

**ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАССЕЯНИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
ОТ СТАТИСТИЧЕСКИ ШЕРОХОВАТЫХ
МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ
С КРУПНОМАСШТАБНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ**

к.т.н., проф. В.Н. Шмаров
(представил д.т.н., проф. В.И. Карпенко)

Построена приближенная физическая модель отражения оптического излучения от статистически шероховатых поверхностей, для которых параметры шероховатости значительно превышают длину волны зондирующего излучения, а коэффициент отражения близок к единице. Исследованы индикатрисы отраженного света для условий дальней зоны без учета краевых эффектов при предположении, что на статистически шероховатой поверхности не происходят эффекты объемного рассеяния.

Введение. Промышленные металлические изделия (поверхности), не имеющие специальной обработки с линейными размерами (0,3 – 3,0) м и более, в том числе поверхности со сложной пространственной конфигурацией, представляют собой статистически шероховатые поверхности с крупномасштабными неровностями. Измерение геометрических параметров таких поверхностей, включая их форму, обеспечивается с применением координатных измерительных машин стационарного типа, имеющих ограниченный диапазон измерений – до 1 м [1]. Построение высокоточных систем мобильного типа для бесконтактного измерения параметров и формы сложных крупногабаритных изделий в более широком диапазоне измерения возможно только с применением оптических методов измерений. Параметры шероховатости таких поверхностей обычно значительно больше длины волны зондирующего эту поверхность излучения [2]. Дистанционный контроль формы таких поверхностей с высокой разрешающей способностью для проведения оперативных технологических операций представляет собой, в том числе при выполнении ремонтно-восстановительных работ, достаточно сложную задачу. Такую задачу можно решить только с применением новых методов оптического зондирования с применением лазерных источников излучения, зондирующих такие поверхности [3]. В этом случае представляет

большой интерес построить физическую модель отраженного оптического сигнала методом моделирования с применением теории дифракции.

Теоретические исследования отражения лазерного излучения от статистически шероховатых поверхностей с крупномасштабными неровностями. Предположим, что зондирующая волна представляет собой плоскую волну, а измерения параметров отраженного от поверхности светового излучения происходят в зоне Фраунгофера без затенений одного участка поверхности другими и без многократного отражения. Отсутствие многократного отражения указывает на то, что эффектов вторичного рассеяния нет. Их отсутствие обуславливает некоторое пространственное ориентирование крупномасштабных неровностей на поверхности, обеспечивающее их определенную кривизну и угол наклона. Для этих случаев представляет большой интерес для практики рассчитать рассеянное поле для абсолютно отражающей поверхности с коэффициентом отражения ρ , близким к единице. Моделирование такой задачи можно осуществить в приближении Кирхгофа, полагая, что поле в каждой точке поверхности можно представить в виде суммы падающей волны и отраженной волны от плоскости, которая является касательной к исследуемой поверхности в данной точке. Отсутствие многократного отражения накладывает определенные требования на некоторые параметры шероховатости поверхности, и прежде всего на кривизну и углы наклона. С учетом таких начальных условий обеспечивается достаточно большая корреляция между смещениями точек поверхности от основной плоскости. Выполнение этих условий предполагает, что размеры исследуемой поверхности значительно больше радиуса корреляции.

Уравнение сложной поверхности можно представить в виде:

$$z = f_c(x, y), \quad (1)$$

где f_c – некоторая статистическая стационарная функция; значения этой функции колеблются вокруг точки, в которых $z = 0$ [4].

Если на такую поверхность падает монохроматическая волна, то потенциал Π_c рассеянной волны можно определить из формулы Грина [5]:

$$\Pi_c = \frac{1}{4\pi} \iint \left[\Pi_c \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikR}}{R} - \frac{e^{ikR}}{R} \frac{\partial \Pi_c}{\partial n} \right] dS, \quad (2)$$

где R – расстояние от точки наблюдения до точки зондирования на поверхности.

В выражении (2) интегрирование производится по всей шероховатой поверхности S , которая рассеивает падающее излучение. А дифференцирование производится только по направлению, которое совпадает с направлением нормали, направленной в ту часть пространства, где нахо-

дится точка наблюдения. Для зоны Фраунгофера можно считать, что:

– $1/R \approx 1/R_0$ (здесь R_0 – расстояние от точки наблюдения до начала координат, расположенного на определенной точке поверхности);

– $\kappa_n R = \kappa_n R_0 - \kappa_n \mathbf{r}$ (здесь κ_n и κ_n – вектора для направлений лучей падения и наблюдения, соответственно, при этом модули векторов $|\kappa_n| = |\kappa_n| = \kappa$; \mathbf{r} – радиус-вектор текущей точки).

Следуя методике расчета потенциала, приведенного в [6], и предполагая, что зондирующее поверхность излучение лежит в плоскости xz, можно получить для потенциала рассеянного поверхностью излучения следующее выражение:

$$\Pi_c = - \frac{\kappa}{2\pi R_0} \frac{1 - \cos \psi \cos \varphi \cos \phi + \sin \psi \sin \chi}{\sin \psi + \sin \chi} \times$$

$$\times \iint \exp \{ i\kappa [x(\cos \psi - \cos \chi \cos \phi) - y(\cos \chi \sin \phi - z(\sin \psi + \sin \chi))] \} dx dy, \quad (3)$$

где ψ – угол между осью x и направлением зондирующего поверхность излучения (вектор κ_n); φ – угол между осью x и проекцией вектора наблюдения (вектор κ_n) на плоскость ux; ψ – угол между осью u и вектором наблюдения (вектор κ_n).

Наличие статистически шероховатой поверхности с крупномасштабными неровностями при определении потенциала отраженной волны вызывает необходимость применения процедуры его усреднения. Такое усреднение предполагает определения характеристической функции и плотности вероятности распределения случайных величин – координат крупномасштабных неровностей [4]. Характеристическая функция не зависит от координат и может быть выражена через последовательные моменты статистической величины. Следовательно среднее значения потенциала рассеянной поверхностью волны может быть определено, если известны хотя бы одна из величин – плотность вероятности Φ , характеристическая функция f или последовательные моменты статистической величины.

Для частного случая при отсутствии шероховатости поверхности (полированные поверхности) значительная доля обратного рассеяния носит зеркальный характер, для которого $\psi = \chi$ и $\phi = 0$.

В общем случае потенциал рассеянного поля Π_0 с учетом вышеприведенных условий без учета краевых эффектов можно записать в виде [7]:

$$\Pi_0 = \frac{1}{4\pi R_0} \frac{(\kappa_n - \kappa_n)^2}{(\kappa_n - \kappa_n)_z} \iint \exp [i(\kappa_n - \kappa_n) \mathbf{r}] dx dy = \frac{1}{4\pi R_0} \frac{(\kappa_n - \kappa_n)^2}{(\kappa_n - \kappa_n)_z} \times$$

$$\times \iint \exp [i[(\kappa_n - \kappa_n)_x * x + (\kappa_n - \kappa_n)_y * y] \exp [i[(\kappa_n - \kappa_n)_z * \eta]] dx dy, \quad (4)$$

где $dS = dx dy [1 + (d\eta / dx)^2 + (d\eta / dy)^2]^{1/2}$;

$$\exp i[(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_z * \eta] = \int \exp i[(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_z * \eta] \Phi(\eta) d\eta;$$

значком обозначена процедура усреднения, а знаком $-$ умножения.

Для зеркального отражения при нормальном распределении плотности вероятности величины η среднее значение потенциала рассеянной волны определяется, как следует из (3) и (4), выражением:

$$\Pi_0 = -kS/(2\pi R_0) \sin\psi \exp[-2\kappa^2\sigma^2 \sin^2\psi], \quad (5)$$

где σ^2 – дисперсия случайной величины η .

Однако для практики важно найти среднюю интенсивность поля и ее флуктуации для широкого диапазона углов падения и наблюдения оптического излучения, отраженного от шероховатой поверхности. В этом случае необходимо определить средний квадрат потенциала через комплексно-сопряженную величину Π :

$$\begin{aligned} \Pi\Pi &= \frac{S}{16\pi R_0^2} \frac{(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})^4}{(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_z^2} \times \\ &\times \int \exp\{-i[(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_x (x_1 - x)]\} \exp^* \{i[(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_z * (\eta_1 - \eta)]\} dx dx_1. \end{aligned} \quad (6)$$

Если считать, что плотность вероятности распределения случайной величины η подчинена нормальному двумерному закону с коэффициентом автокорреляции $p = \eta\eta_1/\eta^2$.

Здесь под величинами η и η_1 понимаются их усредненные значения.

$$\Phi(\eta, \eta_1) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-p^2}} \exp\left[-\frac{\eta^2 - 2p\eta\eta_1 + \eta_1^2}{2\sigma^2(1-p^2)}\right]. \quad (7)$$

В этом случае характеристическая функция двумерной величины равна

$$f[(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_z] = \exp[-(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_z^2 \sigma^2 (1 - p)], \quad (8)$$

а средний квадрат потенциала

$$\Pi\Pi = \frac{S}{16\pi R_0^2} \frac{(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})^4}{(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_z^2} * \int \exp\{-i[(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_x p] - (\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_z^2 \sigma^2 (1 - p)\} d\tau, \quad (9)$$

где $\tau = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2}$.

Используя метод перевала при интегрировании выражения (9) при $(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_x$ и $\sigma \gg 1$, следуя методике интегрирования, изложенной в работе [6], получим для одномерного распределения шероховатости поверхности h с известным разбросом параметра шероховатости выражение для средней интенсивности при $p = p(\tau) = \exp(-\tau^2/h^2)$:

$$\text{ПП} = \frac{S}{4R_0^2 \sqrt[3]{\pi^2}} \frac{(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})^4 m}{(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_z^3 \sigma} \exp \left[-\frac{h^2 (\cos \psi - \cos \chi)^2}{4\sigma^2 (\sin \psi + \sin \chi)^2} \right]. \quad (10)$$

Для практики представляет интерес рассмотреть общий случай – для двумерного распределения шероховатости. В общем случае такая задача не имеет аналитического решения. Однако для случая изотропного распределения шероховатости удастся найти приближенные аналитические решения. В этом случае, исходя из выражения (6), средняя интенсивность равна:

$$\text{ПП} = \frac{S}{16\pi^2 R_0^2} \frac{(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})^4}{(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_z^2} * \int \int \int \exp \{ -i[(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_x (x_1 - x) + (\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_y (y_1 - y)] \} \times \\ \times \exp \{ i[(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_z (\eta_1 - \eta)] \} dx dx_1 dy dy_1. \quad (11)$$

Это интегральное уравнение может быть решено при замене переменных, рекомендованных в работах [6, 7]:

$$x = \rho \cos \theta; \quad x_1 = \rho \cos \theta + \rho [(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2]^{1/2} \cos \theta; \\ y = \rho \sin \theta; \quad y_1 = \rho \sin \theta + \rho [(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2]^{1/2} \sin \theta.$$

После интегрирования (11) и соответствующих преобразований с использованием этих новых переменных, получим:

$$\text{ПП}^* = \frac{S}{8\pi R_0^2} \frac{(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})^4}{(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_z^2} \int J_0 \left(\tau \sqrt{(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_x^2 + (\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_y^2} \right) \times \\ \times f [(\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_{z1} - (\kappa_{\text{п}} - \kappa_{\text{н}})_z] \tau d\tau. \quad (12)$$

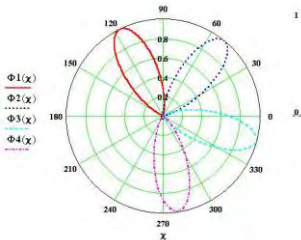
Здесь J_0 – бесселева функция первого рода.

Принимая во внимание, что плотность вероятности распределения случайной величины η подчинена нормальному закону, при использовании уравнений (10) и (11), выражение (12) сводится к такому виду:

$$\text{ПП}^* = \frac{S m^2}{4\pi R_0^2 \sigma^2} \frac{(1 - \cos \psi \cos \chi \cos \varphi)^2}{(\sin \psi + \sin \chi)^4} \times \\ \times \exp \left[-\frac{h^2}{4\sigma^2} \frac{\cos^2 \psi + \cos^2 \chi - 2 \cos \psi \cos \chi \cos \varphi}{(\sin \psi + \sin \chi)^2} \right]. \quad (13)$$

Расчеты для характерных условий зондирования и фиксации отраженного оптического сигнала приведены на рис. 1 – 2. Моделирование проведено для различных углов падения и наблюдения при различных параметрах шероховатости поверхности с учетом дисперсии случайной величины, которая характеризуется величиной $a = m/\sigma$. Результаты исследований показывают, что форма индикатрисы обратного отражения оптического

излучения от шероховатой поверхности с крупномасштабными неровностями, распределенными по случайному закону, зависят от дисперсии рас-

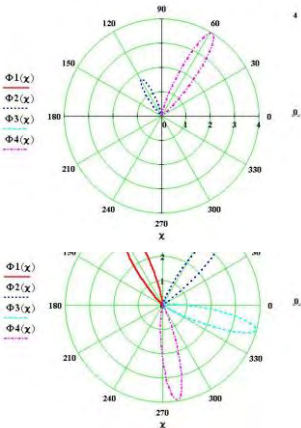


$\varphi = 0^\circ, \psi = 45 \div 90^\circ, \Delta\psi = 15^\circ$

а

$\varphi = 0^\circ, \psi = 45 \div 90^\circ, \Delta\psi = 15^\circ$

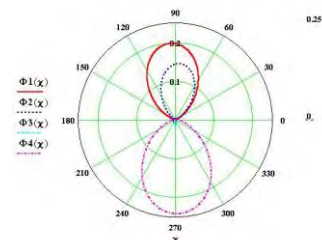
в



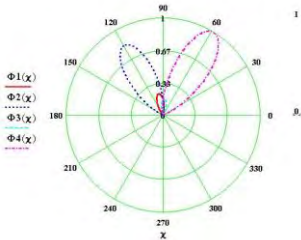
$\varphi = 60 \div 90^\circ, \psi = 30^\circ, \Delta\varphi = 15^\circ$

д

$\varphi = 0^\circ, \psi = 45 \div 90^\circ, \Delta\psi = 15^\circ$



ж

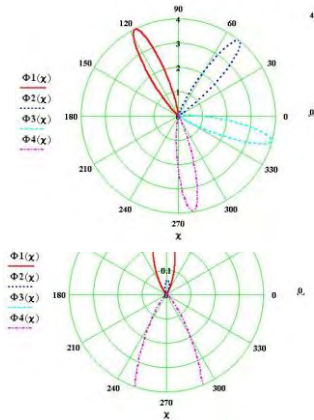


$\varphi = 45 \div 90^\circ, \psi = 0^\circ, \Delta\varphi = 15^\circ$

б

$\varphi = 30^\circ, \psi = 60 \div 90^\circ, \Delta\psi = 15^\circ$

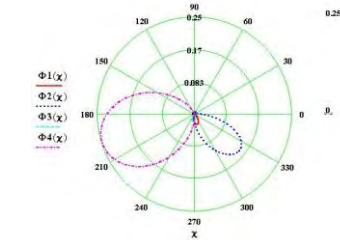
г



$\varphi = 60 \div 90^\circ, \psi = 30^\circ, \Delta\psi = 15^\circ$

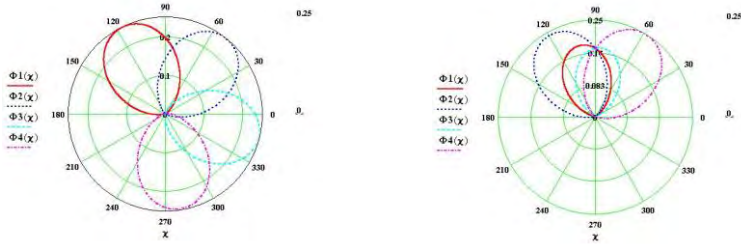
е

$\varphi = 45 \div 90^\circ, \psi = 0^\circ, \Delta\varphi = 15^\circ$



з

Рис. 1. Рассеяние волн при: а ÷ б, $\gamma - \alpha = h/\sigma = 10$;



$$\text{в, д ÷ е - } \alpha = h/\sigma = 20; \text{ ж ÷ з - } \alpha = h/\sigma = 5$$

а

б

$$\varphi = 30^\circ, \psi = 60 \div 90^\circ, \Delta\psi = 15^\circ$$

$$\varphi = 60 \div 90^\circ, \psi = 30^\circ, \Delta\varphi = 15^\circ$$

Рис. 2. Рассеяние волн при $\alpha = h/\sigma = 5$

Полученные результаты с физической точки зрения можно трактовать следующим образом. Одной из основных особенностей статистически шероховатой поверхности является ее микро геометрия с пространственным распределением рассеивающих центров (микро площадок) по определенному случайному закону. Такие поверхности можно представить в виде случайного чередования впадин и выступов со различными размерами и взаимным расположением. Нахождение функции распределения микро площадок (микро граней) по углам наклона для таких условий основано на законах геометрической оптики и подчиняется закону Бугера [8]. В случае азимутальной симметрии распределения микро площадок можно описать функцией вида

$$f(\delta) = \Delta S_\delta \cos \delta / (S_0 \Delta\omega), \quad (14)$$

где δ – угол наклона микро нормали к макро нормали; $\Delta S_\delta \cos \delta$ – площадь проекции наклоненных под углом δ микроплощадок по отношению к исследуемой поверхности; S_0 – освещенная по нормали площадь исследуемой поверхности; $\Delta\omega$ – телесный угол, в пределах которого находятся нормали к микро площадкам вблизи направления, определяемого углом δ .

Можно показать, что отраженный поток светового излучения $\Phi_{\text{отр}}$ от этих микроплощадок равен

$$\Phi_{\text{отр}} = \Phi_0 \rho_{\text{отр}} f(\delta) \Delta\omega. \quad (15)$$

При падении плоской волны на статистически шероховатую поверхность с крупномасштабными неровностями фронт отраженной оптической волны расчлняется на большое множество направленных волн. Можно предположить, что при азимутальной симметрии распре-

деления таких микроплощадок в пространстве и нормальном падении на такую поверхность светового пучка, пространственная форма тела обратного отражения будет приближаться к телу вращения.

Угловую ориентацию микроплощадок условно можно разбить на две группы [9]: малоугловую группу с угловым разносом до 25° относительно нормали; угловую группу с большим разносом – более 25° относительно нормали.

Из представленных результатов моделирования видно, что при малых углах разноса микроплощадок максимум диффузного рассеяния приближается к углам зеркального отражения. А при больших углах следует ожидать смещения максимума диффузного рассеяния в разные стороны.

Вместе с тем с ростом наклона освещающего пучка света при падении на такую поверхность тело рассеяния приобретает более плоскую форму, стягиваясь к плоскости падения. Это приводит к тому, что диффузный максимум с увеличением угла падения растет быстрее, чем коэффициент отражения $\rho_{\text{отр}}$ светового потока Φ_0 , падающего на исследуемую поверхность. Из выражений (14) и (15) следует, что при отсутствии затенения с точки зрения геометрической оптики величина отраженного потока почти полностью определяется величиной коэффициента отражения. Как показали экспериментальные исследования, приведенные в работе [10], коэффициент отражения в видимом световом диапазоне слабо зависит от длины волны и резко падает при длинах волн более $0,6 \text{ мкм}$.

Очевидно, что плоскости отражения элементарных пучков поворачиваются таким образом, что угол между этими плоскостями и основной плоскостью падения уменьшается с ростом угла наклона. Из-за дифракционного взаимодействия отраженные пучки света от статистически шероховатой поверхности с крупномасштабными неоднородностями могут распространяться в соседних областях и тем самым перекрывать друг друга. При таких условиях распространения плотность отраженного потока в плоскости падения может возрастать за счет соседних областей [10].

Поэтому у статистически шероховатых поверхностей с крупномасштабными неровностями свет отраженных пучков в зеркальном направлении рассеиваются из-за того, что отражение происходит по законам геометрической оптики, а угол дифракции очень мал. С ростом угла падения видимый размер микро площадок уменьшается. В этом случае полуширина дифракционного максимума увеличивается, что приводит к угловому перекрытию зеркально отраженных пучков с отраженными от микро граней пучками и созданию условий появления зеркального отражения.

Полученные результаты моделирования отражения оптического из-

лучения от статистически шероховатых поверхностей с крупномасштабными неровностям удовлетворительно согласуются с теоретическими и экспериментальными результатами, изложенными в работах [11 – 12].

Заключение. В работе исследованы эффекты дифракционного взаимодействия оптического излучения со статистически шероховатой поверхностью с крупным микро рельефом, параметры которого больше длины волны падающего излучения. Найдено решение дифракционного приближения отражения светового потока от таких поверхностей, которая представляет собой совокупность отражающих микро площадок со случайным гауссовым пространственным распределением высоты неровностей вдоль всего профиля поверхности. Выполнены модельные исследования для широкого диапазона углов падающего на исследуемую поверхность светового потока. Показано, что индикатриса обратного отражения зависит от отношения высот пространственных неровностей поверхности к длине волны падающего светового потока. Выполненные исследования показали, что для крупномасштабных неровностей индикатриса обратного отражения световых волн носит диффузный характер.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гапшис В.А. Координатные измерительные машины. – М.: Машиностроение, 1988. – 352 с.
2. Оптический производственный контроль / Под ред. Д. Малакары. – М.: Машиностроение, 1985. – 400 с.
3. Аблеков В.К., Колядин С.А., Фролов А.Ф. Высокора разрешающие оптические системы. – М.: Машиностроение, 1985. – 244 с.
4. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Гостехиздат, 1948. – 352 с.
5. Стрэттон Д.А. Теория электромагнетизма. – М.: Гостехиздат, 1948. – 410 с.
6. Исакович М.А. Методика расчета потенциала // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1952. – Т. 23, вып. 3 (9). – С. 305 - 312.
7. Семенов Б.И. Потенциал рассеянного поля // Радиотехника и электроника. – Т. 10, № 11. – 1965. – С. 147 – 152.
8. Бугер П. Оптический трактат о градации света. – Л.: АН СССР, 1950. – 235 с.
9. Топорец А.С., Мазуренко М.М. Отраженный поток светового излучения от микроплощадок // Оптико-механическая промышленность. – №11. – 1974. – С. 59 – 72.
10. Иванов А.П., Топорец А.С. Исследование отраженного потока // Журнал технической физики. – Т. 26, вып. 3. – 1956. – С. 631 – 640.
11. Хусу А.П., Витенберг Ю.Р., Пальмов В.А. Шероховатость поверхностей. – М.: Наука, 1975. – 385 с.
12. Шмаров В.М. Сучасні інформаційні та енергозберігаючі технології життєзабезпечення людини // Зб. наук. праць. – К.: ФАДА-ЛТД. – 1999. – Вип. № 6. – С. 486 – 489.

Поступила 21.08.2004

ШМАРОВ Валерий Николаевич, канд. техн. наук, профессор, генеральный директор «Укрспецэкспорт». Область научных интересов – лазерные измерительные системы.
