

Полученное выражение определяет зависимость дисперсии шума квантования не только от уровня квантования, но от шага дискретизации  $\Delta t$  и базы сигнала  $B$ .

**Расчёт разрядности цифрового демодулятора.** Известно, что для аналогового демодулятора, построенного на основе согласованных фильтров, выражение для вероятности ошибки поэлементного приёма имеет вид [3]

$$P = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \Phi \left( \sqrt{2h^2} \right) \right\}, \quad (11)$$

где  $h^2 = \frac{PcT}{\gamma^2} = \frac{PcT\Delta F}{\gamma^2\Delta F} = \frac{PcB}{\sigma_0^2}$ ;  $Pc$  – мощность сигнала;  $\gamma^2$  – спектральная плотность шума;  $\sigma_0^2$  — дисперсия шума.

Представляется целесообразным для анализа помехоустойчивости цифрового демодулятора воспользоваться этим соотношением.

Этот подход оправдан, так как с одной стороны, аналоговый и цифровой демодуляторы (в предположении, что отсутствуют шумы квантования) эквивалентны по выходной реакции; с другой стороны, в силу того, что согласованный фильтр является линейным устройством, шумы квантования, определённые по выходу цифрового фильтра, могут быть отнесены по входу аналогового, и в этом случае, выходная реакция аналогового фильтра будет эквивалентна выходной реакции цифрового фильтра.

Принимая во внимание отмеченное обстоятельство, необходимо параметр  $h^2$  определить с учётом не только флуктуационных шумов, но и шумов квантования. Полагая независимыми шум квантования и флуктуационный шум, этот параметр определяется как

$$h_{\Sigma}^2 = \frac{h^2}{1+\alpha}, \quad (12)$$

где  $\alpha = \frac{\sigma_{\text{ц}}^2}{\sigma_0^2}$ ; а  $\sigma_{\text{ц}}^2, \sigma_0^2$  – дисперсия шума квантования и флуктуационного шума, соответственно.

Вводя параметр  $h_{\Sigma}^2$  выражение (11) имеет вид

$$P = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \Phi \left( \sqrt{2h^2 \Xi} \right) \right\}. \quad (13)$$

Выражение (13) позволяет оценить влияние параметра  $\alpha$  ( $\sigma_{\Pi}^2$ ) на помехоустойчивость цифрового демодулятора.

Построив на основе (13) зависимости вероятности ошибки  $P$  для различных значений параметра  $\alpha$ , можно сделать вывод, что наличие шумов квантования может привести к существенному снижению помехоустойчивости цифрового демодулятора.

Используя эти зависимости и фиксируя вероятность ошибки поэлементного приёма  $P \leq 10^{-4}$  можно вычислить энергетический проигрыш  $\Xi$ , определяемый как

$$\Xi = 10 \lg \frac{h^2_{\alpha=0}}{h^2_{\alpha \neq 0}}. \quad (14)$$

Необходимо отметить, что если построить кривую энергетического проигрыша, то она удовлетворительно описывается следующим выражением

$$\Xi = 10 \lg(1 + \alpha). \quad (15)$$

Анализ, полученных результатов, показывает, что энергетический проигрыш цифровой реализации определяется отношением дисперсии шума квантования и флуктуационного шума и при изменениях этого отношения в пределах  $0,25 \div 3$  его величина может составлять от 1 до 6 дБ.

Задавшись требуемым энергетическим проигрышем, из (15) можно определить допустимое значение параметра  $\alpha$ .

Для вычисления допустимой дисперсии шума квантования при заданном энергетическом проигрыше необходимо знать величину флуктуационного шума. Воспользуемся для её нахождения выражениями, определяющими пикфактор сигнала и параметр  $h^2$ .

Известно, что пикфактор сигнала равен

$$\Pi = \frac{t^{\max} \in [0, T] |Z_r(t)|}{\sqrt{P_c}}. \quad (16)$$

где  $t^{\max} \in [0, T] |Z_r(t)|$  – максимальное напряжение сигнал на выходе тракта промежуточной частоты;  $P_c$  – средняя мощность сигнала, а параметр  $h^2$  определяется из выражения

$$h^2 = \frac{P_c T}{\gamma^2} = \frac{P_c T \Delta F}{\gamma^2 \Delta F} = \frac{P_c B}{\sigma_0^2}.$$

Отсюда

$$P_c = \frac{h^2 \sigma_0^2}{B}, \text{ а } \sigma_0^2 = \frac{[t^{\max} \in [0, T] | Z_r(t)]^2 B}{h^2 \Pi^2}. \quad (17)$$

Значение параметра  $h^2$  определяется по кривой помехоустойчивости для  $\alpha = 0$  и фиксированной вероятности ошибки  $P_0$ . Величина максимального напряжения сигнала  $t^{\max} \in [0, T] | Z_r(t)$  измеряется на выходе тракта промежуточной частоты используемого радиоприёмного устройства.

В соответствии с (17) и (12) допустимое значение дисперсии шума квантования равно

$$\sigma_{\text{Цдоп}}^2 = \alpha_{\text{доп}} \frac{[t^{\max} \in [0, T] | Z_r(t)]^2 B}{h^2 \Pi^2}. \quad (18)$$

где  $\alpha_{\text{доп}}$  – отношение дисперсии шума квантования и флуктуационного шума при заданном энергетическом проигрыше.

В дальнейшем по  $\sigma_{\text{Цдоп}}^2$  и выражению (10) при известном растворе характеристики аналого-цифрового преобразователя  $U_p$  может быть определено необходимое число двоичных разрядов  $L$ .

$$L \geq \log_2 \left\{ \frac{U_p}{\sigma_{\text{Цдоп}}} \sqrt{\frac{N(B+4)}{24}} \right\}. \quad (19)$$

**Вывод.** Применение изложенной методики позволяет определить требуемую разрядность цифрового демодулятора сложных сигналов параллельной структуры по заданному энергетическому проигрышу по отношению к аналоговому демодулятору – прототипу при требуемой вероятности ошибки поэлементного приёма.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гольденберг Л.М., Левчук Ю. П., Поляк М.Н. Цифровые фильтры. – М.: Связь, 1974. – 159 с.
2. Сикарев А.А., Лебедев О. Н. Микроэлектронные устройства формирования и обработки сложных сигналов. – М.: Радио и связь, 1983 – 216 с.
3. Сикарев А. А., Фалько А.И. Оптимальный приём дискретных сообщений. – М.: Связь, 1978.

Поступила 25.11.2004

**НИКУЛИН Николай Борисович**, канд. техн. наук, профессор кафедры схемотехники радиоэлектронных систем Полтавского военного института связи. В 1977 году окончил Военную академию связи. Область научных интересов – статистическая радиотехника.

**ТЫРТЫШНИКОВ Алексей Иванович**, канд. техн. наук, начальник кафедры схе-

*мотехники радиоэлектронных систем Полтавского военного института связи. В 1985 году окончил Киевское высшее зенитное ракетное инженерное училище. Область научных интересов – цифровая обработка сигналов.*

**ОДАРУЩЕНКО Елена Борисовна**, заведующая кафедрой высшей математики Полтавского военного института связи. В 1990 году окончила Таджикский государственный университет. Область научных интересов – прикладная математика.

---