

ІДЕНТИФІКАЦІЯ АЕРОДИНАМІЧНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ ПОСЛІДОВНИМ МЕТОДОМ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

А.М. Зарубін, Є.В. Комаров, О.О. Добров
(Харківський університет Повітряних Сил)

Досліджується можливість застосування послідовного методу ідентифікації для отримання аеродинамічних коефіцієнтів літального апарату, знаходиться значення похідної коефіцієнту нормальної аеродинамічної сили за кутом атаки літака Л-39, та порівнюється зі значенням, наданим у технічній документації.

аеродинамічні коефіцієнти, послідовні методи ідентифікації, алгоритм

Постановка проблеми. Точність моделювання динаміки польоту літального апарату (ЛА) на авіаційному тренажері (АТ) визначається як методичними так і інструментальними похибками. Використання у тренажерній апаратурі цифрових обчислювальних машин (ЦОМ) значно знімає питання про усунення похибок рішення рівнянь математичної моделі ЛА. Тому на перший план виходить необхідність усунення впливу методичних похибок, які вносяться у процесі приведення рівнянь динаміки польоту до вигляду, придатного до моделювання. У рівняннях динаміки польоту найбільший вплив на ступінь подоби АТ ЛА мають аеродинамічні коефіцієнти ЛА.

Отримання аеродинамічних коефіцієнтів для моделювання динаміки польоту ЛА може бути здійснено теоретичним або експериментальним шляхом. До експериментальних шляхів відносяться різноманітні методи сучасної теорії ідентифікації. Рішення задачі ідентифікації аеродинамічних коефіцієнтів ЛА зводиться до їх оцінки за результатами спостережень над вхідними та вихідними параметрами ЛА, які отримані в умовах нормального функціонування об'єкта при проведенні льотного експерименту. Ця задача може бути вирішена за допомогою великої кількості методів ідентифікації, які засновані на різних підходах до форми надання ідентифікаційних моделей (різнісні або диференційні рівняння, передаточні функції, градієнтні вирази та ін.).

В АТ для моделювання динаміки польоту частіше усього використовуються нелінійні диференційні рівняння руху ЛА [1]. У цьому випадку є доцільним використання регресійних методів ідентифікації, які засновані на послідовному методі найменших квадратів. Вони дозволяють

виконувати ідентифікацію у реальному масштабі часу, крім цього, їх послідовність дозволяє реалізувати їх порівняно швидко при невеликому об'ємі потрібної пам'яті ЦОМ.

Таким чином, при вирішенні задачі ідентифікації аеродинамічних коефіцієнтів ЛА послідовним методом найменших квадратів, виникає ряд часткових питань, що підлягають вирішенню або уточненню:

- чи можливо використовувати послідовні методи ідентифікації для отримання аеродинамічних коефіцієнтів ЛА за результатами льотно-го експерименту;

- яку кількість вимірів (експериментів) необхідно зробити для забезпечення потрібної точності ідентифікації;

- як залежить відносна похибка ідентифікації від кількості проведених вимірів (експериментів).

Аналіз літератури. У [1] надані основи проектування АТ та математичного моделювання бортових систем ЛА. В [2 – 4] описані різні методи ідентифікації: класичні, регресійні, основані на методах стохастичної апроксимації, квазілінеаризації та ін. В [5] надані технічні данні та льотні характеристики літака Л-39. В [6] описані пакети розширення системи “MATLAB + Simulink”, які дозволяють вирішувати задачі ідентифікації та візуального моделювання.

Мета статті. Виконати ідентифікацію похідної коефіцієнту нормальній аеродинамічній сили за кутом атаки C_y^{α} послідовним методом найменших квадратів, порівняти отримані значення зі значеннями, наданими у технічній документації літака Л-39 [4], а також визначити залежність відносної похибки ідентифікації від кількості проведених вимірів.

Матеріали досліджень. Послідовний метод ідентифікації базується на регресійних процедурах з використанням методу найменших квадратів [1].

У загальному вигляді рівняння для ідентифікації аеродинамічних коефіцієнтів записуються як

$$x_k = a_1 u_{1,k} + a_2 u_{2,k} + \dots + a_m u_{m,k}, \quad k = [1, \dots, r] \quad (1)$$

або у векторній формі

$$x_k = a^T u_k, \quad (2)$$

де x_k – вихід системи на k -му вимірювальному інтервалі; $u_k = [u_{1,k}, \dots, u_{m,k}]^T$ – вхідний вектор системи на k -му інтервалі вимірювань; $a^T = [a_1, \dots, a_m]$ – вектор невідомих коефіцієнтів.

Оцінка \hat{a}_r невідомого параметра a , для якої мінімізується критерій

$$J_r = \sum_{k=1}^r q_k (x_k - \hat{a}_r u_r)^2, \quad (3)$$

де r – число вимірів, а q_k – довільний ваговий коефіцієнт, наприклад, $q_k = 1$, визначається у вигляді

$$\hat{a}_r = \hat{a}_{r-1} + P_r q_r u_r (x_r - u_r^T \hat{a}_{r-1}). \quad (4)$$

Введення $q_k > 1$ у рівняння (4) може служити для підвищення ваги решти вимірів.

Вираз для матриці P_r отримується за допомогою леми про обернення матриць і має вигляд

$$P_r = P_{r-1} - P_{r-1} H_r (I + H_r^T P_{r-1} H_r)^{-1} H_r^T P_{r-1}, \quad (5)$$

де $H_r = u_r \sqrt{q_r}$.

Початкова оцінка P_0 може бути довільною. Однак, для поліпшення збіжності доцільно використовувати початкову оцінку за Лі [2]:

$$P_0 = \frac{1}{\varepsilon} I, \quad \varepsilon \rightarrow 0, \quad \text{для } \hat{a}_0 = 0,$$

де I – одинична матриця розмірністю $(m \times m)$.

Множник $1/\varepsilon$ можна обирати довільно в межах між 10 та значенням, яке відповідає найбільшому числу, що може зберігатися у пам'яті ЕОМ.

Слід відмітити, що для використання методу найменших квадратів повинна витримуватись умова $r \gg m$.

Вираз для ідентифікації похідної коефіцієнту нормальної аеродинамічної сили за кутом атаки C_y^α оберемо у вигляді

$$C_y = C_{y0}(M) + C_y^\alpha(M, H)\alpha + C_y^{\delta_{кв}}(\alpha)\delta_{кв}, \quad (6)$$

де C_{y0} – коефіцієнт нормальної аеродинамічної сили при $\alpha = 0$, $\beta = 0$;

C_y^α – похідна коефіцієнту нормальної аеродинамічної сили за кутом

атаки; $C_y^{\delta_{кв}}$ – похідна коефіцієнту нормальної аеродинамічної сили за

кутом відхилення керма висоти; α – кут атаки; $\delta_{кв}$ – кут відхилення

керма висоти; C_y – коефіцієнт аеродинамічної нормальної сили, який у

зв'язаній системі координат розраховується за формулою

$$R_y = C_y q S + P \sin \varphi_0, \quad (7)$$

де P – сила тяги двигуна; φ_0 – кут встановлення двигунів; S – площа

крила ЛА; R_y – нормальна сила.

Використовуючи рівняння перевантаження у зв'язаних осях

$$n_y = \frac{R_y}{mg},$$

рівняння (7) перепишемо у вигляді

$$n_y mg = C_y q S + P \sin \varphi_0, \quad (8)$$

де mg – вага ЛА; q – швидкісний натиск.

Швидкісний натиск розраховується за формулою

$$q = \frac{\rho V^2}{2}, \quad (9)$$

де V – повітряна швидкість ЛА; ρ – щільність повітря на висоті :

$$\rho = 0,125e^{-\lambda H}, \quad (10)$$

де для висот $H < 10000$ м $\lambda \approx 10^{-4} \text{ м}^{-1}$.

Підставивши (9) та (10) у (8), та зробивши прості перетворення, отримаємо кінцевий вираз для визначення C_y :

$$C_y = (n_y mg - P \sin \varphi_0) \left(\frac{0,125e^{-10^{-4} H} V^2}{2} S \right)^{-1}. \quad (11)$$

Таким чином, для ідентифікації похідної коефіцієнту нормальної аеродинамічної сили за кутом атаки C_y^α прямим методом необхідно одночасно вирішувати рівняння (6) та (11). Для цього з льотного експерименту ще необхідно додатково отримати вертикальне перевантаження n_y , тягу двигуна ЛА P , повітряну швидкість ЛА V , кут атаки α , кут відхилення керма висоти $\delta_{кв}$.

Матриця H для розрахунку матриці P_r за рівнянням (5) буде мати наступний вигляд:

$$H = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_1 \\ \delta_{кв1} \end{bmatrix}.$$

Тоді матриця P_r для першого виміру буде розраховуватися як

$$P_1 = P_0 - P_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_1 \\ \delta_{кв1} \end{bmatrix} \left(1 + \begin{bmatrix} 1 & \alpha_1 & \delta_{кв1} \end{bmatrix} P_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_1 \\ \delta_{кв1} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 1 & \alpha_1 & \delta_{кв1} \end{bmatrix} P_0,$$

$$\text{де } P_0 = \begin{bmatrix} 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 10^5 & 0 \\ 0 & 0 & 10^5 \end{bmatrix} \text{ при } \varepsilon = 10^{-5}.$$

Реалізацію цього послідовного методу ідентифікації здійснюємо за допомогою системи візуального програмування Simulink сучасного програмного забезпечення MATLAB [5].

Результати досліджень зображені на рис. 1.

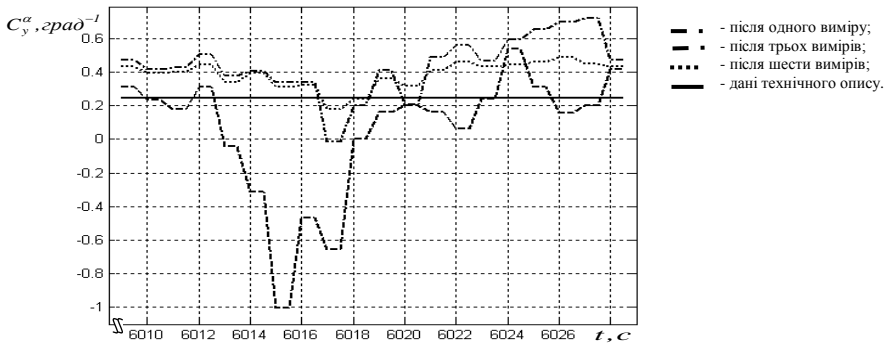


Рис. 1. Результати ідентифікації при різних кількостях вимірів

Оцінимо точність ідентифікації за допомогою відносної похибки яка розраховується як

$$\delta C_{y}^{\alpha} = \frac{|C_{yT}^{\alpha} - C_{yP}^{\alpha}|}{C_{yT}^{\alpha}} 100\% ,$$

де C_{yT}^{α} – теоретичне значення похідної коефіцієнту нормальної аеродинамічної сили за кутом атаки; C_{yP}^{α} – розрахункове значення похідної коефіцієнту нормальної аеродинамічної сили за кутом атаки. Результати розрахунків для трьох та шести вимірів наведені на рис. 2.

Висновки. 1. Ідентифікація аеродинамічних коефіцієнтів ЛА послідовним методом потребує великої кількості вимірювань (експериментів).

2. Для одночасної ідентифікації трьох коефіцієнтів з відносною похибкою меншою, ніж 10% необхідно провести більше шести вимірів.

3. Для одночасної ідентифікації більшої кількості коефіцієнтів (наприклад, для коефіцієнту поздовжнього моменту ЛА m_x) необхідно виконувати ще більшу кількість вимірів.

4. Коефіцієнти, отримані послідовними методами ідентифікації, для моделювання складних режимів польоту потребують подальшого уточнення.

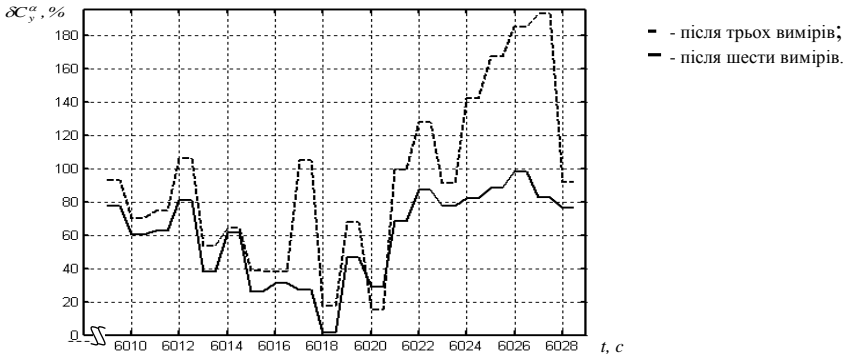


Рис. 2. Абсолютна помилка ідентифікації при трьох та шести вимірах

5. Можливо використання ідентифікації послідовним методом найменших квадратів для приблизного визначення аеродинамічних коефіцієнтів ЛА.

ЛІТЕРАТУРА

1. Боднер В.А., Закирв Р.А, Смирнова И.И. *Авиационные тренажеры*. – М.: *Машиностроение*, 1978.
2. Д. Гроп. *Методы идентификации систем*. - М.: "Мир", 1979.
3. Ли Р. *Оптимальные оценки, определение характеристик и управление*. – М.: *Наука*, 1966.
4. Льюнг Л. *Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ./Под ред. Я.З. Цыпкина*. - М.: *Наука*. Гл. ред. физ.- мат. лит., 1991.
5. *Техническая документация самолета Л-39. Книга 1. Летные характеристики*, 1986.
6. Дьяконов В., Круглов В. *MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем. Специальный справочник*. - СПб.: *Питер*, 2002.

Надійшла 15.07.2005

Рецензент: доктор технічних наук, професор І.І. Зима,
Харківський університет Повітряних Сил.