

## СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ МАКСИМАЛЬНО МОЖЛИВОГО СТРУМУ ПРИ НЕСПОДІВАНОМУ КОРОТКОМУ ЗАМИКАННІ

к.т.н. А.М. Панченко  
(подав д.т.н., проф. Б.Т. Кононов)

*Розглядаються перехідні процеси, що виникають при несподіваному короткому замиканні в системі електропостачання.*

**Постановка проблеми.** Визначення величини ударного струму в перехідних процесах необхідно при побудові систем релейного захисту. Для його визначення, як правило, користуються індуктивно – активною схемою заміщення. При цьому вводиться рід обмежень, а саме: напруга в момент виникнення короткого замикання (КЗ) проходить через нуль і струм до виникнення КЗ відсутній, час виникнення максимального струму визначається через півперіоду після виникнення КЗ. В статті пропонується більш наближений до реальних умов спосіб точного визначення максимально можливих кидків струму при виникненні КЗ.

**Аналіз літератури.** В роботах [1, 3 – 5] розглядаються питання виникнення максимального кидка струму, в випадку якщо КЗ виникло за трансформатором, коли напруга в момент виникнення КЗ проходить через нуль і струм в колі до моменту КЗ відсутній. Така ситуація є досить штучною і можлива при вмиканні трансформатора, коли в колі навантаження вторинної обмотки попередньо виникло КЗ. При цьому в [1, 5, 6] стверджується, що приблизно через півперіоду значення струму буде максимальне. В роботі [2, 5] розглядається мережа великої потужності без трансформатора, в якій виникло КЗ, при цьому робиться зауваження, що зазначений режим розглядається як вірогідний і, зважаючи на його простоту, приймається в якості розрахункового для визначення ударного струму. Пошук максимального кидка струму також ведеться при умові проходження напруги через нуль і відсутності струму одночасно. У всіх зазначених працях схема заміщення описується диференційним рівнянням першого порядку, в якому не враховуються понадперехідні струми.

**Мета статті.** Розробка способу, за допомогою якого можна знайти уточнене значення максимально можливого ударного струму для випад-

ку, коли трансформатор працює при номінальному навантаженні і в колі вторинної обмотки виникає несподіване КЗ.

**Основний матеріал.** Для знаходження ударного струму звичайно [2] використовують результати рішення диференційного рівняння першого порядку який подають у вигляді

$$i = I_m \sin(\omega t + \alpha - \varphi) + C e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (1)$$

де  $I_m$  – амплітуда вимушеної складової струму КЗ;  $C$  – стала, що визначається із початкових умов;  $\alpha$  – фаза напруги на момент виникнення КЗ;  $\varphi$  – фаза струму на момент КЗ;  $\tau$  – стала часу.

Привіряючи в (1) струм до нуля, знаходиться стала часу  $C$

$$\begin{aligned} I_k \sin(\omega t + \alpha - \varphi) + C e^{-\frac{t}{\tau}} &= 0; \\ C &= -I_k \sin(\alpha - \varphi). \end{aligned} \quad (2)$$

Враховуючи (1) та (2) отримуємо значення струму

$$i = I_k \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - I_k \sin(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (3)$$

З виразу (3) слідує, що перехідний струм залежить одночасно як від часу  $t$  так і від  $\alpha$  фази напруги вмикання. Для визначення максимального струму знайдемо  $di/dt$  та  $d\alpha/dt$  привіряємо їх до нуля

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = \omega I_k \cos(\omega t + \alpha - \varphi) + \frac{I_k}{\tau} \sin(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} = 0; \\ \frac{di}{d\alpha} = I_k \cos(\omega t + \alpha - \varphi) - I_k \cos(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} = 0; \end{cases} \quad (4)$$

$$\sin(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} + \omega \tau \cos(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} = 0;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \varphi) = -\omega \tau; \quad \alpha - \varphi = -\operatorname{arctg}(\omega \tau);$$

$$\alpha = -\operatorname{arctg}(\omega \tau) + \varphi_k,$$

оскільки  $\varphi_k = \operatorname{arctg}(\omega \tau); \quad \alpha = -\operatorname{arctg}(\omega \tau) + \operatorname{arctg}(\omega \tau) = 0.$

Враховуючи перше з рівнянь (4) та підставивши в нього значення  $\alpha = 0$  знаходимо

$$\cos(\omega t - \varphi) = 0.$$

А це можливо при кутах, які кратних  $\pi/2$ . Зрозуміло, що дана ситуація достатньо штучна, оскільки при активно-індуктивному струмі досягти рівності нулю одночасно і струму і напруги можливо лише за умови, якщо напруга подається після виникнення КЗ. Визначення максимуму струму при наявності якогось попереднього струму і прохо-

дження напруги через нуль (що більш реалістично) наштовхується на складності аналітичного розв'язку:

$$I_k \sin(\omega t + \alpha - \varphi) + C e^{-\frac{t}{\tau}} = i_n.$$

Де  $i_n$  – певне миттєве значення струму навантаження на момент КЗ. Знаходимо сталу  $C$

$$C = I_n - I_k \sin(\alpha - \varphi).$$

Виконаємо усі операції, що і при відсутності початкового струму:

$$\begin{aligned} i &= I_k \sin(\omega t + \alpha - \varphi) + I_n e^{-\frac{t}{\tau}} - I_k \sin(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}}; \\ \frac{di}{dt} &= \omega I_k \cos(\omega t + \alpha - \varphi) - \frac{I_n}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{I_k}{\tau} \sin(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} = 0; \\ \frac{di}{d\alpha} &= I_k \cos(\omega t + \alpha - \varphi) - I_k \cos(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} = 0; \\ \left\{ \begin{aligned} \omega I_k \cos(\omega t + \alpha - \varphi) - \frac{I_n}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{I_k}{\tau} \sin(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} &= 0; \\ I_k \cos(\omega t + \alpha - \varphi) - I_k \cos(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} &= 0; \end{aligned} \right. \\ \left\{ \begin{aligned} \omega \mathcal{L}_k \cos(\omega t + \alpha - \varphi) - I_n e^{-\frac{t}{\tau}} + I_k \sin(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} &= 0; \\ \omega \mathcal{L}_k \cos(\omega t + \alpha - \varphi) - \omega \mathcal{L}_k \cos(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} &= 0; \end{aligned} \right. \\ -I_n e^{-\frac{t}{\tau}} + I_k \sin(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} + \omega \mathcal{L}_k \cos(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} &= 0; \\ I_k \sin(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} + \omega \mathcal{L}_k \cos(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} &= I_n e^{-\frac{t}{\tau}}; \\ I_k \sin(\alpha - \varphi) + \omega \mathcal{L}_k \cos(\alpha - \varphi) &= I_n. \end{aligned} \quad (5)$$

Рішення рівняння (5) викликає певні ускладнення, в зв'язку з чим пропонується інший шлях. Візьмемо за основу модель розглянута в [7], що складається активного навантаження, трансформатора з внутрішнім опором  $r_1$  і  $r_2$  який має відповідні індуктивності обмоток  $L_1$  і  $L_2$  та взаємодуктивність  $M$ , і описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} i_{1k}''(M^2 - L_1L_2) - i_{1k}'(r_1L_2 + r_{2k}L_1) - i_{1k}r_1r_{2k} + \\ \quad + U_0(L_2\omega\cos(\omega t + \psi_k) + r_{2k}\sin(\omega t + \psi_k)) = 0; \\ i_{2k}''(L_1L_2 - M^2) + i_{2k}'(r_1L_2 + r_{2k}L_1) - i_{2k}r_1r_{2k} - U_0M\omega\cos(\omega t + \psi_k) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

В [7] отримане рішення для випадку вмикання навантаженого трансформатора, при умовах, що відповідають режиму вмикання – без початкового струму.

Пропонується розглядати процес вмикання трансформатора з навантаженням, вихід його на усталений режим і наступне КЗ за трансформатором як єдиний процес. При цьому у перехідному режимі при вмиканні трансформатора і при КЗ використовується одне і теж рівняння (6). Змінюються лише початкові умови. Режим КЗ відрізняється від режиму вмикання наявністю початкового струму та зміною значення активного опору в вторинній обмотці. Тобто рішення шукається в той же формі, що і в [7]

$$i(t) = C_1e^{\lambda_1 t} + C_2e^{\lambda_2 t} + A\cos(\omega t + \psi_k) + B\sin(\omega t + \psi_k). \quad (7)$$

Запис у формі (7) буде відрізнятися лише новими значеннями похідних коефіцієнтів. Вони, в свою чергу, будуть обумовлені значеннями струму та напруги на момент виникнення КЗ, та значенням перших похідних первинного та вторинного струмів на мить КЗ. Усталений режим будемо задавати тривалістю  $4\tau$ , де  $\tau$  – стала часу перехідного режиму вмикання. Виходячи з сказаного та враховуючи [7], знаходимо значення похідних на момент КЗ, при цьому усі значення параметрів схеми беремо до моменту виникнення КЗ.

Похідна для первинного кола

$$i_{1k}' = \frac{U_0L_2\sin(\psi_r) - L_2I_1r_1 - I_2Mr_2}{(L_1L_2 - M^2)}. \quad (8)$$

Похідна вторинного кола

$$i_{2k}' = \frac{U_0M\sin(\psi_r) - L_1I_2r_2 - I_1Mr_1}{(L_1L_2 - M^2)}, \quad (9)$$

де  $I_1$  і  $I_2$  – значення струмів на мить КЗ, які отримані з попереднього рівняння (вмикання трансформатора) на момент часу, який дорівнює  $4\tau$ . В подальшому нам буде зручніше оперувати поняттям виникнення КЗ відносно кривої струму.

Слід зауважити, що в запропонованому підході враховується додатковий фактор, який пов'язаний з понадперехідним струмом. Оскільки його тривалість істотно коротша за тривалість перехідного струму то понад перехідний струм, за звичай, не враховували. Для характеристики

ударного струму, який виникає в першому півперіоду, понадперехідний струм може мати істотне значення. В роботі [2] робилася спроба врахувати понадперехідний струм для випадку вмикання трансформатора, але лише шляхом подачі на нього постійного струму.

Знаходження максимуму ударного струму при змінних величинах кута вмикання  $\alpha$  і часу  $t$ , виконуючи по аналогії операції (4), неможливо, оскільки отримане рішення для випадку диференційного рівняння першого порядку при наявності початкових струмів викликає значні ускладнення. Тому пошук максимально можливого струму при виникненні КЗ будемо проводити в наступний спосіб. На рис. 1 зображено умовний процес вмикання трансформатора при куті напруги  $\alpha_0$ , далі наступає режим усталеного процесу через інтервал часу  $4\tau$ , і після його закінчення виникає КЗ при куті напруги  $\alpha_k$ , відповідно при наявності струмів на мить КЗ  $I_1, I_2$ , та їх перших похідних. Змінюючи кут вмикання трансформатора  $\alpha_0$  ми тим самим будемо змінювати мить виникнення КЗ, оскільки тривалість перехідного процесу не залежить від кута вмикання.

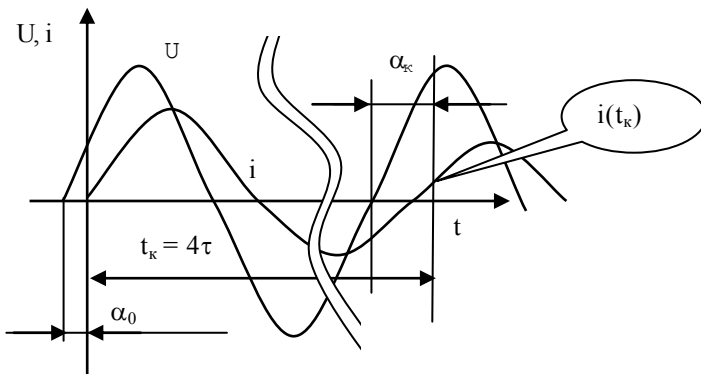


Рис.1. Вмикання трансформатора з послідуємим КЗ

Для більшої наочності проведено на ЕОМ обчислювальний експеримент. Для цього вибираємо трансформатор з значним коефіцієнтом розсіювання  $\sigma = 0,2$ , відповідними індуктивностями первинної і вторинної обмоток  $L_1 = 0,1$  Гн,  $L_2 = 0,02$  Гн, внутрішнім опором первинної обмотки  $r_1 = 3$  Ом, та опором вторинної обмотки, який разом з активним навантаженням дорівнює  $r_2 = 20$  Ом. Перехід з усталеного режиму на режим КЗ обумовлений зміною опору в колі вторинної обмотки з 20 Ом до 0,2 Ом.

З метою перевірки достовірності отриманих рішень пропонується наступна методика. Згідно з [8] рішення рівняння (6) може бути подане у двох формах:

$$i(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + A \cos(\omega t + \psi_K) + B \sin(\omega t + \psi_K) \quad (10)$$

та

$$i(t) = C_1' e^{\lambda_1 t} + C_2' e^{\lambda_2 t} + A' \cos(\omega t) + B' \sin(\omega t). \quad (11)$$

Формально постійні коефіцієнти будуть відрізнятися в першому і другому випадку, але при відсутності помилки значення суми усіх складових буде співпадати. Для прикладу приведемо варіант рішення за рівнянням (10) – табл. 1, а також за рівнянням (11) – табл. 2, де:

$$\rho = \sqrt{M^2 - L_1 L_2}; \quad \eta = r_1 L_2 - r_2 L_1; \quad \beta = r_1 r_2.$$

Крім того, перевірку виконували ще одним незалежним способом за допомогою спеціалізованого математичного пакета MATLAB, а саме виконувалось чисельне рішення рівнянь (6) в єдиному часі. Результати показали цілковите співпадання всіх способів рішення. З цього можна зробити висновок, що запропонований метод дозволяє вирішувати поставлене завдання. На рис. 2 представлені залежності кидків струму первинного кола при вмиканні трансформатора, а далі такі ж залежності при виникненні КЗ. Верхній ряд отриманий для випадку проходження струму через нуль, нижній ряд відповідає випадку максимуму струму первинній обмотці. Для вторинній обмотці розглядається лише термін у часі, який дорівнює  $1/4T$ , оскільки ця тривалість значно більша в порівнянні з тривалістю перехідного режиму що мав місце до КЗ.

Таблиця 1

Варіант рішення за рівнянням (10)

<b>Режим вмикання</b>	
A	$A = U_0 \omega \left( \frac{\rho \omega^2 L_2 + \beta L_2 - r_2 \eta}{(\rho \omega^2 + \beta)^2 + \eta^2 \omega^2} \right)$
B	$B = \frac{U_0 (L_2 \omega^2 \eta + r_2 \rho \omega^2 + r_2 \beta)}{(\rho \omega^2 + \beta)^2 + \eta^2 \omega^2}$
C <sub>1</sub>	$C_1 = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \left[ \left( \frac{U_0 L_2}{L_1 L_2 - M^2} + A \omega + \lambda_2 B \right) \sin \psi - (\omega B - \lambda_2 A) \cos \psi \right]$
C <sub>2</sub>	$C_2 = \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \left[ \left( \frac{U_0 L_2}{L_1 L_2 - M^2} + A \omega + \lambda_1 B \right) \sin \psi - (\omega B - \lambda_1 A) \cos \psi \right]$
<b>Режим КЗ</b>	
A	відмінність $r_2$
B	відмінність $r_2$

$C_1$	$C_1 = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \left[ I'_{1к} - \lambda_2 (I_{1к} - A \cos \psi - B \sin \psi) + A \omega \sin \psi - B \omega \cos \psi \right]$
$C_2$	$C_2 = \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \left[ I'_{1к} - \lambda_1 (I_{1к} - A \cos \psi - B \sin \psi) + A \omega \sin \psi - B \omega \cos \psi \right]$

Таблиця 2

Варіант рішення за рівнянням (10)

<i>Режим вмикання</i>	
$A'$	$A = U_0 \frac{\left[ (\rho\omega^2 + \beta) L_2 \omega - \eta \omega r_2 \right] \cos \psi + \left[ (\rho\omega^2 + \beta) r_2 + \eta \omega^2 L_2 \right] \sin \psi}{(\rho\omega^2 + \beta)^2 + \eta^2 \omega^2}$
$B'$	$B = U_0 \frac{\left[ (\rho\omega^2 + \beta) r_2 - \eta L_2 \omega^2 \right] \cos \psi + \left[ (\rho\omega^2 + \beta) L_2 \omega + \eta \omega r_2 \right] \sin \psi}{(\rho\omega^2 + \beta)^2 + \eta^2 \omega^2}$
$C'_1$	$C_1 = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \left( \frac{U_0 L_2 \sin \psi}{L_1 L_2 - M^2} + A \lambda_2 - B \omega \right)$
$C'_2$	$C_2 = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left( \frac{U_0 L_2 \sin \psi}{L_1 L_2 - M^2} + A \lambda_1 - B \omega \right)$
<i>Режим КЗ</i>	
$A'$	відмінність $r_2$
$B'$	відмінність $r_2$
$C'_1$	$C_1 = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \left( I'_{1к} - \lambda_2 I_{1к} + \lambda_2 A - \omega B \right)$
$C'_2$	$C_2 = \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \left( I'_{1к} - \lambda_1 I_{1к} + \lambda_1 A - \omega B \right)$

Виникають питання – яким чином знайти максимально можливий кидок струму, при змінному куті виникнення КЗ, і в якій частині періоду він виникає. Для їх вирішення задаємо з певним кроком кут вмикання трансформатора і фіксуємо при цьому максимальний кидок струму. Змінною величиною є кут  $\alpha$  (фаза вмикання) (в математичному експерименті він змінювався з кроком  $\pi/500$ ). Для оцінки перехідного процесу використовувався ударний коефіцієнт  $k$ , який дорівнює відношення максимального кидка струму до амплітудного значення в усталеному режимі. На рис. 3 показані відповідні результати. Як видно з графіка значення коефіцієнта змінюється в межах від 1 до 2,8 в залежності від кута вми-

кання (а фактично від кута виникнення КЗ –  $\varphi_k$ ). В роботах [1 – 6] вказується, що ударний коефіцієнт не може бути більшим від 2 і це дійсно так, якщо виходити з виразу (3). Але в цих роботах не враховується вплив понадперехідного струму та не враховується можливість наявності струму на момент виникнення КЗ.

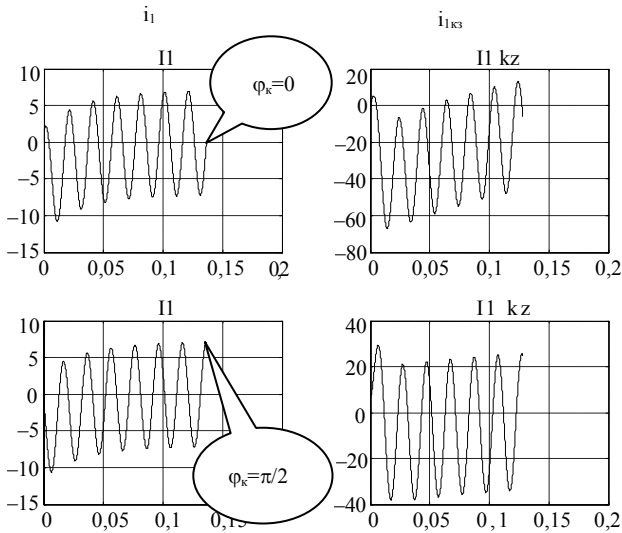


Рис. 2. Залежність кидка струму відносно миті виникнення КЗ

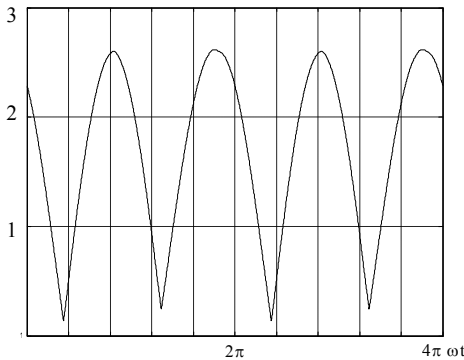


Рис. 3. Залежність ударного коефіцієнта від кута вмикання

На рис. 4 наведений приклад максимального перехідного процесу при якому ударний коефіцієнт дорівнює 2,8, при цьому, як видно з лівого графіка, КЗ виникло не при проходженні струму через нуль, а на  $20^\circ$  піз-



ніше цього моменту. На цьому рисунку перехідний режим зображений повністю до моменту встановлення сталого режиму. Строго кажучи, в роботах [1] – [6] мова ведеться про трансформатор в якому майже відсутній потік розсіювання, або взагалі мережа розглядається без трансформатора, в такому випадку дійсно перехідний процес описується рівнянням першого порядку і понадперехідні процеси відсутні.

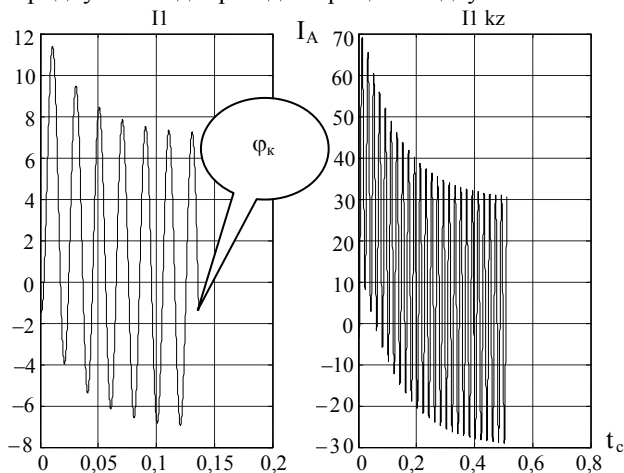


Рис. 4. Максимальний кидок струму

**Висновки.** 1. Запропонований спосіб дозволяє знайти максимально можливі кидки струму в трансформаторах з врахуванням їх потоків розсіювання, та знайти кидки струму в електричних двигунах змінного струму в момент пуску, враховуючи той факт, що потік розсіювання у них істотно більший чим у трансформаторах.

2. Показано, що при певних умовах ударний коефіцієнт короткого замикання може перебільшувати значення 2.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Токарев Б.Ф. *Электрические машины.* – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 623 с.
2. Ульянов С.А. *Электромагнитные переходные процессы.* – М.-Л.: Энергия, 1964. – 703 с.
3. Пиотровский Л.М. *Электрические машины.* – Л.: Энергия, 1974. – 503 с.
4. Иванов-Смоленский А.В. *Электрические машины.* – М.: Энергия, 1980.
5. Вольдек А.И. *Электрические машины.* – Л.: Энергия, 1974. – 839 с.
6. Рожкова Л.Д., Козулин В.С. *Электрооборудование станций и подстанций.* – М.: Энергия, 1980. – 600 с.
7. Панченко А.М. *Спосіб вмикання навантаження в мережу змінного струму*

*без ініціювання перехідного процесу // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ, 2004. – Вип. 10 (38). – С. 135 – 142.*

8. *Ионкин П.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Высш. шк., 1976. – 543 с.*

*Поступила 19.11.2004*

**ПАНЧЕНКО** *Анатолій Миколайович*, канд. техн. наук, начальник кафедри ХВУ. В 1978 році закінчив ХВВКІУ. Область наукових інтересів – енергетика.

---