УДК 519. 8

МОДЕЛЬ БОЮ ОДНОРІДНИХ УГРУПУВАНЬ

В.Ф. Греков, М.П. Ізюмський, А.В. Гришко
(Об'єднаний науково-дослідний інститут ЗС, Харків)

У статті наводиться підхід до моделювання бою однорідних угрупувань з урахуванням характеристик зброї. Підхід дає змогу прослідкувати динаміку бою з визначенням імовірності знищення вогневих засобів кожного угрупування у поточні моменти часу.

динаміка бою, однорідні угрупування, характеристики зброї

Моделювання динаміки бою представляє науковий і практичний інтерес як при плануванні бою, так і при визначенні тактико-технічних вимог до перспективних систем озброєння.

В останніх роботах за даною тематикою увага переважно надається імітаційним моделям [1 – 3]. Однак використання їх пов'язане з труднощами побудови та забезпечення адекватності, а підвищення вірогідності при використанні моделі вимагає її ускладнення. Тому, враховуючи вихідні данні імітаційних моделей, які можуть бути не досить точними, пропонуємо застосовувати апробований аналітичний метод.

В даної роботі пропонується аналітико-стохастична модель динаміки бою однорідних угрупувань з урахуванням можливостей засобів виявлення цілей та точності ураження об'єктів бойових порядків. Розв'язується задача визначення імовірності взаємного знищення вогневих засобів угрупувань військ **A** та **B** у поточні моменти часу. На рис. 1 представлена схема розташування бойових засобів угрупувань **A** і **B**.

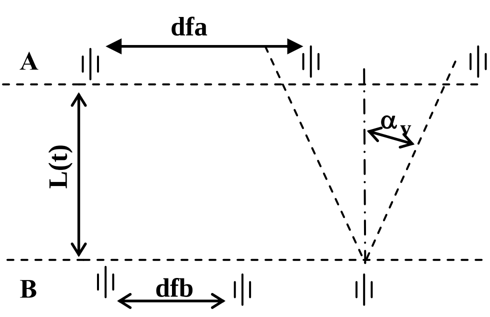

Рис. 1. Схема розташування бойових засобів угрупувань **A** і **B**

Бойові порядки лінійні. Позначимо: n_{ao}, n_{bo} – кількість бойових засобів угрупувань **A** і **B** до початку бою; $L(t)$ – відстань між угрупуваннями, що змінюється у часі з урахуванням властивостей місцевості, потужності і проходимості самохідних засобів.

На початку бою угруповання **A** і **B** розпочинають пошук цілей, а вогонь відкривається лише після їх виявлення. Позначимо P_v як імовірність виявлення вогневого засобу. P_v є умовною в разі його виявлення у заданому місці, а пошуку цілі відбувається в обмеженому секторі. Тоді, час пошуку буде залежати від часу спостереження, відстані до цілі, її стану, якості приладів спостереження та інших факторів. Одноразовий пошук цілі відбувається з моменту t за час t_p.

Математичне сподівання кількості виявлених цілей із загальної кількості m, що знаходяться у секторі за час пошуку, при умові незалежності подій, визначається як

$$m_v = m \cdot P_v\,, \tag{1}$$

де $m = m_l \cdot \Delta a$; $m_l = \frac{n_b}{n_{bo} \cdot dfb}$ – кількість цілей на одиницю ширини фронту в момент t; $\Delta a = 2L \cdot tg\alpha_v$ – частина фронту, яку спостерігає розрахунок вогневого засобу; α_v – половина сектора виявлення вогневих засобів угрупування **A**; dfb – інтервал по фронту на початку бою між вогневими засобами угрупування **B**; n_b – поточне значення чисельності угрупування **B**.

Вогонь розпочинається у випадку $m_v \ge 1$ і ведеться до ураження цілі. Після цього розпочинається пошук нових цілей.

Час, що витрачається на пошук цілі при $m_v \ge 1$ дорівнює t_p. Якщо $m_v < 1$, то для виявлення цілі потрібний новий пошук. Математичне сподівання кількості виявлених цілей дорівнює одиниці при кількості пошуків

$$k_p = \frac{1}{m_v}\,. \tag{2}$$

Середній час, що потрібен на виявлення цілі, дорівнює

$$t_v = t_p k_p \begin{cases} k_p = 1\,, & \text{при} \quad m_v \ge 1; \\ k_p = \frac{1}{m_v}\,, & \text{при} \quad m_v < 1. \end{cases} \tag{3}$$

Вибір відбувається після виявлення декількох цілей. Якщо вогневі засоби угрупувань знаходяться в однакових умовах, максимальних витрат можна досягти розподіляючи вогонь рівномірно за цілями противника.

Математичне сподівання кількості пострілів, необхідних для ураження цілі, якщо задані характеристики розсіювання боєприпасів, захищеності цілі та відстань між цілями і вогневими засобами буде мати вигляд

$$M = P_1 + 2 \cdot P_2 \cdot (1-P_1) + ... + i \cdot P_i \cdot (1-P_{i-1}) \cdot (1-P_1), \qquad (4)$$

де P_i – імовірність ураження цілі при і-му пострілі. У першому наближенні цілі супротивників можна рахувати прямокутниками із сторонами паралельними головним осям розсіювання. Тоді [2]

$$\mathbf{P_i} = \left[\mathbf{\Phi}^* \left(\frac{\mathbf{x_2} - m_x}{\sigma_\mathbf{x}} \right) - \mathbf{\Phi}^* \left(\frac{x_1 - m_x}{\sigma_\mathbf{x}} \right) \right] \cdot \left[\mathbf{\Phi}^* \left(\frac{\mathbf{x_2} - m_y}{\sigma_\mathbf{y}} \right) - \mathbf{\Phi}^* \left(\frac{\mathbf{x_1} - m_y}{\sigma_\mathbf{y}} \right) \right],$$

де Φ^* – нормальна функція розподілу; m_x, m_y – зсув центру розсіювання; σ_x, σ_y – головні середньоквадратичні відхилення; $(x_1, y_1); (x_2, y_2)$ – координати цілі у напрямку координатних осей; $\ell_y = y_2 - y_1$ – висота цілі; $\ell_x = x_2 - x_1$ – ширина цілі.

Якщо центр цілі співпадає з центром розсіювання, а систематичні похибки відсутні, то

$$P_i = \left[\Phi^* \left(\frac{x_2}{\sigma_x} \right) - \Phi^* \left(\frac{x_1}{\sigma_x} \right) \right] \cdot \left[\Phi^* \left(\frac{y_2}{\sigma_y} \right) - \Phi^* \left(\frac{y_1}{\sigma_y} \right) \right].$$

За рахунок корегування стрільби імовірність ураження цілі від **i**-го пострілу до $(i+1)$-го може у середньому збільшитися на величину $\frac{P_{max} - P_i}{2}$ і складати

$$P_i = P_{i-1} + \frac{P_{max} - P_1}{2^{i-1}}, \qquad (5)$$

де $P_{max} = P_{vp} P^*_{max} (\ell_x, \ell_y, \sigma_x, \sigma_y)$; P_{vp} – імовірність ураження цілі за умовою влучення; P_i – імовірність влучення в ціль у першому пострілі.

Кількість членів і-ої формули (4) залежить від потрібного прирощення

$$\varepsilon = P_i - P_{i-1}. \qquad (6)$$

З урахуванням (5)

$$\varepsilon = \frac{P_{max} - P_1}{2^{i-1}} = \frac{2(P_{max} - P_1)}{2^i}, \qquad (7)$$

тоді

$$2\left(\frac{P_{max} - P_1}{\varepsilon} \right) = 2^i, \text{ звідки } i = 1 + \frac{\ln \frac{P_{max} - P_1}{\varepsilon}}{\ln 2}, \quad \text{а } M = \sum_{i=1}^{\bar{i}} i P_i \cdot \prod_{k=0}^{\bar{i}-1} (1 - P_k), \qquad (8)$$

де $\bar{i}$ – ціла частина величини і.

Якщо стріляють без корегування, то $P_i = P_1$ і відбуваються поодинокі незалежні постріли з постійною імовірністю влучення при одному пострілі P_i. Математичне сподівання кількості пострілів до влучення в ціль [2, 3]

$$M = 1 \cdot P_1 + 2 \cdot P_2 + .. + i \cdot P_i, \tag{9}$$

де P_i – імовірність влучення в і-му пострілі при умові, що влучення не отримане при усіх попередніх пострілах,

$$P_i = P \cdot (1 - P)^{i-1} = P \cdot q^{i-1}, \tag{10}$$

де $q = 1 - P$. Тоді

$$M = 1/P. \tag{11}$$

Середній час ураження цілі при M пострілах

$$t_u = M / C_k, \tag{12}$$

де C_k – бойова швидкість стрільби вогневого засобу.

На пошук і ураження цілі одним вогневим засобом потрібно у середньому t_{ur} часу

$$t_{ur} = t_v + t_u = t_p \cdot k_p + M / C_k. \tag{13}$$

Число цілей противника, що знищується за одиницю часу

$$\nu_a(t) = \frac{C_{ka}}{M_a + C_{ka} \cdot t_{pa} \cdot k_{pa}}; \tag{14}$$

$$\nu_в(t) = \frac{C_{kв}}{M_в + C_{kв} \cdot t_{pв} \cdot k_{pв}}. \tag{15}$$

При необхідності коефіцієнти деталізують в залежності від мети моделювання, що є окремою задачею.

Визначимо імовірність знищення вогневих засобів кожного угрупування у поточні моменти часу. Приймаємо експоненційний закон розподілу випадкових величини t_{ur}. При такому припущенні t_{ur} може бути дуже малим, однак кінцеві результати добре співпадають з дійсністю [3, 4].

Інтегральна функція розподілу t_{ur}

$$F(t) = P(t_{ur} < t) = 1 - e^{-\mu t}. \tag{16}$$

Середня кількість цілей μ, що знищується за одиницю часу при обстрілі одним бойовим засобом визначається як

$$\mu = 1 / M[t_{ur}], \tag{17}$$

де

$$M[t_{ur}] = \mu \int_0^{\infty} t e^{-\mu t} dt. \tag{18}$$

Якщо під час бою $n_b \neq n_a$, то ціль буде обстріляна декількома вогневими засобами

$$P\{t_{ur} > t\} = P\{t_{ur1} > t, t_{ur2} > t, \ldots, t_{urz} > t\} = \prod_{i=1}^{z} P\{t_{uri} > t\} = 1 - \left(1 - e^{-z\nu t}\right) = e^{-z\nu t}, \quad (19)$$

де z – кількість вогневих засобів, що обстрілює ціль.

Імовірність знищення вогневого засобу угрупування меншої чисельності за час t буде

$$P\{t_{ur} < t\} = 1 - e^{-z\nu t}. \quad (20)$$

Якщо z і ν залежать від часу, то

$$P\{t_{ur} < t\} = 1 - \exp\left(-\int_0^t z(t)\nu(t)dt\right). \quad (21)$$

У випадку $n_b(t) > n_a(t)$

$$z(t) = \frac{n_b(t)}{n_a(t)}. \quad (22)$$

У реальних обставинах по одній цілі веде вогонь обмежена кількість вогневих засобів і $z(t)$ треба обмежувати, враховуючи тактику ведення бою.

Імовірність обстрілу кожного вогневого засобу

$$P_{obs}(t) = \frac{n_a(t)}{n_b(t)}. \quad (23)$$

Імовірність знищення вогневого засобу противника за час t

$$P\{t_{ur} \le t\} = \int_0^t P_{obs}(t) \frac{\partial\left(1 - \exp\left(-\int_0^t \nu(t)dt\right)\right)}{\partial t} dt. \quad (24)$$

З урахуванням вогню противника процес бою угрупувань **А** і **В** описують рівняння

$$P_a\{t_{ur} < t\} = 1 - e^{-\int_0^t \frac{n_b(t)}{n_a(t)} \nu_b(t)dt}; \quad (25)$$

$$P_b\{t_{ur} < t\} = \int_0^t \frac{n_a(t)}{n_b(t)} \cdot \nu_a(t) \cdot e^{-\int_0^t \nu_a(t)dt} dt. \quad (26)$$

Імовірність ураження рівно x вогневих засобів угрупувань до моменту t визначають рівняння

$$P_a\{x\} = C^x_{n_{a0}} \cdot P^x_a\{t_{ur} < t\} \cdot [1 - P_a\{t_{ur} < t\}]^{n_{ao} - x}, \quad 0 \le x \le n_{ao}; \qquad (27)$$

$$P_b\{x\} = C^x_{n_{b0}} \cdot P^x_b\{t_{ur} < t\} \cdot [1 - P_b\{t_{ur} < t\}]^{n_{bo} - x}, \quad 0 \le x \le n_{bo}, \qquad (28)$$

Якщо задана чисельність угрупувань

$$1 \le n_{ka} \le n_{ao}, \quad 1 \le n_{kb} \le n_{bo}, \qquad (29)$$

при яких вони втрачають боєздатність, то можливо визначити імовірність втрати і збереження угрупуваннями боєздатності до моменту t:

$$P_a\{n_a \le n_{ka}\} = \sum_{x=0}^{n_{ka}} C^x_{n_{ao}} \cdot P_a^{n_{ao} - x}\{t_{ur} < t\} \cdot [1 - P_a\{t_{ur} < t\}]^x;$$

$$P_b\{n_b \le n_{kb}\} = \sum_{x=0}^{n_{kb}} C^x_{n_{bo}} \cdot P_a^{n_{bo} - x}\{t_{ur} < t\} \cdot [1 - P_b\{t_{ur} < t\}]^x. \qquad (30)$$

$$P_a\{n_a > n_{ka}\} = 1 - P_{n_a \le n_{ka}}; \quad P_b\{n_b > n_{kb}\} = 1 - P_{n_b \le n_{kb}}. \qquad (31)$$

Імовірність продовження бою в разі чисельності угрупувань більшої за рівень боєздатності

$$P_{AB} = \left(1 - P_{n_b \le n_{kb}}\right) \cdot \left(1 - P_{n_a \le n_{ka}}\right). \qquad (32)$$

Імовірності перемоги угрупувань якщо одне з них боєздатне

$$P_A = P_{n_b \le n_{kb}} \cdot \left(1 - P_{n_a \le n_{ka}}\right); \quad P_B = P_{n_a \le n_{ka}} \cdot \left(1 - P_{n_b \le n_{kb}}\right). \qquad (33)$$

Математичне сподівання часу закінчення бою t_k:

$$M[t_k] = \min\left\{\int_0^\infty t \frac{\partial P_{(n_b \le n_{kb})}}{\partial t} dt; \int_0^\infty t \frac{\partial P_{(n_a \le n_{ka})}}{\partial t} dt\right\}. \qquad (34)$$

Висновок. Система наведених рівнянь описує динаміку бою з урахуванням бойових порядків угрупувань, можливостей засобів виявлення цілей та характеристик зброї.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Анфилатов В.С., Емельянов А.А., Кукушкин А.А. Системный анализ в управлении. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 368 с.*
2. *Колодов И.М. Основы теории вероятности и математической статистики. – М.: ВИА им. Ф.Э. Дзержинского, 1968. – 120 с.*
3. *Розанов Ю.А. Лекции по теории вероятностей. - М.: Наука, 1986. – 120 с.*
4. *Наставление по стрелковому делу. – М.: Воениздат, 1985. – 640 с.*

Надійшла 6.07.2005

Рецензент: доктор технічних наук, старший науковий співробітник В.І. Антюфеєв, Об’єднаний науково-дослідний інститут ЗС, Харків.